

## Применение цифрового спектрального анализа на основе многоскоростной обработки в радиолокаторе с синтезированной апертурой

А.Ю. Антонов, В.В. Костров

Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, 602264 г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23. E-mail: [aleksandr\\_uran@mail.ru](mailto:aleksandr_uran@mail.ru), [vyk@mit.ru](mailto:vyk@mit.ru)

*Приведена сравнительная оценка спектрального анализа на основе многоскоростной обработки и ДПФ (БПФ) по быстродействию и разрешающей способности. Проведено моделирование на языке программирования C++ одноступенчатой и двухступенчатой системы многоскоростной обработки, а также алгоритма ДПФ (БПФ).*

*The comparative estimation of spectrum analysis based on multi-rate processing and DFT (FFT) on speed and frequency resolution is resulted. Modeling in programming language C++ one-stage and two-stage multi-rate processing system, and also algorithm DFT (FFT) is spent.*

Цифровой спектральный анализ (ЦСА) является одной из областей, представляющей широкий практический интерес. В [1-6] изложены различные методы ЦСА, среди которых особенно широкое распространение в различных областях науки и техники получил ЦСА на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ), позволяющий эффективно преобразовывать сигнал из временной области в частотную, и наоборот. Широкому использованию ЦСА на основе ДПФ благоприятствуют хорошо разработанные методы быстрых вычислений по алгоритму дискретного преобразования Фурье (БПФ) и вычислительные средства с аппаратной поддержкой базовой операции БПФ – «бабочки». Однако в многоканальных системах коммуникаций аналогичную операцию выполняют трансмультиплексоры, в основе работы которых лежит многоскоростная обработка (МСО) сигналов. По сути трансмультиплексор представляет собой набор фильтров-дециматоров [4, 5], осуществляющих преобразования, аналогичные ДПФ [6]. Вместе с тем трансмультиплексоры позволяют вести многопоточную обработку информации в режиме реального времени, что особенно актуально в радиолокаторах с синтезированной апертурой (РСА) космического базирования.

Целью данной работы является сравнение спектрального анализа на основе ДПФ (с весовой обработкой) со спектральным анализом на основе МСО при длине выборки  $N=2048$ . Критериями для сравнения являются вычислительная эффективность и разрешающая способность в рамках алгоритма обработки траекторного сигнала.

В качестве модели входного сигнала устройства ЦСА использовался отклик на 2 точечные цели при съемке в режиме ScanSAR. Бигармонический сигнал часто используется при анализе цифровых систем и позволяет оценить такие параметры как разрешающая способность, качество разделение каналов. Комплексная запись бигармонического сигнала имеет следующий вид:

$$x(n) = A_1 \cdot \exp\left(j \frac{2\pi F_1}{F_d} n\right) + A_2 \cdot \exp\left(j \frac{2\pi F_2}{F_d} n\right),$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды первого и второго колебания соответственно;  $F_1$  и  $F_2$  – частоты первого и второго колебания соответственно;  $F_d$  – частота дискретизации;  $n$  – номер дискрета во временной области,  $n=0, 1, 2 \dots N-1$ ;  $N$  – длина выборки.

Прямое ДПФ определяется следующей формулой:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j \frac{2\pi \cdot n \cdot k}{N}}, \quad (1)$$

где  $k$  – номер дискрета (спектральной составляющей) в частотной области,  $k=0, 1, 2 \dots N-1$ .

В данном выражении результат ДПФ можно интерпретировать как сумму отсчетов входного сигнала, спектр которого предварительно был сдвинут влево на значение нормированной частоты  $\omega_k = 2\pi \cdot k/N$ .

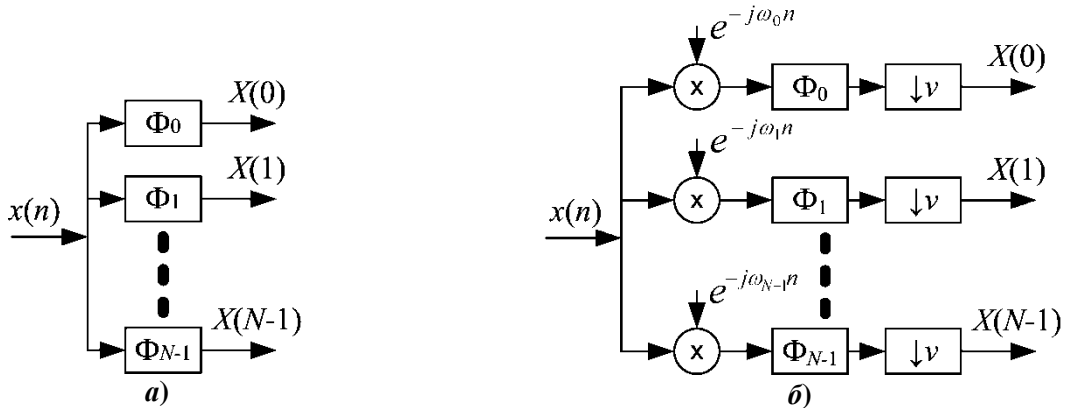


Рис. 1. Структура ДПФ (а) и одноступенчатой системы МСО (б).

