

## Описание рассеяния электромагнитных волн на частицах разреженных сред с использованием случайных точечных потоков

С. Ф. Коломиец

Московский физико-технический институт (государственный университет), Московская область, г. Долгопрудный, пер. Институтский, д. 9, [radiometeo@mail.ru](mailto:radiometeo@mail.ru)

*В докладе обсуждаются подходы, к моделированию рассеянного поля на частицах разреженной среды с использованием теории случайных потоков. Показано, что в этом случае можно выделить три характерные модели взаимодействия плоской падающей волн разреженной со средой равномерно распределенных в пространстве частиц. Отмечается определяющее влияние геометрии рассеивающего объема.*

*A brief discussion is given in the article to the statistical models of waves scattering on distributed scatterers of rarified media which may be developed based on the theory of random point flows. It is shown that there are three different submodels that could be defined with regard to the concentration of particles in the scattering volume. The geometry of the volume is presented as one of the main parameters of the problem in question.*

### Введение

В докладе [1] обсуждались основания для того, чтобы вновь обратиться к исследованию моделей формирования рассеянного поля на частицах разреженных сред. Было показано, что накопленные к настоящему времени ошибки и неоднозначности в трактовках результатов классических работ могут быть причиной неопределенности в вопросе о границе применимости рэлеевской модели рассеяния, обсуждавшейся в [1]. Она сдерживает использование «брэгговских» волн совместно с «рэлеевскими» в то время, как многоволновые измерения, подразумевающие использование длины волны, характеризующейся дифракцией Ми на рассеивателях, совместно с рэлеевской стали практически классикой многоволновых измерений. Информационный потенциал многоволновых измерений с использованием более длинных (брэгговских) волн, как ожидается, не должен быть меньше информационного потенциала «классического» многоволнового подхода.

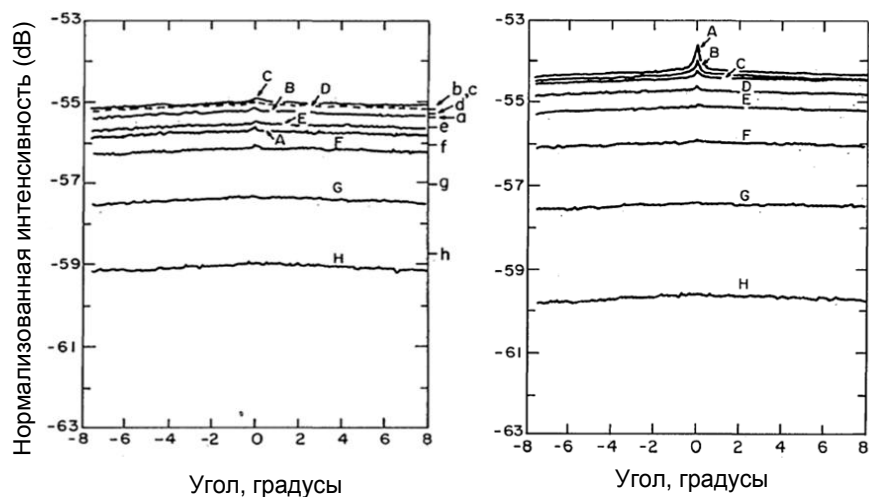
В [1] было показано, что традиция, определения области применимости модели рассеяния Рэля через простое отношение  $\ell$  – средней дистанции между рассеивателями к  $\lambda$  – длине волны зондирующего излучения ошибочна. В то же время, имеющиеся экспериментальные данные все-таки указывают на необходимость использования  $\lambda$  в подобном соотношении. Более того, отказ от использования отношения  $\ell/\lambda$  ставит вопрос об адекватном описании процесса рассеяния электромагнитных «уплотняющейся» средой при неизменной длине волны падающего излучения или средой с неизменной концентрацией при растущей длине волны.

Отметим, что современные задачи интерпретации и сопоставления различных измерений требуют отказа от асимптотического (или «термодинамического») подхода, в рамках которого очень сложно учитывать конкретные пространственно-временные условия проведения измерений и характеристики используемой аппаратуры. Сама возможность применения термодинамических положений к разреженным средам требует обоснования. В этом смысле небезынтересным будет рассмотрение задачи с точки зрения теории случайных потоков [2 - 5].

### Факторы, влияющие на область применимости рэлеевской модели

Как уже было показано, в литературе существует различные представления о границах применимости модели Рэля. Многократное рассеяние вместе с упомянутой в [1] рэлеевской «несвободой» упаковки рассеивателей следует считать основными факторами, определяющими её положение.

