Флуктуации горизонтальных смещений луча при отражении от слоя со случайными неоднородностями диэлектрической проницаемости

А.Г. Вологдин , Л.И. Приходько

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, vologdin@phys.msu.ru, l.prikhodko@mail.ru.

Рассмотрены флуктуации горизонтальных смещений луча при отражении от линейного ионосферного слоя, вызванные рассеянием на случайных неоднородностях диэлектрической проницаемости. Полученные аналитические выражения для дисперсий и функций корреляции горизонтальных смещений луча на выходе из слоя численно проанализированы для различных условий ионосферного зондирования.

Horizontal shift of the ray fluctuations caused by random inhomogeneous` are considered. The ray in question is reflected from the linear layer of the ionosphere. The analytical expressions for the dispersions and the correlation functions are obtained. These expressions studied numerically for the various ionosphere probing conditions.

При наклонном отражении луча от плоскослоистой среды расстояние между точками входа луча в неоднородную среду и выхода из нее (т.е. смещение луча при отражении от неоднородной среды) можно найти, используя уравнение траектории в приближении геометрической оптики. Это смещение определяется как законом изменения диэлектрической проницаемости от вертикальной координаты, так и углом входа луча в среду. Если плоскослоистый слой содержит случайные неоднородности диэлектрической проницаемости, то положение луча в пространстве изменяется случайным образом, то есть его траектория представляет собой извилистую пространственную кривую. При наличии регулярной рефракции в среде и полного внутреннего отражения смещение траектории луча по координатным осям также будет флуктуировать.

Найдем дисперсии и корреляционные функции горизонтальных смещений луча на выходе из неоднородного слоя после его отражения. Ограничимся для простоты случаем плоской волны, распространяющейся в статистически однородной среде с регулярной рефракцией. Для изотропной среды траектория луча совпадает с траекторией нормали к фазовому фронту волны. Рассмотрение будем проводить в приближении геометрической оптики с использованием ряда теории возмущений.

Пусть диэлектрическая проницаемость неоднородного плоскослоистого слоя имеет вид $\varepsilon(\vec{r}) = \bar{\varepsilon}(z) + \varepsilon_1(\vec{r})$, где $\bar{\varepsilon}(z)$ и $\varepsilon_1(\vec{r})$ — регулярная и флуктуационная составляющие, причем флуктуационная компонента мала по сравнению с регулярной, то есть для стандарта флуктуаций диэлектрической проницаемости выполняется соотношение $\sigma_\varepsilon \ll 1$. Запишем для траектории луча $\vec{r}(\sigma)$ ряд теории возмущений по малому параметру ε_1: $\vec{r}(\sigma) = \vec{r}_0(\sigma) + \vec{r}_1(\sigma) + \vec{r}_2(\sigma) + \cdots$, здесь σ - длина луча,. Используем далее соотношение $\dfrac{d\vec{r}}{d\sigma} = \vec{s}$, где $\vec{s}$ - единичный вектор, касательный к лучу, который в изотропной среде одновременно является нормалью к фазовому фронту. С учетом сказанного, запишем для вектора $\vec{s}$ ряд теории возмущений [1]

$$\vec{s} = \frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|} = \vec{s}_0 + \vec{s}_1 + \cdots = \frac{\nabla\varphi}{\sqrt{\varepsilon}} = \vec{s}_0 + \frac{1}{\sqrt{\bar{\varepsilon}}}\left(\nabla\varphi_1 - \frac{\varepsilon_1}{2\bar{\varepsilon}}\nabla\varphi_0\right),$$

где $\vec{s}_0$ - направление “невозмущенного” луча, то есть направление луча в слое без флуктуаций,

$\vec{s}_1$ - поправка первого порядка к направлению невозмущенного луча. Соответственно, φ_0 и φ_1 - :”невозмущенный” эйконал и поправка первого порядка теории возмущений. Тогда для случайной части траектории луча в первом приближении имеем

$$\bar{r}_1(\sigma)=\int_{\Sigma}\frac{1}{\sqrt{\bar{\varepsilon}}}\left(\nabla\varphi_1-\frac{\varepsilon_1}{2\bar{\varepsilon}}\nabla\varphi_0\right)d\sigma, \qquad (1)$$

здесь интегрирование ведется вдоль невозмущенной траектории Σ, $d\sigma$ - элемент длины луча.

