

## Сложные колебания в связанных системах следящей оценки параметров широкополосного псевдослучайного сигнала

В.П. Пономаренко

*Научно-исследовательский институт прикладной математики и кибернетики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», 603005, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 10, E-mail: povp@uic.nnov.ru*

*Приведены результаты исследования режимов динамического поведения в связанных системах с фазовым управлением, предназначенных для следящей оценки параметров сложного радиосигнала, в случае, когда обе подсистемы индивидуально демонстрируют только регулярные динамические состояния. Выявлена возможность возбуждения в системе сложных регулярных и хаотических несинхронных режимов.*

*Results of investigation of dynamical modes in a coupled system with phase control intended for tracking assessment of a complex signal's parameters are represented. The case is considered when both subsystems individually exhibit only regular dynamic states. Excitation of complex regular and chaotic nonsynchronous modes in the system is discovered.*

Активное использование широкополосных радиосигналов с псевдослучайной фазовой манипуляцией в системах передачи и обработки информации, в том числе в спутниковых радионавигационных системах и информационно-коммуникационных технологиях, обуславливает актуальность разработки и исследования эффективных методов оптимального приема и оценки параметров таких сигналов. Широко известными и применяемыми устройствами, реализующими квазиоптимальные алгоритмы следящей оценки фазового угла  $\vartheta(t)$  и задержки во времени  $T(t)$  псевдослучайных фазоманипулированных сигналов, являются различные варианты двухкольцевых систем синхронизации (ДСС), построенных на основе взаимодействующих автогенераторных систем с фазовой автоподстройкой частоты (ФАПЧ) и автоподстройкой задержки во времени (АПЗ) [1,2]. В связи с широко обсуждаемой сейчас в литературе проблемой создания источников хаотических колебаний на базе генераторов с фазовой автоподстройкой для использования в системах связи [3,4] требуется расширение наших представлений о процессах и явлениях нелинейной динамики, о возможных динамических режимах, которые могут демонстрировать различные структуры ДСС.

На поведение ДСС существенное влияние оказывают типы и параметры фильтров в цепях управления подсистем ФАПЧ и АПЗ и связей между подсистемами. В данной работе приведены некоторые результаты исследования динамических режимов ДСС, в которой подсистемы ФАПЧ и АПЗ взаимодействуют через однонаправленные связи, а в цепях управления частотой и задержкой используются фильтры низких частот соответственно первого и второго порядка [5]. Такие фильтры отвечают достаточно распространенным моделям динамики параметров сигнала  $\vartheta$  и  $T$  [1]. Отметим, что подсистемы ФАПЧ и АПЗ с такими фильтрами индивидуально демонстрируют только регулярные режимы поведения.

Математическую модель рассматриваемой ДСС получаем из общих уравнений для оценок  $\vartheta^*$  и  $T^*$  параметров  $\vartheta$  и  $T$ , выведенных в [1] в результате решения задачи нелинейного синтеза оптимального алгоритма приема псевдослучайного фазоманипулированного радиосигнала. Полученная модель представляется следующей нелинейной динамической системой с цилиндрическим фазовым пространством  $U = \{\varphi(\text{mod } 2\pi, u, x, v)\}$  [5]

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\tau} &= u - mR(x)\sin\varphi, \quad \varepsilon_1 \frac{du}{d\tau} = \gamma - u - (1-m)R(x)\sin\varphi, \\ \frac{dx}{d\tau} &= v, \quad \varepsilon_2 \varepsilon_3 \frac{dv}{d\tau} = \sigma - x - bD(x) - \alpha R(x)\sin\varphi - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)v. \end{aligned} \quad (1)$$

