

## Алгоритмическое обеспечение аппаратно-программного комплекса магнитотеллурического зондирования

А. А. Лаврухин, К. В. Лобов\*, А. А. Бачмага\*, Е. Д. Зачатейский

Омский государственный университет путей сообщения, 644046, г. Омск, пр. К. Маркса, 35

\*Омский государственный технический университет, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11  
lavruhinaa@gmail.com

Рассматривается задача идентификации частотных геомагнитных характеристик при обработке результатов магнитотеллурического зондирования. Предлагается алгоритм, основанный на спектрально-временном анализе сигналов различными методами, на корреляционном анализе и методах аппроксимации, что приводит к понижению чувствительности обратной задачи к неустраняемым помехам, локализованным как во времени, так и по частоте.

The article covers the problem of identifying the frequency geomagnetic characteristics in processing of results of magnetotelluric sounding. We propose the algorithm based on spectral and temporal signal analysis, the correlation analysis and approximation methods, which lowers the sensitivity of the inverse problem to non-excludable disturbances, localized in both time and frequency.

Магнитотеллурическое зондирование (МТЗ) – метод исследования структуры толщи Земли, в соответствии с которым регистрируются естественные вариации электромагнитного поля в широком частотном диапазоне (0,0001–100 Гц), и на основе этих данных решается обратная задача по получению разреза Земли. Коллективом сотрудников Омского государственного технического университета при участии сотрудников Омского государственного университета путей сообщения был создан опытный образец телеметрического аппаратно-программного комплекса МТЗонд, выполняющий контролируемый сбор данных в полевых условиях с возможностью быстрого получения импедансных характеристик и прогнозирования времени сбора.

Комплекс зондирования включает в себя аппаратуру (регистраторы) для измерения сигналов датчиков, преобразования и хранения их в цифровой форме, автоматизированное рабочее место (АРМ) оператора, удаленно управляющего регистраторами, и аппаратуру радиосвязи АРМ с регистраторами. Идеология архитектуры комплекса предполагает автономный сбор данных на каждом пикете одним регистратором, возможность развертывания нескольких регистраторов одновременно, за которыми наблюдает и управляет один оператор. В процессе проведения измерений АРМ выполняет роль автоматизированной экспертной системы, определяющей качество получаемых результатов и прогнозирующей время окончания измерений, когда качество полученных данных становится удовлетворительным. Для этого были разработаны алгоритмы обработки сигналов зондирования и программное обеспечение.

В качестве магнитотеллурической модели [1] используется линейное уравнение, записанное в области частот:

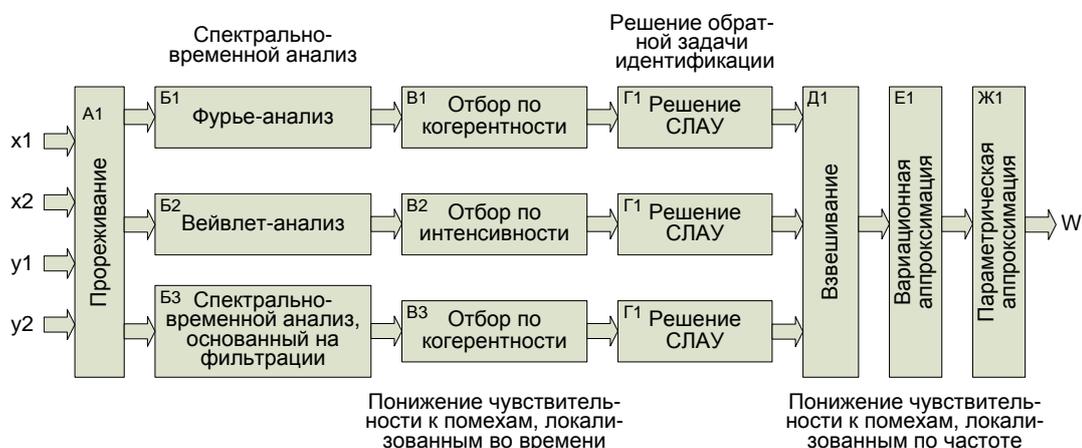
$$Y(f) = Z(f) \cdot X(f), \quad (1)$$

в котором  $Y = [Y_1 \ Y_2]^T$  – вектор электрических компонент;  $X = [X_1 \ X_2]^T$  – вектор магнитных компонент;  $Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$  – тензор импеданса (в литературе по МТЗ индексам

1 и 2 традиционно соответствуют ортогональные направления, обозначаемые как  $x$  и  $y$ , а компоненты  $X$  и  $Y$  – соответственно магнитная  $H$  и электрическая  $E$  составляющие).