Рассмотрим наклонное падение плоской волны на неоднородный ионосферный слой, средняя диэлектрическая проницаемость которого изменяется по вертикали по линейному закону $\bar{\varepsilon}(z)=1-z/z_0$, где z_0 размер регулярного градиента, то есть толщина слоя при нормальном падении. Траектории луча, распространяющегося в таком слое при отсутствии флуктуаций в плоскости (z, x), имеет вид параболы [2]

$$z(x)=\frac{\Delta^2-(x-x_a-\Delta)^2}{4z_0\sin^2\vartheta_0}$$

с вершиной $z_m=z_0\cos^2\vartheta_0$ в точке $x_0=\Delta=z_0\sin 2\vartheta_0$ (точки поворота луча), $2\Delta=x_b-x_a$ - расстояние между точками входа луча в среду x_a и выходом из нее x_b, ϑ_0 - угол входа луча в среду. Уравнение невозмущенной траектории луча можно записать также в параметрическом виде, если ввести переменную

$$t=\mp\frac{\sqrt{\bar{\varepsilon}-\sin^2\vartheta_0}}{\cos\vartheta_0},\quad t\in[-1,1], \qquad (2)$$

здесь верхний знак соответствует восходящей ветви параболы, нижний знак – нисходящей. В параметрической форме уравнение невозмущенной траектории будет иметь вид

$$x(t)=\Delta(1+t)+x_a,\, z(t)=z_m\left(1-t^2\right). \qquad (3)$$

Тогда, используя формулы, полученные в [3], для флуктуаций эйконала в линейном слое можно найти

$$\varphi_1=z_m\cos\vartheta_0\int_{-1}^{0}\varepsilon_1[x(t),y,z(t)]dt\,,\varphi_1=z_m\cos\vartheta_0\int_{0}^{1}\varepsilon_1[x(t),y,z(t)]dt \qquad (4)$$

для восходящей и нисходящей ветвей параболы, соответственно.

В соответствии с выражением (1) боковые смещения луча от невозмущенной траектории по координатным осям x,y,z на выходе из слоя после наклонного отражения луча имеют вид

$$x_1=2z_0\cos\vartheta_0\left[z_0\cos\vartheta_0\int_{-1}^{1}(1-t)\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial x}dt+\frac{\sin\vartheta_0}{2}\int_{-1}^{1}\frac{\varepsilon_1 dt}{\sin^2\vartheta_0+t^2\cos^2\vartheta_0}\right],\; y_1=2z_0^2\cos^2\vartheta_0\int_{-1}^{1}(1-t)\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial y}dt\,, \qquad (5)$$

$$z_1=2z_0\cos\vartheta_0\left[z_0\cos\vartheta_0\int_{-1}^{1}(1-t)\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial z}dt+\frac{\cos\vartheta_0}{2}(\int_{-1}^{0}\frac{\varepsilon_1 dt}{\sin^2\vartheta_0+t^2\cos^2\vartheta_0}-\int_{0}^{1}\frac{\varepsilon_1 dt}{\sin^2\vartheta_0+t^2\cos^2\vartheta_0}\right].$$

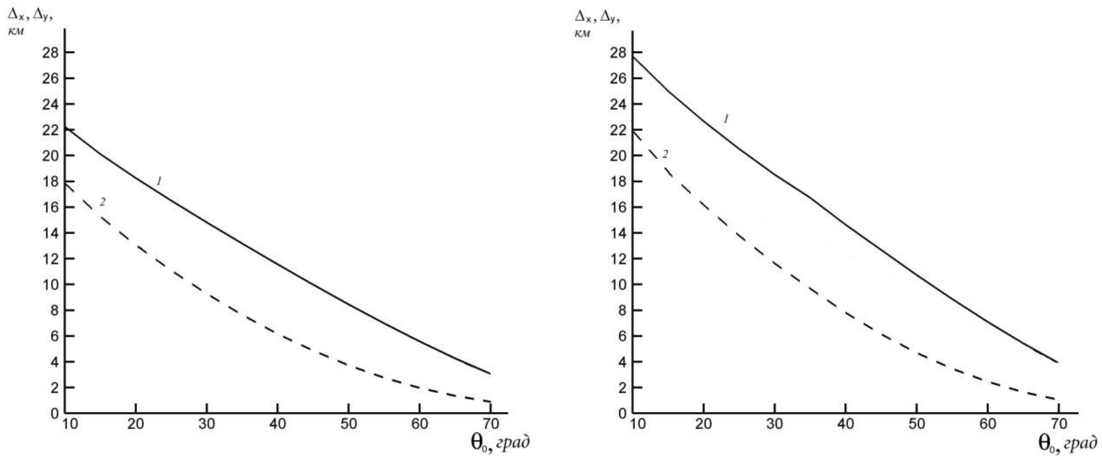
Учитывая (3,5) и полагая, что рассеяние происходит на изотропных неоднородностях, функция корреляции которых имеет гауссову форму с характерным размером *a,* для среднеквадратичных отклонений луча от невозмущенной траектории на выходе из неоднородного слоя можно найти:

$$\langle x_1 x_2 \rangle = z_0^2 \sigma_\varepsilon^2 \Big[2N_m^2 \int_{-1}^{1} (1-t_1) dt_1 \int_{-1}^{1} (1-t_2) f_1(t_1,t_2) dt_2 \Big] +$$
$$+ \sin^2 \vartheta_0 \cos^2 \vartheta_0 \int_{-1}^{1} \frac{dt_1}{\sin^2 \vartheta_0 + t_1^2 \cos^2 \vartheta_0} \int_{-1}^{1} \frac{\exp\left(-r^2/a^2\right) dt_2}{\sin^2 \vartheta_0 + t_2^2 \cos^2 \vartheta_0} \Big],$$
$$\langle y_1 y_2 \rangle = 2 z_0^2 N_m^2 \sigma_\varepsilon^2 \int_{-1}^{1} (1-t_1) dt_1 \int_{-1}^{1} (1-t_2) \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) dt_2 , \qquad (6)$$
$$\langle z_1 z_2 \rangle = 2 z_0^2 N_m^2 \sigma_\varepsilon^2 \int_{-1}^{1} (1-t_1) dt_1 \int_{-1}^{1} (1-t_2) f_2(t_1,t_2) dt_2 \Big) +$$
$$+ N_m^2 \sigma_\varepsilon^2 \Big[\int_{-1}^{1} \frac{t_1 dt_1}{\sin^2 \vartheta_0 + t_1^2 \cos^2 \vartheta_0} \int_{-1}^{1} \frac{t_2 \exp(-r^2/a^2) dt_2}{\sin^2 \vartheta_0 + t_2^2 \cos^2 \vartheta_0} -$$
$$-2 \int_{-1}^{0} \frac{t_1 dt_1}{\sin^2 \vartheta_0 + t_1^2 \cos^2 \vartheta_0} \int_{0}^{1} \frac{t_2 \exp(-r^2/a^2) dt_2}{\sin^2 \vartheta_0 + t_2^2 \cos^2 \vartheta_0} \Big],$$

где введены следующие обозначения:

$$f_1(t_1,t_2) = \left(1 - 2N_m^2 tg^2 \vartheta_0 \tau_-^2\right) \exp(-r^2/a^2)\Big), \qquad f_2(t_1,t_2) = (1 - N_m^2 \tau_-^2 \tau_+^2) \exp(-r^2/a^2)\Big),$$
$$\frac{r^2}{a^2} = N_m^2 \tau_-^2 (tg^2 \vartheta_0 + \tau_+^2) ,$$

а также $\tau_- = t_2 - t_1, \tau_+ = (t_2 + t_1)/2$, $N = 2z_0/a$, $N_m = N \cos^2 \vartheta_0$. Заметим, что параметры N и N_m представляют собой относительную удвоенную толщину линейного слоя для случая нормального и наклонного отражения, соответственно.



(а) (б)

Рис. 1. Зависимость стандартных отклонений горизонтальных смещений луча на выходе из слоя от угла входа ϑ_0 ; а) $a = 8$ км; б) $a = 5$ км.

На рисунке 1а), б) представлены стандартные отклонения горизонтальных смещений луча, нормированные на стандарт флуктуаций диэлектрической проницаемости, на выходе из неоднородного слоя ионосферы. По оси ординат отложены величины $\Delta_x = \frac{\sigma_x}{\sigma_\varepsilon}10^{-2}, \Delta_y = \frac{\sigma_y}{\sigma_\varepsilon}10^{-2}$ в километрах при выбранных параметрах ионосферного слоя: $z_0 = 100$ км, $a = 8$км, 5км. Кривые на рисунке 1а) соответствует рассеянию на неоднородностях размером $a = 8$км, 1б) – рассеянию на неоднородностях $a = 5$км. Пунктирные кривые относятся к флуктуациям смещения вдоль оси x(в плоскости падения), сплошные – к смещению вдоль оси y(перпендикулярно плоскости падения). Видно, что интенсивность флуктуаций смещения луча в направлении, перпендикулярном плоскости падения, значительно превышает соответствующие флуктуации в плоскости падения. При этом с увеличением угла падения ϑ_0, когда происходит уменьшение толщины рассеивающего слоя, интенсивность флуктуаций горизонтальных смещений луча монотонно убывает.