С точки зрения цифровой фильтрации ДПФ можно представить как набор параллельных полосовых фильтров  $\Phi_0$ - $\Phi_{N-1}$  (рис. 1а). В [6] показано, что фильтры  $\Phi_0$ -

$\Phi_{N-1}$  являются КИХ-фильтрами с импульсной характеристикой  $h_k(n) = e^{-j \frac{2\pi \cdot n \cdot k}{N}}$ . При этом коэффициентами фильтра с номером  $k$  являются отсчеты гармонического колебания с частотой  $\omega_k = 2\pi \cdot k/N$ . Таким образом, ДПФ имеет различную интерпретацию в зависимости от того, с точки зрения какой теории его рассматривать.

Также следует отметить, что на практике ДПФ имеет неприятную особенность – растекание спектра при нецелом количестве периодов входного сигнала. Для уменьшения влияния данного фактора используется весовая обработка. Однако применение весовых окон, как правило, ухудшает разрешающую способность. Получаемая с помощью ДПФ разрешающая способность по частоте определяется как

$$\Delta f = \frac{F_d}{N} \cdot k_p = \frac{k_p}{NT_d}, \quad (2)$$

где  $T_d$  – период дискретизации,

$k_p$  – коэффициент расширения главного лепестка (отклика), обусловленный применением весовой обработки,  $k_p > 1$ .

Рассмотрим реализацию спектрального анализа на основе МСО. Структурная схема для реализации одноступенчатой системы МСО представлена на рис. 1б и содержит ФНЧ ( $\Phi_0$ - $\Phi_{N-1}$ ) и дециматор с коэффициентом децимации  $v=N$ . По сути, последовательность операций переноса спектра, фильтрации с помощью ФНЧ и децимации сигнала эквивалентна полосовому фильтру-дециматору. Параметры фильтров системы МСО имеют следующие соотношения:

- полоса пропускания фильтра  $\Delta f_{np}$  равна разрешающей способности  $\Delta f$  ДПФ без применения весовой обработки ( $k_p=1$ );
- отношение частоты дискретизации  $F_d$  к полосе пропускания фильтра  $\Delta f_{np}$ , а также длина фильтра  $N_\phi$  и коэффициент децимации  $v$  равны  $N$ ;
- коэффициент подавления в полосе задержания  $k_s = 1/N$ .

На выходе каждого фильтра-дециматора получаем амплитудное значение спектральной составляющей  $X(k)$  в полосе пропускания данного фильтра. Совокупность спектральных составляющих  $X(0)-X(N-1)$  образуют спектр входного сигнала  $x(n)$ .

Следует заметить, что спектральный анализ на основе цифровой фильтрации предъявляет повышенные требования к ширине переходной полосы фильтра: чем она уже, тем лучше различаются спектральные составляющие на границе соседних элементов разрешения синтезируемого изображения. В данном случае, если выбрать переходную полосу  $\Delta f_n$  равной полосе пропускания  $\Delta f_{np}$ , то при указанных выше соотношениях фильтр легко реализуется. Расчет оптимальной многоступенчатой структуры системы МСО является многоитерационным и довольно трудоемким [7-9].

При спектральном анализе на основе ДПФ используется весовая обработка. Поскольку одним из важных параметров является разрешающая способность, то для достижения наилучшей разрешающей способности выберем весовую функцию с наименьшим коэффициентом расширения главного лепестка  $k_p$  при достаточно высоком уровне подавления боковых лепестков. На основании данных, приведенных в [2], вышеуказанным требованиям удовлетворяют весовые окна Чебышева (равноволновое окно), Хэмминга и усеченное гауссовское окно. Однако весовая функция Хэмминга имеет более компактную запись во временной области, поэтому выберем данное весовое окно.