Так как эти факторы независимы, представляет безусловный интерес оценка их отдельности. В этом смысле хотелось бы отметить, что полностью контролируемый лабораторный эксперимент посвященный решению этой задачи, согласующейся с полученными данными, стали возможны относительно недавно. С этой целью в [6, 7] использовался He-Ne лазер с  $\lambda = 0.628 \mu\text{m}$  (в воде  $\lambda = 0.472$ ) и латексные ( $n = 1.58$ ) сферы приблизительно одинакового размера. Толщина слоя деионизированной воды ( $n = 1.33$ ), содержащего взвешенные сферы, составляла 10 мм. Были получены результаты для сфер с диаметром 0.091, 1.101, 2.020, 5.7 и 11.9  $\mu\text{m}$ . Для сфер, диаметр которых меньше  $\lambda$  отмечалась незначительная локализация при относительных объемах, превышающих несколько процентов (см. Рис. 1). Для сравнения там же приведены результаты для сфер, с большим диаметром.

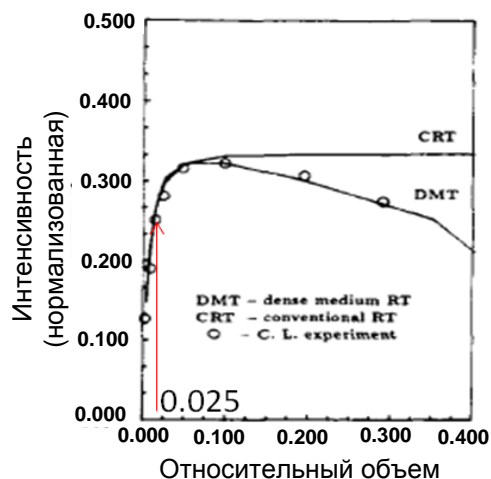


**Рис. 1.** Зависимость обратного рассеяния от угла наблюдения (из [6]).

- а)** размер частиц 0.091  $\mu\text{m}$ ; А – относительная плотность частиц 28.95%, В – 19.3%, С – 9.65%, D – 4.85%, E – 2.413%, F – 1.206%, G – 0.603%, H – 0.302%;  
**б)** размер частиц 1.101  $\mu\text{m}$ ; А – относительная плотность частиц 9.55%, В – 4.78%, С – 2.39%, D – 1.19%, E – 0.597%, F – 0.299%, G – 0.149%, H – 0.075%.

Незначительный размер «локализационного» пика указывает на то, что в цитируемых работах получены оценки границы применимости рэлеевского рассеяния от «несвободы» размещения частиц в рассеивающем объеме почти без аддитивного влияния многократного рассеяния. На Рис. 2 представлена зависимость нормированной интенсивности поля рассеянного назад под углом  $4^\circ$  (для исключения эффекта слабой локализации) от  $f$  – относительного объема латексных сфер с диаметром 0.091  $\mu\text{m}$ . Размер апертуры приемника составлял 5 мм.

Как следует из Рис. 2, до отметки 2.5% интенсивность растет прямо пропорционально относительному объему. Далее, до отметки 10% рост интенсивности замедляется и затем спадает практически линейно с изломом в 35%.



**Рис. 2. Зависимость интенсивности от относительного объема рассеивателей из [6].**

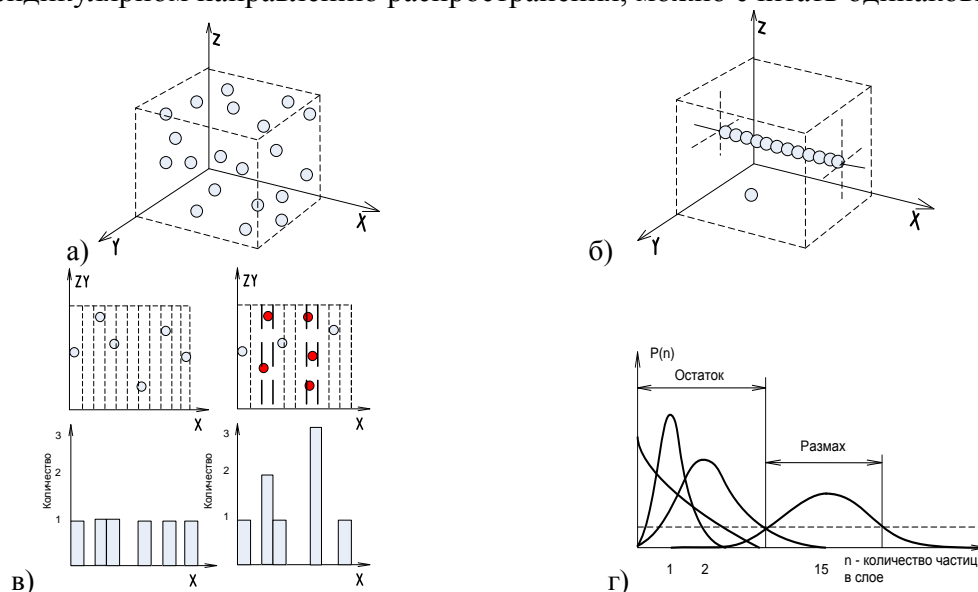
**Линейная зависимость наблюдается до значений относительного объема порядка 2.5%**

