Статистические характеристики временного положения сверхширокополосных локационных сигналов

Г.М. Махонин, Г.Л. Черниховская ТТИ

Таганрогский технологический институт Южного федерального университета, г. Таганрог, ГСП 347915, ул. Чехова, 22, glchernih@tsure.ru, chergl_trti@mail.ru

Рассмотрены статистические характеристики погрешностей оценок временного положения сверхширокополосных сигналов по их «центру тяжести» и первому экстремуму. Отмечено, что первая оценка – смещенная и имеет конечную дисперсию, вторая – несмещенная и имеет неограниченную дисперсию.

It is Considered The statistical features of inaccuracy estimation temporary position of ultra wide band signal are upon their "center of gravity" and first extremum. It Is Noted that first estimation - displaced and has a final dispersion, the second - didn't displaced and has an unlimited dispersion.

В сверхширокополосных (СШП) радио- и гидролокаторах применяются зондирующие сигналы с показателем широкополосности [1, 2] $\nu \geq 0{,}25$,

$$\nu = \frac{f_в - f_н}{f_в + f_н},$$

где $f_в$, $f_н$ – высшая и низшая частоты энергетически значимых составляющих спектра. При таких ν антенны должны для обеспечения достаточно высокой направленности иметь неприемлемо большие габариты. Поэтому в большинстве случаев оказывается более рациональным для нахождения угловых координат объекта локации или, в общем случае, всех его пространственных координат применять методы, подобные разностно-дальномерному (гиперболическому) методу пеленгования. Погрешности оценок координат при этих методах практически полностью зависят от погрешностей оценок временного положения зондирующего сигнала и сигналов, отраженных от объектов локации (целей).

От этих же погрешностей зависит и эффективность решения задачи классификации объектов сложной формы, содержащих несколько локальных отражающих элементов или участков поверхности.

В этом случае эхосигнал имеет вид последовательности импульсов с разными амплитудами и временами прихода. Интервалы времени между импульсами этой последовательности несут информацию о взаимном расположении упомянутых локальных отражателей.

Основная составляющая погрешностей оценки временнóго положения локационных сигналов обусловлена внутренними и внешними флуктуационными помехами и отражениями от случайных неоднородностей среды распространения и ее границ. Точные формулы для расчета этой составляющей слишком сложны для применения в инженерных расчетах, приближенные найдены для узкополосных сигналов. Эти формулы непригодны для расчетов при СШП сигналах из-за использованных при их выводах упрощений, возможных при $\nu << 0{,}25$ и недопустимых при $\nu \geq 0{,}25$.

Поэтому ниже рассматривается задача расчета ожидаемых погрешностей оценки временного положения СШП сигналов и один из вариантов ее решения.

Временное положение сигнала, в общем случае, может оцениваться различным образом: по его первому экстремуму, глобальному максимуму, «центру тяжести» [3–5] и т. д. Применительно к локационным задачам наибольший интерес представляют оценки по первому экстремуму и по «центру тяжести» сигнала. Последняя оценка определяется как нормированный функционал вида

$$t_c = \frac{\int_{t_1}^{t_2} t|u(t)|^p dt}{\int_{t_1}^{t_2} |u(t)|^p dt}, \tag{1}$$

где $u(t)$ – анализируемый сигнал (процесс), t_c – точка на оси времени, соответствующая его «центру тяжести», t_1, t_2 – начало и конец реализации анализируемого процесса, $T = t_2 - t_1$ – ее длительность, p – некоторое положительное целое число, при котором интегралы в (1) имеют смысл. При $p=1$ оценка t_c – «центр тяжести по площади», при $p=2$ – «центр тяжести по энергии» по терминологии [5], при $p \to \infty$ оценка t_c становится координатой глобального максимума процесса $u(t)$ на интервале $0 \le t \le T$.

Основным достоинством оценки (1) является то, что она может применяться для сравнения положения сигналов, имеющих разную форму и спектральный состав, т.е. по существу, разных сигналов. Это существенно, например, для СШП локации в дисперсионных средах – геолокации, запрерадной радиолокации (локация объектов за оптически непрозрачными преградами), гидролокации заиленных объектов и др.

Рассмотрим оценку (1) при $p=2$ с учетом особенностей обработки СШП сигналов. Основой их является отказ от использования при описании сигналов и в алгоритмах обработки математического аппарата комплексной огибающей. В дальнейшем будем полагать, что $u(t)$ – сумма полезного сигнала $u_C(t)$ и помехи $u_n(t)$

$$u(t) = u_c(t) + u_n(t), \tag{2}$$

причем помеха представляет собой случайный нормальный процесс с нулевым средним, стационарный (или стационаризируемый) в интервале времени анализа, т.е. $t_1 \le t \le t_2$:

$$m\{u_n(t)\} = 0, \quad m\left\{u_n^2(t)\right\} = \sigma^2, \quad m\{u_n(t_1)\cdot u_n(t_2)\} = \sigma^2 R(t_2 - t_1),$$

где $m\{\cdot\}$ – символ математического ожидания, $R(\cdot)$ – нормированный коэффициент корреляции. Обозначим

$$\xi = \int_{t_1}^{t_2} t\cdot[u_c(t)+u_n(t)]^2 dt; \quad \eta = \int_{t_1}^{t_2} [u_c(t)+u_n(t)]^2 dt;$$

$T = t_2 - t_1 = const$, сигнал имеет эффективную длительность T_C и его энергетически значимая часть находится внутри интервала T;

$$\xi = \xi_c + 2\int_{t_1}^{t_2} t\cdot u_c\cdot u_n\cdot dt + \int_{t_1}^{t_2} t\cdot u_n^2\cdot dt; \tag{3}$$

$$\eta = E_c + 2\int_{t_1}^{t_2} u_c\cdot u_n\cdot dt + \int_{t_1}^{t_2} u_n^2\cdot dt; \tag{4}$$

$$\xi_c = \int_{t_1}^{t_2} t\cdot u_c^2\cdot dt; \qquad E_c = \int_{t_1}^{t_2} u_c^2\cdot dt \tag{5}$$

E_C – энергия сигнала,

$$t_c = \frac{\xi_c}{E_c}; \qquad t_c^* = \frac{\xi}{\eta}; \tag{6}$$

t_c – истинное положение «центра тяжести» полезного сигнала, t_c^* – его оценка.