Ставится задача идентификации импедансной частотной характеристики  $Z$  по полученным временным дискретным сигналам (массивам данных)  $x(n)$  и  $y(n)$ . Для этих сигналов характерны: распределение мощности в широком спектре частот; явно выраженный нестационарный характер; вероятность присутствия сложно обнаруживаемых аддитивных помех, имеющих мощность, сравнимую с полезным сигналом, несущим геомагнитную информацию. Поскольку флуктуации магнитотеллурического поля являются высокочастотными затухающими колебаниями, можно выделять те участки сигналов, где происходит синхронное изменение интенсивности поля. Аддитивные помехи, присутствующие в сигналах, могут иметь как природный (грозы, блуждающие токи), так и техногенный характер (близость линии электропередач, передвижение аппаратуры и персонала вблизи пикета регистрации) и они неравномерно локализованы на разных участках диапазона частот. Частичное исключение помех осуществляется путем их обнаружения на этапе предварительной обработки (выбросы, скачки, экспоненциальные затухания) и замене таких участков сигнала восстановленными по авторегрессионной модели значениями [2]. Последующее снижение действия помех выполняется статистическими способами.

Исходя из характера исследуемых сигналов, наиболее подходящими статистическими методами идентификации следует признать методы спектрально-временного анализа, которые оперируют с локальными участками сигналов. Идентификация во временной области, например, в соответствии с уравнением Винера–Хопфа, в силу ее некорректности, не рассматривалась. Таким образом, ставилась задача спектрального анализа локальных участков сигналов  $E$  и  $H$  с последующим решением обратной задачи, записываемой для уравнения (1). Применялись три метода спектрального анализа, основанные: на преобразовании Фурье, вейвлет-преобразовании и полосовой фильтрации сигналов. Все цифровые фильтры, используемые как для прореживания, так и для выделения частотных полос, имеют конечную импульсную характеристику.



**Рис. 1. Общая схема алгоритма идентификации**

Общая схема алгоритма идентификации показана на рис. 1. Обработка сигналов осуществляется от высоких частот к низким с последовательным понижением частоты дискретизации (прореживанием). Параллельно выполняются три метода спектрально-временного анализа [3, 4], после каждого из которых предусматривается свой способ исключения влияния помех. Каждый из таких способов позволяет для дальнейшей обработки отобрать локальные участки сигналов, наименее подверженные искажениям. Далее решается задача, обратная для (1) в виде системы линейных алгебраических уравнений. Взвешивание (суммирование с весовыми коэффициентами) заключается в использовании результатов всех типов спектрального анализа, вклад которых в общее

решение определяется их среднеквадратичными отклонениями. Вариационная аппроксимация применяется для приведения полученной характеристики в соответствие с наложенными на нее физическими ограничениями. Параметрическая аппроксимация осуществляет окончательное сглаживание частотной характеристики  $W$ . Рассмотрим отдельные алгоритмы, лежащие в основе предлагаемого метода идентификации.

*Прореживание* (А1) или понижение частоты дискретизации  $f_0$  сигналов осуществляется каскадно, в каждом каскаде – вдвое, с предварительной низкочастотной фильтрацией (КИХ-фильтр 17 порядка, обеспечивающий подавление в полосе задерживания –40 дБ, имеющий частоту пропускания  $f_0/16$  и частоту задерживания  $f_0/4$ ).

*Фурье-анализ* (Б1). Весь интересующий частотный диапазон  $[f_{\min}; f_{\max}]$  разбивается на октавы. Рассмотрим одну из них –  $[f_1; 2f_1]$ . Разрешение по частоте задается целочисленным параметром  $m$  и равно  $f_1/m$ . Преобразование Фурье, которое вычисляется на отрезке частот  $[0; 3f_1)$ , состоит из  $6m$  комплексных значений. Скользящее временное окно дискретного сигнала, в котором ищется преобразование Фурье, имеет длину  $n_F f_0/f_1$ , где  $f_0$  – частота дискретизации,  $n_F$  – количество периодов частоты  $f_1$ . Требуемая частота дискретизации, соответствующая заранее заданной длине окна (например,  $n_F \in (2; 4]$ ), определяется по формуле  $f_0 = 6m f_1/n_F$ . Результатом преобразования  $x(n)$  будем считать функцию  $X(f, l)$  от частоты  $f$  и локализации скользящего окна во времени  $l$ .

*Вейвлет-анализ* (Б2). Частотный диапазон  $[f_{\min}; f_{\max}]$  квантуется с логарифмическим шагом. На каждой частоте  $f$  используется морлет-вейвлет (длиной  $b = 5 f_0/f$ , то есть 5 периодов сигнала частоты  $f$ ). Вычисление вейвлет-преобразования выполняется по формуле свертки с временным шагом  $l_W$  дискретных отсчетов. Будем считать, что результатом преобразования сигнала  $x(n)$  являются функции амплитуд  $A_W(f, l)$  и фаз  $\varphi_W(f, l)$ , где  $l$  – сдвиг вейвлета в дискретном времени.