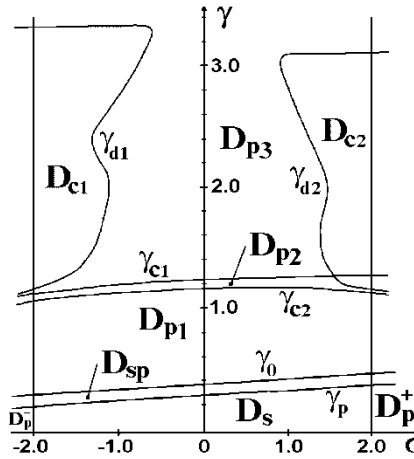
В уравнениях (1)  $\tau$  - безразмерное время,  $\varphi$  и  $x$  - текущие рассогласования фаз и задержек,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, m$  - безразмерные параметры фильтров в цепях управления,  $\gamma$  и  $\sigma$  - начальные рассогласования частот и задержек,  $b$  - коэффициент усиления по цепи управления задержкой,  $\alpha$  - степень связи через сигналы рассогласований подсистем ФАПЧ и АПЗ,  $R(x)$  и  $D(x)$  - непериодические нелинейности, определяемые зависимостями

$$R(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x \leq 0, \\ 1-x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & |x| \geq 1, \end{cases} \quad D(x) = \begin{cases} -2-x, & -2 \leq x \leq -1, \\ x, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & |x| \geq 2. \end{cases} \quad (2)$$

При исследовании системы (1), проведенном с помощью качественно-численных методов и компьютерного моделирования, основное внимание уделим динамическим режимам, развивающимся в рассматриваемой ДСС при изменении начальных рассогласований  $\gamma$  и  $\sigma$ .

На рис.1 представлена бифуркационная диаграмма на плоскости расстройек  $(\gamma, \sigma)$ , соответствующая значениям параметров  $b=10, \alpha=18, m=0.1, \varepsilon_1=10, \varepsilon_2=2, \varepsilon_3=3$ . На этой диаграмме линия  $\gamma_0$  ограничивает область  $D_0 = \{0 \leq \gamma < \gamma_0\}$  существования режима слежения ДСС, определяемого устойчивым состоянием равновесия  $A_1(\varphi_1, m\gamma, x_1, 0)$  системы (1), где  $\varphi_1 = \arcsin(\gamma / (1 - x_1 \text{sign}(\sigma - \alpha\gamma)))$ ,  $x_1 = (\sigma - \alpha\gamma) / (1 + b)$ . Величины  $\varphi_1$  и  $x_1$  характеризуют точность оценки параметров  $\vartheta$  и  $T$ . Кривая  $\gamma_p$  соответствует бифуркации петли сепаратрисы седла  $A_2(\pi - \varphi_1, m\gamma, x_1, 0)$   $A_2$ . При значениях параметров из области  $D_s = \{0 \leq \gamma < \gamma_p, -2 < \sigma < 2\}$  в ДСС устанавливается режим слежения независимо от начального состояния системы.

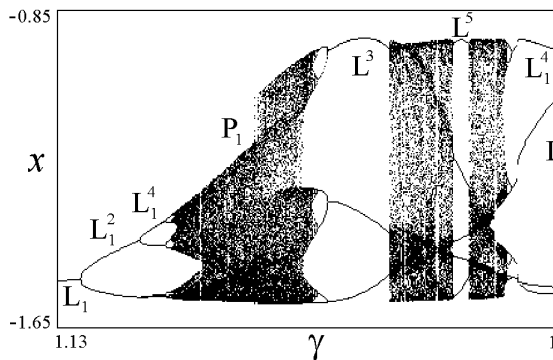
При переходе с увеличением  $\gamma$  через кривую  $\gamma_p$  из петли сепаратрисы рождается устойчивый вращательный предельный цикл  $L_0$ . Линии  $\gamma_{c1}, \gamma_{c2}$  и  $\sigma = \pm 2$  отвечают седло-узловым бифуркациям вращательных  $2\pi$  - периодических по  $\varphi$  предельных циклов. При пересечении с увеличением (с уменьшением)  $\gamma$  линии  $\sigma = 2$  (линии  $\sigma = -2$ ) появляется устойчивый предельный цикл  $S_1$  (устойчивый предельный цикл  $S_2$ ) вращательного типа в области  $x > 2$  (в области  $x < -2$ ) фазового пространства  $U$ . Вращательные предельные циклы модели (1) соответствуют асинхронным режимам ДСС с нарастанием (вращением) разности фаз  $\varphi$ . Кривые  $\gamma_{d1}$  и  $\gamma_{d2}$  соответствуют потере устойчивости вращательного предельного цикла в результате бифуркации удвоения периода. В областях параметров  $D_{sp} = \{\gamma_p < \gamma < \gamma_0\}$ ,  $D_p^+ = \{0 \leq \gamma < \gamma_p, \sigma > 2\}$  и  $D_p^- = \{0 \leq \gamma < \gamma_p, \sigma < -2\}$  модель (1) демонстрирует мультистабильное поведение - в зависимости от начального состояния в ДСС реализуется либо режим слежения, либо асинхронные режимы циклов  $L_0, S_1$  или  $S_2$ .