При моделировании использовались следующие параметры: база ДПФ  $N=2048$ , частота дискретизации  $F_d=2048$  Гц, амплитуды  $A_1=A_2=1$  В и частоты  $F_1=112$  Гц,  $F_2=384$  Гц первой и второй спектральной составляющей входного сигнала соответственно – 1 случай. Для 2 случая частоты  $F_1=111,5$  Гц,  $F_2=383,5$  Гц при их расположении посередине между частотами соседних спектральных составляющих. Для определения полосы пропускания фильтров  $\Delta f_{np}$  системы МСО найдем первичную разрешающую способность без учета весовой обработки в соответствии с (2):

$$\Delta f_{np} = \Delta f = \frac{2048}{2048} \cdot 1 = 1 \text{ Гц.}$$

Расчет фильтров наиболее просто осуществить с помощью встроенных функций программных продуктов Mathcad и Matlab. Для сравнительного анализа использовались фильтры с применением весового окна Хэмминга (МСО1, МСО2 ВО), без весовой обработки (МСО2) и два фильтра, рассчитанные по алгоритму Мак-Клелана (МСО2 П-М). В таблице 1 приведены основные параметры полученных фильтров: ширина полосы пропускания  $\Delta f_{np}$ , ширина переходной полосы  $\Delta f_n$ , коэффициент подавления в полосе задержания  $k_3$  и коэффициент пульсаций в полосе пропускания  $k_n$ .

Таблица 1. Параметры фильтров системы МСО

Параметр	МСО1	МСО2 П-М	МСО2 ВО	МСО2
$\Delta f_{np}$ , Гц	1	32(1)	32(1)	32(1)
$\Delta f_n$ , Гц	---	32(1)	---	---
$k_3$ , дБ	---	-33,28(-28,72)	---	---
$k_n$ , дБ	---	1,12(0,96)	---	---

На рисунках 2а и 2в представлены первые 512 спектральных составляющих, полученные в результате моделирования для 1 и 2 случая соответственно (для наглядности и простоты сравнения амплитуды спектральных составляющих,

полученные в результате вычисления ДПФ, поделены на базу  $N$ ). На рисунках 3б и 3г представлены главные отклики для 1 и 2 случая соответственно.

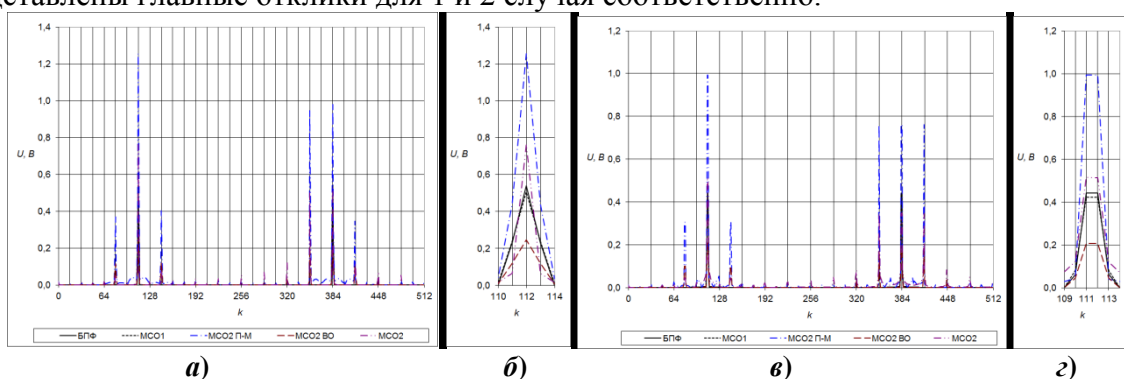


Рис. 2. Модуль спектра сигнала.

Таблица 2. Сравнительная характеристика результатов

Параметр	БПФ	МСО1	МСО2 П-М	МСО2 ВО	МСО2
УБЛ <sub>max</sub> , дБ	---	---	-35,1(-35,1)	-47(-45,8)	-23,46(-23,42)
$\Delta f_{зл}$ , Гц	1,15(1,67)	1,17(1,75)	0,95(1,58)	1,2(1,75)	0,7(2)
$A_{max}$ , В	0,54(0,44)	0,5(0,42)	1,26(1)	0,25(0,21)	0,76(0,51)

В таблице 2 представлены основные параметры полученных спектров (в скобках даны значения для 2 случая): максимальный уровень боковых лепестков УБЛ<sub>max</sub>, ширина главного лепестка  $\Delta f_{зл}$  по уровню 0,707 от максимального значения, максимальная амплитуда спектральных компонент  $A_{max}$ . На основании полученных результатов можно сделать вывод, что двухступенчатая система МСО уступает ДПФ по максимальному уровню боковых лепестков (в таблице не представлены значения УБЛ для ДПФ и МСО1, поскольку данный показатель был менее -100 дБ). Кроме этого, для данной системы заметно увеличение количества ложных спектральных составляющих около частоты  $F_2$ , что связано с расположением частоты  $F_2$  на границе полос пропускания фильтров первой ступени. Также необходимо заметить, что система МСО2 П-М имеет наименьшую ширину главного лепестка (значение системы МСО2 не учитывается, так как данный тип фильтров редко используется в ЦСА), а система МСО2 ВО обладает наименьшим УБЛ.