*Спектрально-временной анализ, основанный на фильтрации* (СВАОФ) (Б3). Частотный диапазон  $[f_{\min}; f_{\max}]$  квантуется с логарифмическим шагом. Стоит задача выделения узкой полосы в окрестности каждой центральной частоты  $f$ , при этом сигнал должен быть представлен в виде зависимостей мгновенных амплитуды и фазы от времени. Вычисляется комплексная огибающая сигнала:  $v(n) = x(n) \cdot \exp(-j \cdot 2\pi n f / f_0)$ .

Далее в комплексном сигнале  $v(n)$  с помощью фильтрации и прореживания выделяется диапазон  $[-\Delta f; \Delta f]$ , соответствующий полосе частот  $[f - \Delta f; f + \Delta f]$  сигнала  $x(n)$ , в результате получается  $v_{\text{НЧФ}}(l)$ .

Сигнал  $2v_{\text{НЧФ}}(l)$  можно рассматривать, как модулирующий для единичной синусоиды частотой  $f$ , дающий в результате такой модуляции искомым сигнал  $x_{\text{ПФ}}(l)$  в окрестности  $[f - \Delta f; f + \Delta f]$ . Мгновенная амплитуда узкополосного  $x_{\text{ПФ}}(l)$  определяется по модулю сигнала  $v_{\text{НЧФ}}(l)$  в  $l$ -й момент времени:  $A(f, l) = 2|v_{\text{НЧФ}}(l)|$ , а фаза – по формуле  $\varphi(f, l) = \arg v_{\text{НЧФ}}(l) + l f / f_0$ .

*Постановка обратной задачи.* После определения любым из описанных методов мгновенных (или усредненных по скользящему окну) амплитуд и фаз всех исходных сигналов  $x$  и  $y$ , необходимо решить обратную для (1) задачу в виде системы уравнений

$$W = Y \cdot X^+, \quad (2)$$

где  $X^+$  – псевдоинверсия матрицы  $X$ . Полная система уравнений (2) должна быть составлена из уравнений, соответствующих нескольким моментам времени  $l_1, l_2, \dots$  (количество определяется размерностью входного вектора  $x$ ), которые попарно линейно независимы (на примере размерности матрицы  $W$  равной  $2 \times 2$ ):

$$\det \begin{bmatrix} X_{l_1} & X_{l_2} \end{bmatrix} > \eta \min(X_{l_1}, X_{l_2}) \quad \text{и} \quad \det \begin{bmatrix} Y_{l_1} & Y_{l_2} \end{bmatrix} > \eta \min(Y_{l_1}, Y_{l_2}), \quad (3)$$

где  $\eta$  – эмпирический коэффициент (0,01–0,1). Система (2) может быть и переопределенной, тогда для ее решения следует применять метод наименьших квадратов.

Из-за некорректности задачи важным этапом составления систем уравнений (2) является уменьшение обусловленности. Кроме учета условия (3) при отборе моментов времени оставляются только те участки сигнала, которые имеют наилучшую коррелированность связанных компонент  $x$  и  $y$  и относительно большую амплитуду.

*Отбраковка по когерентности* после преобразования Фурье (В1) выполняется в соответствии с методикой, описанной в [5].

*Отбраковка по когерентности* после СВАОФ (В2). Вдоль оси дискретного времени рассматриваются функции восстановленных колебаний, получаемые через найденную комплексную огибающую (на примере компоненты  $X_1$ ):

$$X_1(f, l) = A_{X_1}(f, l) \exp \left[ j \left( 2\pi l f / f_0 + \varphi_{X_1}(f, l) \right) \right]. \quad (4)$$

На локальных участках времени  $[l_1, l_2]$  шириной 2–4 периода сигнала некоторой частоты  $f$  вычисляются функции когерентности

$$KE_{Y_1 X_2} = \left[ \frac{\sum_{l=l_1}^{l_2} Y_1(f, l) X_2^*(f, l)}{\left( \sum_{l=l_1}^{l_2} A_{Y_1}^2(f, l) \sum_{l=l_1}^{l_2} A_{X_2}^2(f, l) \right)^{0,5}} \right]^{0,5}. \quad (5)$$

Выполняется отбор тех моментов времени  $l$  функций  $X_j(f, l)$  и  $Y_i(f, l)$ , для которых  $KE_{Y_1 X_2}^2$  и  $KE_{Y_2 X_1}^2$  превышают эмпирическое пороговое значение  $k_E$ .