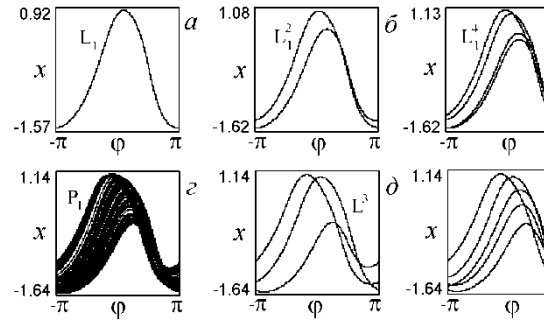
**Рис.1. Бифуркационная диаграмма динамических режимов.**

Предельный цикл  $L_0$  существует в области параметров  $D_p = \{\gamma_p < \gamma < \gamma_{c1}\}$ . При пересечении с увеличением  $\gamma$  линии  $\gamma_{c2}$  в фазовом пространстве  $U$  рождается устойчивый вращательный предельный цикл  $L_1$ . В области значений параметров  $D_{p2} = \{\gamma_{c2} < \gamma < \min(\gamma_{c1}, \gamma_{d1}, \gamma_{d2})\}$  в фазовом пространстве одновременно существуют оба цикла  $L_0$  и  $L_1$ . В области  $D_{p3}$ , выделенной частями кривых  $\gamma_{c1}$ ,  $\gamma_{d1}$  и  $\gamma_{d2}$ , существует предельный цикл  $L_1$ , а когда  $|\sigma| > 2$ , то существуют еще предельные циклы  $S_1$  или  $S_2$ . При переходе в области  $D_{c1}$  и  $D_{c2}$  через линии  $\gamma_{d1}$  и  $\gamma_{d2}$  в фазовом пространстве  $U$  появляется устойчивый двухоборотный ( $4\pi$  - периодический по  $\varphi$ ) предельный цикл  $L_1^2$  в результате бифуркации удвоения периода предельного цикла  $L_1$ .

В областях  $D_{c1}$  и  $D_{c2}$  система (1) демонстрирует сложное динамическое поведение. Численное исследование модели (1) показало, что структуры бифуркационной диаграммы  $(\sigma, \gamma)$  в областях  $D_{c1}$  и  $D_{c2}$  мало различаются. В этих областях реализуются седло-узловые бифуркации и бифуркации удвоения периода вращательных двухоборотных предельных циклов, наблюдаются переходы к хаотическим асинхронным режимам через бифуркации удвоения периода предельных циклов и через перемежаемость. Рассмотрим особенности процессов развития асинхронных режимов в системе в области  $D_{c1}$  при изменении параметров  $\gamma$  и  $\sigma$ .



**Рис.2. Эволюция режима предельного цикла  $L_1$  при изменении параметра  $\gamma$**



**Рис.3. Аттракторы модели (1) при значениях  $\sigma = -2$ ,  $\gamma = 1.13$  (a), 1.17 (б), 1.18 (в), 1.24 (г), 1.29 (д), 1.35 (е).**

На рис.2 приведена однопараметрическая бифуркационная диаграмма  $\{\gamma, x\}$ , построенная для  $\sigma = -2.2$ , а на рис.3 даны  $(\varphi, x)$ -проекции фазовых портретов аттракторов модели (1), соответствующих этой диаграмме. Диаграмма  $\{\gamma, x\}$ , приведенная на рис.2, характеризует эволюцию периодического асинхронного режима предельного цикла  $L_1$  (рис.3a) при изменении параметра  $\gamma$  от 1.13 до 1.41. В соответствии с  $\{\gamma, x\}$ -диаграммой вначале в результате последовательности бифуркаций удвоения периода