Следует подчеркнуть сходство результатов на выходе системы МСО1 и ДПФ, что объясняется способом расчета коэффициентов фильтра встроенной функцией, которая основана на методе частотной выборки. Уменьшение амплитуд спектральных составляющих до 0,5 В для ДПФ и системы МСО1 обусловлено применением весовой обработки.

При расположении частот  $F_1$  и  $F_2$  посередине между спектральными составляющими произошло ухудшение разрешающей способности (в 1,45-2,86 раза), а также уменьшение амплитуд спектральных составляющих (на 16-33%).

Оценим вычислительную эффективность алгоритмов, приняв за одну операцию не только операцию комплексного сложения или умножения, но и комплексного умножения с накоплением. Количество вычислительных операций одноступенчатой системы МСО равно аналогичному показателю для ДПФ

$$N_{МСО1} = N_{ДПФ} = N = 2048^2 = 4194304.$$

Для многоступенчатой системы МСО количество требуемых вычислительных операций складывается из количества операций на каждой ступени:

$$N_{МСО2} = N \cdot \sum_{i=1}^L N_{\phi i},$$

где  $L$  – число ступеней;

$N_{\phi i}$  – длина фильтра на  $i$ -ой ступени, численно совпадает с  $v_i$ .

Для двухступенчатой системы МСО ( $L=2$ ) при  $N=2048$ ,  $N_{\phi 1}=64$  и  $N_{\phi 2}=32$  получаем

$$N_{МСО2} = 2048 \cdot (64 + 32) = 196608,$$

что более чем в 21 раз меньше количества вычислений по сравнению с одноступенчатой системой и ДПФ. Однако при моделировании использовался более эффективный алгоритм БПФ, для которого количество вычислительных операций [2,4,6] составляет

$$N_{БПФ} = N \cdot \log_2 N = 2048 \cdot \log_2 2048 = 22528.$$

Таким образом, при длине входной выборки  $N=2048$  спектральный анализ на основе одноступенчатой системы МСО, реализованной на КИХ-фильтрах уступает БПФ по количеству вычислительных операций. Применение двухступенчатой системы МСО позволяет получить выигрыш в вычислениях в 21 раз. Однако данная система имеет худшее значение УБЛ, что связано с длиной фильтра, применяемого в МСО, которая ограничена длиной входной выборки. Данное ограничение не позволяет реализовать фильтр с узкой переходной полосой и высоким коэффициентом подавления вне полосы пропускания одновременно. Поэтому ЦСА на основе МСО пока не может заменить ЦСА на основе БПФ применяемый при синтезе радиоизображений, полученных с РСА космического базирования.

Кроме этого, при синтезе фильтров следует отдавать предпочтение алгоритмам с более точной настройкой параметров, что позволит получить оптимальный фильтр с точки зрения полосы пропускания и коэффициента подавления вне её.

### Литература

1. Харкевич А. А. *Спектры и анализ*. Изд. 5-е. – М.: Книжный дом «Либроком», 2009. – 240 с.
2. Марпл-мл. С. Л. *Цифровой спектральный анализ и его приложения*: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
3. Дженкинс Г., Ваттс Д. *Спектральный анализ и его приложения*: Пер. с англ. в 2 томах. – М.: Мир, Вып. 1, 1971. – 317 с.; Вып. 2, 1972. – 285 с.
4. Айфичер Э. С., Джервис Б. У. *Цифровая обработка сигналов: практический подход*. 2-е издание: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 992 с.
5. Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. *Цифровая обработка сигналов: Справочник*. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
6. Сергиенко А. Б. *Цифровая обработка сигналов: Учеб. пособие*. 3-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 768 с.
7. Витязев В. В., Зайцев А. А. *Оптимальное проектирование многоступенчатых структур фильтров-дециматоров на сигнальных процессорах // Цифровая обработка сигналов*. 2001. № 2. С. 2-9.
8. Витязев В. В., Зайцев А. А. *Основы многоскоростной обработки сигналов: Учеб. пособие*. Ч. 1. – Рязань: Рязан. гос. радиотехн. акад., 2005. – 124 с.
9. Витязев В. В., Зайцев А. А. *Основы многоскоростной обработки сигналов: Учеб. пособие*. Ч. 2. – Рязань: Рязан. гос. радиотехн. ун-т., 2006. – 104 с.