Отметим, что для упаковки сфер относительный объем не может превышать 52%, а цитируемый излом в точке 35% экспериментально не проверялся, но был получен с использованием разработанной авторами [6, 7] численной модели, выполненной на высоком математическом уровне.

К сожалению, эта модель достаточно сложна и, хотя предоставляет возможность работы с поляризационными параметрами поля, не позволяет дать ясную физическую интерпретацию диаграммы.

### **Простейшая модель «рассеяния на вероятности»**

Рассмотрим измерительный (рассеивающий) объем, имеющий форму прямого кругового цилиндра или куба и равномерно заполненный одинаковыми по размеру рассеивателями (см. Рис. 3 а). Для простоты падающую волну зондирующего излучения будем считать плоской. В такой постановке задача одномерная с характерным параметром – расстоянием от некоторой выделенной точки в пространстве (фазового центра) до рассеивателя. В дальней зоне расстояния до любого рассеивателя, находящегося в сечении куба, перпендикулярном направлению распространения, можно считать одинаковым.



**Рис. 3. Формирование статистик рассеивателей на характерных интервалах по оси относительного объема.**

Представим себе весь измерительный объем как сумму слоев (сечений) с толщиной  $h$ , равной диаметру частиц  $D$ . Пока относительный объем рассеивателей очень мал вероятность попадания частицы в тот или иной слой так же мала. Следовательно, рассматривая задачу в одном измерении (то есть «схлопывая» два измерения), мы имеем ординарный пуассоновский поток точек со случайными расстояниями от фазового центра. Критерий ординарности потока (или запрета «наползания» одного рассеивателя на другой) для дальнейших оценок будет важен.

Мощность рассматриваемого одномерного потока  $\mu_{1D}$  больше  $\mu_{3D}$  – мощности исходного пуассоновского потока в пространстве. Причем  $\mu_{1D} = (1/\sqrt{3})\mu_{3D}$  или  $\mu_{1D} = 0.58\mu_{3D}$ , то есть среднее расстояние между проекциями координат центров рассеивателей на ось распространения плоской волны составляет примерно 60% от среднего расстояния между центрами рассеивателей в пространстве. Можно предположить, что точки, как в пространстве, так и на оси будут располагаться дискретно до тех пор, пока  $\mu_{1D} > D$ , где  $D$  – диаметр частиц. Мощности потоков можно указывать в единицах  $D$ , тогда вышеприведенное условие будет выглядеть как:  $\mu_{1D} > 1$ .

Можно сказать, что в простейшей модели мы имеем «рассеяние на вероятности» попадания частицы в тот или иной слой, который не может содержать более одной частицы в один момент времени. Экспоненциальный характер распределения расстояния между частицами на оси в статистических парах этой модели (распределение Эрланга) переходит в экспоненциальный закон флуктуаций интенсивности обратного рассеяния.

Зададимся конкретными характеристиками объема (сторона куба  $L = 1$  м), и частиц ( $D/2 = 10^{-3}$  м, объем  $4.2 \cdot 10^{-9}$  м<sup>3</sup>). Если, например, их количество в объеме  $N = 500$  м<sup>-3</sup> (относительный объем  $f = 2.1 \cdot 10^{-6}$ ) то среднее расстояние между ними в пространстве  $\mu_{3D} = L/\sqrt[3]{N}$ , то есть  $\mu_{3D} = 0.126$  м или в единицах диаметра  $\mu_{3D} \approx 63 \cdot D$ . Среднее расстояние на оси  $\mu_{1D} \approx 0.073$  м или  $\mu_{1D} \approx 36.5 \cdot D$ . Двухмиллиметровые рассеиватели проецируются на ось со средним расстоянием семь сантиметров, что указывает на высокую вероятность ординарности их потока.