При отражении ограниченного пучка от неоднородного слоя со случайными неоднородностями рассеяние приводит к уширению пучка на выходе из слоя. Если ширина пучка ℓ значительно превышает средний радиус корреляции случайных неоднородностей диэлектрической проницаемости, то можно считать, что геометрические границы пучка движутся независимо. Тогда мерой расплывания пучка по горизонтальным осям, вызванного рассеянием на неоднородностях, могут быть выбраны величины Δ_x / ℓ и Δ_y / ℓ.

Для нахождения пространственных корреляционных функций горизонтальных смещений луча на выходе из слоя следует в выражениях (6) $\frac{r^2}{a^2}$ заменить следующим соотношением: $\frac{r^2}{a^2} = (\rho + N_m tg\vartheta_0 \tau_-)^2 + \eta^2 + N_m^2 \tau_-^2 \tau_+^2$, где $\rho = \frac{x_{b2} - x_{b1}}{a}$ и $\eta = \frac{y_2 - y_1}{a}$ - относительные координаты точек наблюдения по осям x и y, соответственно. Тогда выражения для пространственных коэффициентов корреляции R_x и R_y можно найти,

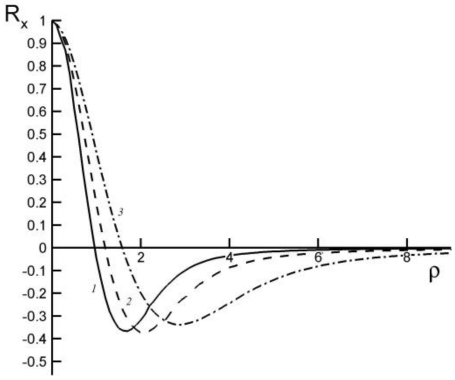


Рис. 2. Структура пространственны коэффициентов корреляции смещения луча в плоскости падения.

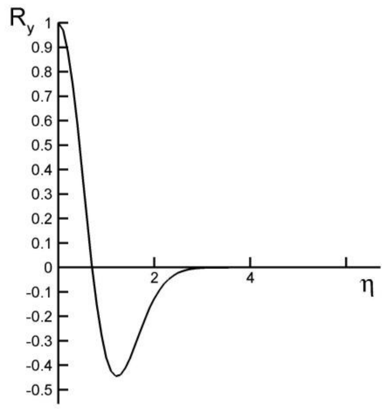


Рис. 3. Коэффициент корреляции смещения луча по оси $ó$.

используя определения: $R_x(\rho, \eta = 0, z = 0) = \frac{\langle x_2 x_1 \rangle}{\sigma_x^2}$, $R_y = \frac{\langle y_2 y_2 \rangle}{\sigma_y^2}$, где σ_x^2, σ_y^2 - дисперсии горизонтальных смещений луча на выходе из слоя. На рис.2 представлена структура пространственных коэффициентов автокорреляции флуктуаций горизонтального смещения луча для случая, когда точки наблюдения разнесены по оси x в плоскости падения. Кривые *1, 2, 3* относятся к углам падения $\vartheta_0 = 30^0, 45^0, 60^0$, соответственно, параметр N = 40 для всех кривых. Видно, что при смещении луча вдоль оси x коэффициенты автокорреляции наряду с положительными значениями принимают отрицательные, а затем плавно стремятся к нулю при увеличении расстояния между точками наблюдения.. Если точки наблюдения разнесены по оси y (рис. 3), то пространственный коэффициент автокорреляции не зависит от угла падения, а определяется функцией, $(1-2\eta^2)\exp(-\eta^2)$, то есть монотонно спадает до нуля в точке, $\eta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, а затем стремится к нулю со стороны отрицательных значений η.

Различие в структуре коэффициентов корреляции в плоскости падения и перпендикулярно ей, свидетельствует об анизотропии флуктуаций горизонтальных смещений луча при рассеянии на изотропных неоднородностях в линейном случайно-неоднородном слое. Таким образом, при наклонном распространении и рассеянии на изотропных неоднородностях диэлектрической проницаемости рефракция в среде приводит к анизотропии флуктуаций горизонтальных отклонений луча от невозмущенной траектории.

Литература

1.Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч.II. Случайные поля. М.: Наука, 1978.

2. М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. Теория волн. Москва. Наука. 1990.

3.Вологдин А.Г., Приходько Л.И., Широков И.А. // РЭ. 2010. Т 55. № 8. С. 930-935.