цикла  $L_1$  (рис.3б,в) образуется вращательный хаотический аттрактор  $P_1$  (рис.3г,д), далее аттрактор  $P_1$  преобразуется в трехоборотный (6л-периодический по  $\varphi$ ) предельный цикл  $L^3$  (рис.3е). Затем наблюдается жесткий переход от режима цикла  $L^3$  к хаотическому аттрактору (рис.3ж), область существования которого прерывается «окном» пятиоборотного предельного цикла  $L^5$  (рис.3з). При дальнейшем увеличении  $\gamma$  режим хаотического аттрактора преобразуется в периодический асинхронный режим двухоборотного предельного цикла  $L_1^2$ .

В области значений  $\sigma < -2.4$  процесс эволюции режима предельного цикла  $L_1$  при возрастании  $\gamma$  характеризуется следующими явлениями. Во-первых, наблюдается жесткий переход от режима хаотического аттрактора  $P_1$  к режиму предельного цикла  $L_0$ . Когда этот цикл исчезает, в системе вновь возникает режим хаотического аттрактора через перемежаемость. Рис.4, на котором приведены  $(\varphi, u)$ -проекции фазовых портретов и фрагменты реализаций  $u(\tau)$ , иллюстрирует эффект перемежаемости (рис.4а) и возникающий хаотический аттрактор (рис.4б). Зависимость  $u(\tau)$  на рис.4а характеризуется чередованием длинной регулярной стадии с относительно короткими нерегулярными выбросами, длительность которых увеличивается с возрастанием  $\gamma$ . Примечателен вид реализации  $u(\tau)$  на рис.4б – для нее характерны нерегулярные перебросы между различными колебательными состояниями.

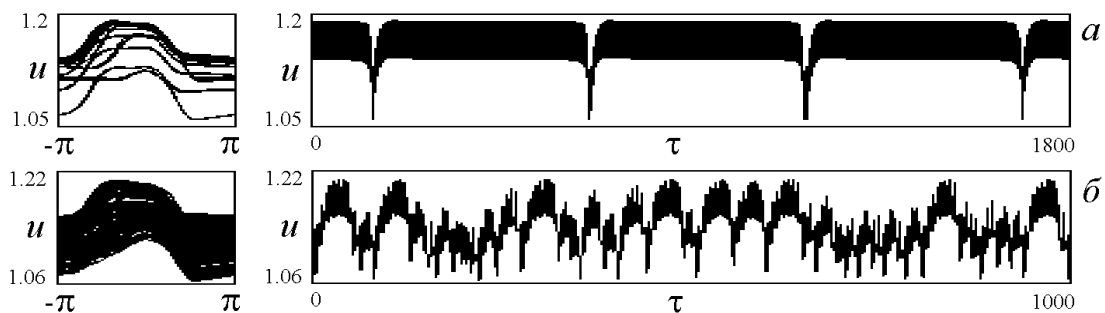


Рис.4. Переход к хаотическому режиму через перемежаемость:  
 а –  $\sigma = -2.6, \gamma = 1.1098$  ; б –  $\sigma = -2.6, \gamma = 1.133$

Во-вторых, на  $\{\gamma, x\}$ -диаграммах появляется большое количество «окон» многооборотных вращательных предельных циклов, число оборотов на которых последовательно уменьшается на единицу. При уменьшении  $\sigma$  имеет место увеличение интервалов значений  $\gamma$ , соответствующих этим окнам, и уменьшение разделяющих их интервалов хаотических движений. Этот эффект иллюстрирует бифуркационная диаграмма  $\{\gamma, x\}$ , построенная при значении  $\sigma = -2.6$  и приведенная на рис.5, она характеризует эволюцию режима предельного цикла  $L_0$  при увеличении  $\gamma$  от 1.107 до 1.37. На этой диаграмме в интервале  $1.116 < \gamma < 1.304$  отчетливо видны окна предельных циклов, число оборотов на которых уменьшается от 15 до 3. Видно также, что внутри некоторых окон реализуются прямые и обратные бифуркации удвоения периода (в окнах трех- и четырехоборотного циклов) с переходами к хаотическим асинхронным режимам.