### Переходная модель «рассеяние на росте среднего»

Увеличим концентрацию частиц в пространстве до такого значения, когда после схлопывания размерностей уже невозможно будет рассматривать точки на оси как ординарный поток. Для этого проведем обратный расчет для случая, рассмотренного выше. Имеем  $\mu_{1D} = D$ , тогда  $\mu_{3D} = 1.7 \cdot D$  и  $N_{no} = (L/\mu_{3D})^3$  или  $N_{no} = 2.5 \cdot 10^7$  м<sup>-3</sup> (относительный объем  $f = 0.1$ ). Таким образом, увеличение концентрации частиц свыше  $N_{no} = 2.5 \cdot 10^7$  м<sup>-3</sup> (или относительного объема рассеивателей свыше 10%) приведет к тому, что некоторые точки на оси станут кратными.

Такой же расчет возможен с других позиций. В нашем демонстрационном кубе  $L/D$  слоёв с толщиной  $h = D$ . Тогда, по определению,  $N$  частиц, равномерно распределенных в пространстве, дадут в среднем по  $ND/L$  частиц в слое. Приравнявая это значение к единице, имеем  $N_{no} = 500$  м<sup>-3</sup>. Начиная с концентрации  $N_{no}$ , рассеиватели иногда будут следовать парами, тройками и т.д. (см. Рис. 3 б, где показан случай  $N = N_{no} + 1$ ) Иными словами, вероятность появления кратных частиц, определяемая процессом схлопывания размерностей и существующая в классической модели тоже, возрастет до уровня, когда её уже нельзя игнорировать.

Рассмотрим причины расхождения полученных оценок. До определенной концентрации частиц в измерительном объеме кратность вообще можно не учитывать, как это делалось выше, полагая поток на оси ординарным с эрланговскими расстояниями между ближайшими точками. По мере роста концентрации частиц  $N$  происходит постепенное «перетекание» пуассоновского характера в размещении дискретных частиц (точнее пар частиц) на прямой в пуассоновский же характер распределения плотности

вероятности частиц в «регулярных» слоях. Иными словами происходит плавная трансформация модели «рассеяния на вероятности» в модель «рассеяния на флуктуациях».

Пока плотность вероятности частиц в слоях экспоненциально-пуассоновская, существует рассмотренная выше зависимость, связывающая  $\mu_{3D}$  и  $\mu_{1D}$  – средние расстояния между центрами частиц в пространстве и на оси. Как только плотность вероятности частиц в слоях становится модально-пуассоновской, что означает превышение вероятности встретить в слое частицу (и далее – кратную частицу) над вероятностью встретить пустой слой, поток на оси становится неординарным и связь между средним расстоянием в пространстве и на оси качественно изменяется. Несмотря на то, что содержание понятия  $\mu_{3D}$  остаётся неизменным, на оси больше нет понятия «изолированная точка ординарного потока» и, соответственно, нет понятия  $\mu_{1D}$  – расстояние «между изолированными точками ординарного потока». Вместо этого появилось понятие «кратная точка с некоторой кратностью». Не касаясь сложностей с расстояниями между «кратными точками» и используя введенные выше термины, можно заметить, что после появления неординарных потоков на оси, изменение  $\mu_{3D}$  – среднего расстояния в пространстве между центрами рассеивателей влияет не только на изменение  $\mu_{1D}$  – среднего расстояния между кратными точками на оси, но и на изменение степени их кратности. Таким образом, начиная с самых незначительных концентраций, простейшая модель, представленная выше, неприменима. В частности, для случая рассматриваемого куба при  $N_{no} > 500 \text{ м}^{-3}$  ( $\mu_{3D} = 0.126 \text{ м}$ ,  $\mu_{1D} \approx 0.073 \text{ м}$ ), можно приближенно полагать, что в объеме всегда будет находиться хотя бы одна кратная точка (см. Рис. 3 б). Для того, чтобы подобную полуколичественную оценку перевести в реальную, количественную необходимо учесть конкретные пространственно-временные условия измерений и параметры приемной аппаратуры.

Дальнейшее уменьшение  $\mu_{3D}$  – среднего расстояния в пространстве будет влиять уже не только на уменьшение  $\mu_{1D}$  – среднего расстояния на оси, но и на рост кратности точек [5]. Важность их наличия в объеме становится более ясной, если учесть, что двукратная частица в слое, рассеивающая, по определению, когерентно дает в четыре раза больший вклад в интенсивность по сравнению с ординарной частицей. Вклад трехкратной частицы больше в девять раз. Сопоставление полученных выводов с классическими результатами требует более детального рассмотрения и будет приведено в другой работе.