Из (3), (4) легко определить средние значения функций ξ и η.

$$m\{\xi\} = \xi_c + \frac{\sigma^2 T^2}{2}, \qquad m\{\eta\} = E_c + \sigma^2 T^2; \tag{7}$$

Для реальных сигналов и помех комплексная спектральная плотность $S(j\omega)$ сигнала $u_C(t)$ и спектральная плотность мощности помехи $G_n(\omega)$ – не менее чем дважды дифференцируемые функции. Для этого случая дисперсии σ_ξ^2, σ_η^2 функций ξ, η и их взаимокорреляционная функция определяются, как можно показать, следующими выражениями

$$\sigma_\xi^2 = \frac{4\sigma^4 T^3}{3}\int_0^T \left(1 - \frac{3\tau}{2T} + \frac{\tau^3}{2T^3}\right) R_\xi^2(\tau)d\tau + \frac{2t_c^2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 G(\omega)d\omega - \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\left(\frac{dS_a}{d\omega}\right)^2 + \left(\frac{dS_b}{d\omega}\right)^2\right] G(\omega)d\omega, \tag{8}$$

$$\sigma_\eta^2 = m\left\{[\eta - m\{\eta\}]^2\right\} = 2\sigma^4 T\int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R^2(\tau)d\tau + \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)| G(\omega)d\omega, \tag{9}$$

$$\begin{aligned} B_{\xi\eta} &= m\{\ [\xi - m\{\xi\}][\eta - m\{\eta\}]\ \} = \\ &= 2\sigma^4 T^2\int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R^2(\tau)d\tau - \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[S_a\frac{dS_b}{d\omega} - S_b\frac{dS_a}{d\omega}\right] G(\omega)d\omega + \frac{t_c}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 G(\omega)d\omega, \end{aligned} \tag{10}$$

где $S_a = S_a(\omega)$, $S_b = S_b(\omega)$ – соответственно действительная и мнимая составляющие комплексной спектральной плотности сигнала $u_C(t)$. В (10) второй интеграл обращается в нуль, если $|S(\omega)|$ стремится к нулю при увеличении ω, т. е. для физически возможных сигналов.

Из соотношений (6), (7) видно, что оценка t_c^* – смещенная, и что ее систематическая погрешность тем больше, чем больше отношение $\frac{T}{T_c}$ интервала анализа к длительности сигнала и меньше отношение сигнал/помеха

$$q^2 = \frac{E_c}{T_c \sigma^2}.$$

Из (8) – (10) видно, что абсолютное значение коэффициента корреляции

$$|R_{\xi\eta}| = \frac{|B_{\xi\eta}|}{\sigma_\xi \sigma_\eta}$$

меньше 1, вследствие чего дисперсия σ_t^2 оценки t_c^* больше, чем бóльшая из дисперсий σ_ξ^2, σ_η^2.

В [7] показано, что дисперсии оценок моментов вида $m\left\{u^p\right\}$ нормальных процессов увеличиваются при увеличении p (при прочих одинаковых условиях). Поэтому следует ожидать, что дисперсия оценки (1) также будет расти при увеличении p. Поэтому вряд ли целесообразно применять p, отличное от $p = 2$.

Следует отметить, что при импульсных сигналах погрешности оценки (1) оказываются тем больше, чем меньше отношение длительности полезного сигнала к длительности Т анализируемой реализации. Для увеличения этого отношения необходимо стробировать анализируемую реализацию, выделяя ее фрагменты, содержащие полезные сигналы,что существенно усложняет алгоритмы оценки. От этих недостатков свободен метод оценки временного положения сигналов по первому экстремуму, который просто реализуется при СШП сигналах.

Исследования статистических характеристик погрешностей этой оценки, обусловленных флуктуационными помехами, показали, что оценка положения сигнала по первому экстремуму – несмещенная, но имеет неограниченную дисперсию, поэтому определять погрешность оценки целесообразно по вероятности P_α нахождения ее внутри заданного интервала α

$$P\alpha = P(-\alpha \le \Delta t \le \alpha).$$

Литература

1.Вопросы подповерхностной радиолокации. Коллективная монография/ Под редакций А.Ю.Гринева. – М.: Радиотехника, 2005. – 416 с.

2.Козлов А.И., Логвинов А.И., Сарычев В.А. Поляризация волн. – М. Радиотехника, 2005. –704 с.

3.Фалькович С.Е. Прием радиолокационных сигналов на фоне радиолокационных помех. – М.: Советское радио, 1966. – 311 с.

4.Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. – М.: Советское радио, 1970. – 370 с.

5.Розенберг В.Я. Радиотехнические методы измерения парметров процессов и систем. – М,: Изд. Стандартов, 1970. – 307 с.

6.Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1. – М.: Советское радио, 1974. – 552 с.

7.Лившиц Н.А., Пугачев В.Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Кн. 1. – М.: Советское радио, 1963. – 896 с