*Отбраковка по интенсивности* (В3). Среди результатов вейвлет-преобразования отбраковываются те, амплитуда которых ниже порогового значения, связанного с медианным значением по всем амплитудам на данной частоте. Проходящими отбор значениями  $A_W(f, l)$  и  $\varphi_W(f, l)$  считаются те, для которых выполняется условие ( $k_W$  – эмпирический коэффициент)

$$A_W(f, l) > k_W \operatorname{median}_l A_W(f, l). \quad (6)$$

*Решение обратной задачи* (Г1). Вычисление значений частотных характеристик на каждой частоте выполняется по формуле (2). Сначала решается переопределенная система из всех отобранных на этапе В значений и ее решение  $W^{(1)}(f)$  рассматривается как первое приближение частотной характеристики.

*Взвешивание* (Д1) – суммирование результатов  $W^{(1)}(f)$ , полученных тремя разными методами спектрально-временного анализа, взятых с соответствующими весовыми коэффициентами. Весовые коэффициенты предложено брать обратно пропорциональными среднеквадратичному отклонению  $\sigma^{(1)}(f)$  (которое находится для множества частных решений  $W^{(1)(l)}(f)$ , соответствующих моментам  $l$  соответствующего метода:

$$W^{(2)} = \left( 1/\sigma_F^{(1)} + 1/\sigma_W^{(1)} + 1/\sigma_E^{(1)} \right)^{-1} \left( W_F^{(1)}/\sigma_F^{(1)} + W_W^{(1)}/\sigma_W^{(1)} + W_E^{(1)}/\sigma_E^{(1)} \right). \quad (7)$$

*Вариационная аппроксимация* (E1) преследует своей целью получение следующего приближения  $W^{(3)}(f)$ , близкого к ранее найденному решению  $W^{(2)}(f)$ , и одновременно удовлетворяющего физическим ограничениям, накладываемым на модель (частотную характеристику). Например, в задаче МТЗ на импедансную характеристику наложено ограничение монотонного возрастания при увеличении частоты.

Аппроксимация выполняется в течение нескольких итераций. Перед первой итерацией принимается  $W^{(3,0)}(f) = W^{(2)}(f)$ . Вводя обозначение  $k$  для номера итерации, для всех  $f$  на каждой итерации вычисляются значения

$$\Delta_1(f) = \alpha \left[ W^{(2)}(f) - \left( \beta / \sigma^{(2)} \right) W^{(3,k-1)}(f) \right]; \quad (8)$$

$$\Delta_2(f) = \gamma \left[ 0,5 \left( W^{(3,k-1)}(f_{-1}) + W^{(3,k-1)}(f_{+1}) \right) - \left( \beta / \sigma^{(2)} \right) W^{(3,k-1)}(f) \right] + \Delta_1(f), \quad (9)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  – эмпирические коэффициенты;  $f_{-1}$  и  $f_{+1}$  – дискретные частоты, граничащие с частотой  $f$ .

Дальше для каждой дискретной частоты  $f$  в случае, если условие монотонности частотной характеристики выполняется, то вычисляется  $W^{(3,k)} = W^{(3,k-1)} + \Delta_1(f)$ , а в противоположном случае  $W^{(3,k)} = W^{(3,k-1)} + \Delta_2(f)$ .

*Параметрическая аппроксимация* (Ж1) предназначена для окончательного сглаживания частотных характеристик. Предложен и опробован метод кусочной аппроксимации характеристики  $W^{(4)}(f)$  полиномами 6 порядка. Весь частотный диапазон разбивается на перекрывающиеся отрезки (длина одного отрезка – две декады; длина перекрытия с предыдущим и последующим отрезками – по 2/3 от декады). На каждом отрезке методом наименьших квадратов вычисляется полином, аппроксимирующий функцию  $W^{(3)}(f)$ . Далее все аппроксимирующие функции складываются, предварительно умноженные на весовые функции, убывающие от 1 до 0 в местах перекрытия по направлению к концам отрезков.

Предложенный алгоритм идентификации импедансных частотных характеристик опробован и применен в аппаратно-программном комплексе, выполняющем магнитотеллурическое зондирование Земли. Сравнительные испытания с аналогичными приборами показали хорошее качество идентификации.

### Литература

1. Бердичевский М. Н., Дмитриев В. И. Модели и методы магнитотеллурики. М.: Научный мир, 2009. 680 с.
2. Лаврухин А. А., Лобов К. В. Эффективные алгоритмы цифровой обработки сигналов в задаче магнитотеллурического зондирования // Омский научный вестник, 2009. № 2. С. 227–231.
3. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2007. 856 с.
4. Короновский А. А., Храмов А. Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М.: Физматлит, 2003. 176 с.
5. Smirnov M. Yu. Magnetotelluric data processing with a robust statistical procedure having a high breakdown point // Geophysical Journal International, 2003. Vol. 152. P. 1–7.