Продолжим увеличивать концентрацию частиц в пространстве и рассмотрим пуассоновское распределение частиц на оси со средним значением девять. В терминах параметров гауссова распределения можно сказать, что полуразмах не превышает среднее, если среднее – больше девяти. Начиная с этого среднего значения, распределение Пуассона можно заменить гауссовым [9]. Принимая во внимание, что практически все точки гауссова распределения выпадают в интервале  $6\sigma$  вокруг среднего, где  $\sigma$  – стандартное отклонение, приходим к выводу, что дальнейшее увеличение пространственной концентрации частиц приведет к тому, что в измерительном объеме перестанут встречаться не содержащие точек слои. Этот важный факт означает начало взаимных компенсаций элементарных полей, рассеянных на «среднем неснижаемом остатке» частиц.

Расчет количества частиц, соответствующего началу компенсаций  $N_f$  в нашем демонстрационном кубе с количеством слоев  $L = 500$  и в каждом в среднем по девять, а проще – десять частиц, дает  $N_f = 5000 \text{ м}^{-3}$  (относительный объем  $f = 2.1 \cdot 10^{-5}$ ). До этого значения концентрации интенсивность должна расти примерно пропорционально среднему числу частиц. Такое рассеяние можно назвать «рассеянием на росте среднего количества частиц».

### **Модель «рассеяния на флуктуациях» с интерференционной компенсацией**

Увеличение концентрации частиц в пространстве больше  $N_f$  будет обеспечивать рост среднего количества частиц в слое и связанный с этим рост дисперсии распределения плотности вероятности. Когда три стандартных отклонения (половина размаха) превышают или равны среднему, как указывалось в [1], дисперсия подменяется средним. В рассматриваемом интервале концентраций  $N > N_f$  по-прежнему дисперсия совпадает со средним, но полуразмах больше не превышает этих величин и, следовательно, наравне с дисперсией, может рассматриваться, как параметр, характеризующий флуктуации (см. Рис. 3 в).

Появление «неснижаемого» остатка частиц и квадратичный характер экспериментальной кривой на Рис. 2, указывают на то, что для дальнейшего использования дисперсии требуются веские основания, так как размах растет как раз пропорционально квадратному корню из среднего числа частиц. В этом может заключаться «статистическое» объяснение падения скорости роста интенсивности в интервале концентраций  $N > N_f$ , которое не требует привлечения корреляционной теории, хотя может быть описано с её использованием. В этом случае корреляции нужно рассматривать, как «фиктивные» или «виртуальные», объясняющиеся не наличием каких-либо новых явлений или взаимодействия между частицами, но лишь используемым для построения модели математическим аппаратом.

### **Геометрия рассеивающего объема**

Практика рассмотрения задач распространения редко включает явный учет геометрии рассеивающего объема. В рамках обсуждаемых подходов такое положение неприемлемо из-за специфического влияния геометрии рассеивающего объема на характеристики рассматриваемых моделей и, что немаловажно, пространственное положение границ между ними по дистанции зондирования.

Ограниченный объем тезисов не позволяет рассмотреть эти вопросы детально. Отметим лишь, что использованное нами в простейшей модели соотношение  $\mu_{1D} = (1/\sqrt{3})\mu_{3D}$  справедливо только для кубического (а в общем случае – равномасштабного) рассеивающего объема. Достаточно проделать простейший мысленный эксперимент, заключающийся в рассмотрении нескольких кубических объемов рассеяния, поставленных один на другой или следующих друг за другом, чтобы заметить принципиально различное влияние продольных и поперечных масштабов на характеристики моделей. В частности, рост продольного масштаба не влияет на параметры размещения проекций частиц на оси распространения, а рост поперечного – приводит к пропорциональному уменьшению среднего расстояния между ними при неизменной концентрации частиц в пространстве. Это, для простейшей модели, можно выразить формулой:

$$\mu_{1D} = \frac{1 + \theta\left(\frac{H}{L} - 1\right)\left(\frac{H}{L} - 1\right)}{\sqrt{3}} \mu_{3D},$$

где:  $L$  – продольный масштаб,

$H$  – поперечный масштаб,

$\theta(x)$  – функция Хевисайда с нулевым значением в нуле.