Сопоставляя параметрических портретов  $(\sigma, \gamma)$ , построенных для различных значений параметра  $b$ , обнаруживаем эффект уменьшения и смещения в области значений

$\sigma < -2$  и  $\sigma > 2$  областей со сложными асинхронными режимами при увеличении параметра  $b$ .

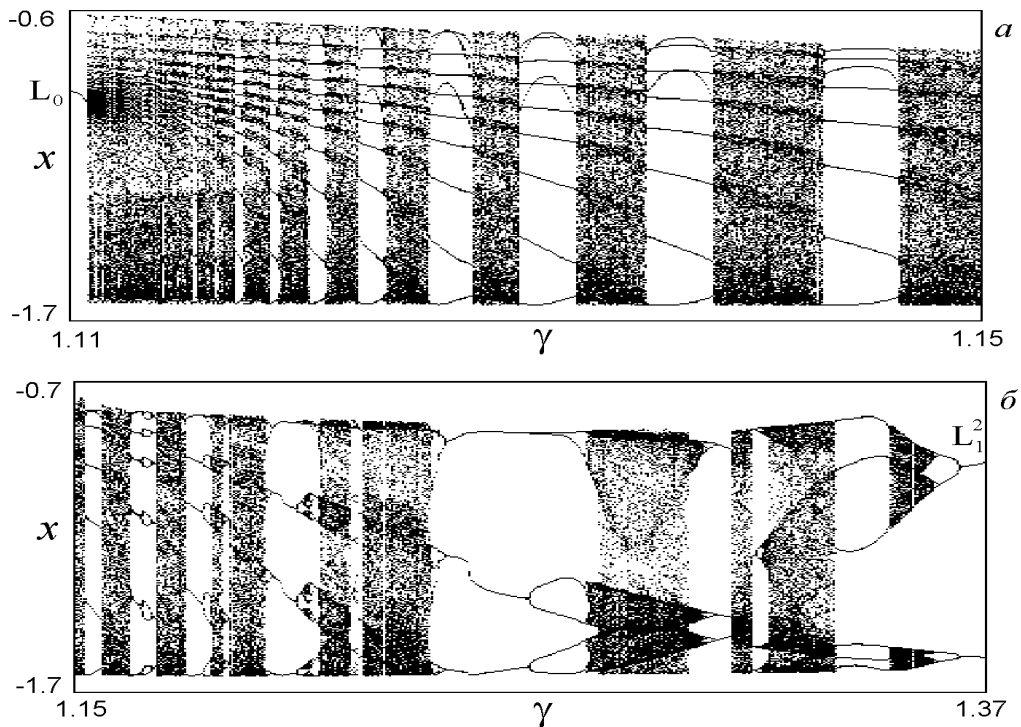


Рис.5. Развитие режима предельного цикла  $L_0$  при изменении параметра  $\gamma$

Выявленные эффекты и явления нелинейной динамики модели (1) имеют принципиальное значение для понимания и объяснения поведения рассматриваемой ДСС в процессе ввода в синхронный режим и при срыве синхронного режима в результате возмущения фазовых переменных и параметров системы. Обнаруженная богатая картина динамических режимов и бифуркационных переходов создает широкие возможности для формирования в рассматриваемой ДСС разнообразных сложных периодически-хаотических колебательных режимов при значениях параметров вне области существования режима слежения. Важно, что изменением величин начальных рассогласований частот и задержек входного и опорного сигналов и параметров цепей управления можно эффективно управлять свойствами и областями существования различных несинхронных режимов.

### Литература

1. Тузов Г.И., Сивов В.А., Прытков В.И. и др. Помехоустойчивость радиосистем со сложными сигналами / Под ред. Г.И.Тузова. – М.: Радио и связь, 1985.
2. Бабич О.А. Обработка информации в радионавигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991.
3. Дмитриев А.С., Широков М.Е. Выбор генератора для прямохаотической системы связи // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49. № 7. С. 840.
4. Дмитриев А.С., Клецов А.В., Кузьмин Л.В. Генерация сверхширокополосного хаоса в дециметровом диапазоне // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 7. С. 709-718.
5. Пономаренко В.П. Динамика нелинейной двухконтурной следящей системы с однонаправленными связями // Известия РАН. Теория и системы управления. 1999. № 1. С. 115-124.