Таким образом, пороговые концентрации перехода между моделями будут зависеть от геометрии рассеивающего объема, которая при достаточно широких диаграммах направленности может существенно изменяться вдоль дистанции зондирования. В качественном смысле, это означает, что «действующая» в модели концентрация частиц может быть выше реальной и разреженные среды – при значительно «деформированных» рассеивающих объемах – могут, в принципе, взаимодействовать с падающим излучением, как более плотные.

## Выводы

Нами выделены и описаны интервалы концентрации частиц, которые – в «фазовом» рассмотрении – должны иметь характерные и различающиеся друг от друга статистики рассеивателей. Качественный анализ факторов, влияющих на положение границ этих интервалов, указывает на определяющее значение геометрии рассеивающего объема и минимального масштаба задачи. Последний в вышеприведенных оценках был принят равным размеру частицы. Подчеркивается, в частности, принципиальное различие масштабов рассеивающего объема вдоль луча предполагаемого распространения волны и поперек его. Таким образом, показано, что рассмотренные характерные области могут сменять одна другую по мере удаления от источника и, соответственно, неизбежного увеличения поперечного масштаба рассеивающего объема. Иными словами при больших угловых размерах луча (основного лепестка ДН антенны) и на больших интервалах по дальности следует аккуратно относиться к применению единой модели рассеивающей среды на всей дистанции [10], что во многих прикладных областях является обычно практикой [11]. Результаты настоящего доклада указывают на то, что подобный подход требует соответствующего обоснования с учетом конкретных технических параметров аппаратуры и условий проведения измерений [12].

Принципиальная возможность использования, а также границы применимости (по длине волны падающего излучения, концентрации рассеивателей, размеру рассеивающего объема и параметрам приемопередатчика) рассмотренной в докладе модели среды требуют дальнейшего исследования и обоснования. Теория неординарных процессов в настоящее время разработана не достаточно полно. Поэтому вполне вероятно, что формирование кратных точек будет сопровождаться процессами, аналогичными возникновению корреляций размещения частиц в пространстве [13]. Эти корреляции определяются не выбором математического аппарата, но обязательным требованием к описанию неординарного процесса. Окончательный порядок их расчета и физической интерпретации еще предстоит установить [5, 13].

## Литература

1. Коломиец С. Ф., «Современное состояние моделей рассеяния электромагнитных волн на частицах разреженных сред». Настоящий сборник.
2. Хинчин А. Я. О пуассоновских потоках случайных событий. В сб. «Работы по математической теории массового обслуживания». Физматгиз, 1963.
3. Хинчин А. Я. Потоки случайных событий без последствия. В сб. «Работы по математической теории массового обслуживания». Физматгиз, 1963.
4. Стратонович Р. Л. Условное распределение коррелированных случайных точек и использование корреляций для оптимального выделения импульсного сигнала из шумов. «Известия АН СССР», Энергетика и автоматика, 1961, №2.
5. Большаков И. А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. – М.: «Советское радио», 1969. – 464 с.
6. B. Wen, L. Tsang, D. P. Winebrenner, A. Isimary, Dense Medium Radiative Transfer Theory: Comparison With Experiment and Application to Microwave Remote Sensing and Polarimetry. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, vol. 28, No 1, 1990.
7. Y. Kuga and A. Ishimaru, "Retroreflectance from a dense distribution of particles," J. Opt. Soc. Amer., vol. 1, pp. 831-835, 1984.
8. Кингман Дж. Пуассоновские процессы. — М.: МЦНМО, 2007. — 136 с.
9. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. – М.: Физматлит, 2006. – 810 с.
10. Горелик А. Г., Коломиец С. Ф. Теория рассеяния радиоволн на блуждающих неоднородностях и единый комплекс моделей рассеивающей среды метеообразований. Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи

им. А. С. Попова/РНТОРЭС им. А. С. Попова, Ин-т радиотехники и электроники РАН, Российская секция IEEE – М., 2007 – 204 с.

11. Распространение ультракоротких радиоволн / Пер. с англ. под ред. Б. А. Шиллерова - М.: Сов. радио, 1954. – 710 с.

12. Горелик А. Г., Коломиец С. Ф., Рассеяние радиоволн разреженной средой и статистическая радиометеорология Научный вестник МГТУ ГА, Серия "Радиофизика и электроника", вып. 137, 2006. – с. 17.

13. Кузнецов П. И., Стратонович Р. Л. К математической теории коррелированных случайных точек. «Известия АН СССР», сер. Математическая, 1956, т. 20.