

Синтез алгоритмов векторной фильтрации в многодиапазонных РЛС

В.Г. Андреев, В.И. Кошелев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Рязанский государственный радиотехнический университет» (ФГБОУ ВПО «РГРТУ», РГРТУ)

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, 59/1, РГРТУ, Научно-образовательный центр технологии обработки радиолокационных и навигационных сигналов при кафедре РТС; e-mail: andrejev@rsreu.ru; http://andrejev.chat.ru; koshelev.v.i@rsreu.ru

Рассмотрена задача построения векторного фильтра обеления коррелированных помех в многодиапазонных РЛС. Синтез фильтра осуществлён на основе авторегрессионной модели радиолокационного сигнала, представленного многомерными коррелированными наблюдениями, полученными одновременно. Предложено использовать переопределённую векторную авторегрессионную модель (VAR). Показано, что её применение даёт возможность на четырёхкомпонентной экспериментальной выборке увеличить на 10...15 дБ коэффициент подавления коррелированных помех по сравнению с обычной векторной авторегрессией того же порядка $p=2$. Выигрыш достигается за счёт учета ошибок линейного предсказания, выходящих за длину p лага.

В многодиапазонных РЛС результаты наблюдений за объектом, поступающие по M различным частотным каналам, могут быть представлены в виде реализации \mathbf{X} дискретного марковского векторного M -мерного ($M \geq 2$) случайного процесса конечной связанности:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_0; \mathbf{x}_1; \dots; \mathbf{x}_t; \dots; \mathbf{x}_{T-1}], \quad (1)$$

где $\mathbf{x}_t = [x_{0,t}; x_{1,t}; \dots; x_{m,t}; \dots; x_{M-1,t}]^T$ — M -мерный векторный t -й временной отсчёт процесса наблюдения; $x_{m,t}$ — значение t -го наблюдения в m -м канале; T — количество векторных отсчётов \mathbf{x}_t в реализации \mathbf{X} ; $m=0, 1, \dots, M-1$; $t=0, 1, \dots, T-1$; T — знак транспонирования.

При наличии нескольких каналов наблюдения обычно используют два подхода. Первый из них предполагает объединение всех M каналов путём их аддитивного взвешенного суммирования для последующего скалярного спектрального анализа. Второй подход состоит в выявлении одного канала, в котором зафиксированы наибольшие изменения интенсивности, для дальнейшей обработки. Оба этих подхода неполно используют информацию о межканальной корреляции, неявно полагая либо синхронное изменение объединяемых компонент векторного процесса \mathbf{X} , либо, при исключении $M-1$ каналов из рассмотрения, отсутствие статистической связи между каналами наблюдения [1]. Фактически оба подхода сводят векторную задачу к скалярной, ограничиваясь временным рядом \mathbf{x} :

$$\mathbf{x} = [x_0; x_1; \dots; x_t; \dots; x_{T-1}], \quad (2)$$

где $x_t = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_t$, $t=0, 1, \dots, T-1$; $\mathbf{w}^T = [w_0; w_1; \dots; w_m; \dots; w_{M-1}]$ — весовой вектор аддитивной суммы M каналов наблюдения; $0 \leq w_m \leq 1$, $m=0, 1, \dots, M-1$.

При выделении только одного канала достаточно положить не соответствующие ему компоненты w_m весового вектора \mathbf{w} нулевыми, а при объединении всех каналов выбрать коэффициенты из условия $1 \geq w_m > 0$. В частности, предположение о равном вкладе всех M компонент приводит к их простому сложению с единичными весами $w_m=1$. Преимущества подобного перехода от векторной задачи анализа M -компонентной реализации \mathbf{X} к скалярной обработке одномерного процесса \mathbf{x} состоят в существенном упрощении алгоритма обработки для выявления информационных признаков из массивов наблюдений. Однако платой за подобное упрощение служит

резкое снижение эффективности обработки радиотехнических сигналов. Поэтому ниже использован векторный подход, предполагающий совместную обработку всех M компонент векторных отсчётов \mathbf{x}_t .

Математическое описание реализации \mathbf{X} векторного процесса линейной авторегрессионной моделью предполагает, что текущий M -компонентный отсчёт \mathbf{x}_t может быть выражен через аддитивную взвешенную сумму p предыдущих отсчётов этого процесса [2]:

$$\mathbf{x}_t = \sum_{k=1}^p \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ — M -мерный вектор-столбец t -го векторного отсчёта $\boldsymbol{\varepsilon}_t = [\varepsilon_{0,t}; \varepsilon_{1,t}; \dots; \varepsilon_{m,t}; \dots; \varepsilon_{M-1,t}]^T$ реализации $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_0; \boldsymbol{\varepsilon}_1; \dots; \boldsymbol{\varepsilon}_t; \dots; \boldsymbol{\varepsilon}_{T-p-1}]$ векторного процесса ошибки линейного предсказания; $\mathbf{A}_k = [A_{j,i_k}]$ — $(M \times M)$ -мерная матрица k -го коэффициента линейного предсказания, $j=0, 1, \dots, M-1; i=0, 1, \dots, M-1$.

Векторный фильтр моделирования M -мерного процесса наблюдения, который представляет собой мультиспектральные радиоотражения от протяжённых мешающих объектов (пассивные помехи), реализует процедуру (3) в следующем виде [3]:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{x}_t - \sum_{k=1}^p \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{t-k}, \quad (4)$$

где M -мерный вектор-столбец $\mathbf{y}_t = [y_{0,t}; y_{1,t}; \dots; y_{m,t}; \dots; y_{M-1,t}]^T$ имеет смысл t -го временного отсчёта \mathbf{y}_t реализации $\boldsymbol{\varepsilon}$ процесса ошибки линейного предсказания в том случае, если под \mathbf{x} подразумевается исходный векторный коррелированный процесс; реализация $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_0; \mathbf{y}_1; \dots; \mathbf{y}_t; \dots; \mathbf{y}_{T-p-1}]$ представляет собой фрагмент модельного процесса, когда на вход фильтра подаётся векторный белый гауссовский шум, т.е. $\mathbf{x}_t = [u_{0,t}; u_{1,t}; \dots; u_{m,t}; \dots; u_{M-1,t}]^T$, где $u_{m,t}$ — t -ый отсчёт комплексного белого гауссовского шума на m -ом входе векторного авторегрессионного фильтра.

Ключевым моментом при практической реализации процедур (3), (4) векторной фильтрации является нахождение коэффициентов A_{j,i_k} , с наборами которых производится свёртка серий дискретных отсчётов радиотехнических сигналов. Определение $M^2 p$ компонент A_{j,i_k} матричных коэффициентов \mathbf{A}_k производится на основе предположения, что векторный процесс ошибки представляет собой некоррелированный шум, т.е. все $M \cdot T$ компонент $\varepsilon_{m,t}$ реализации $\boldsymbol{\varepsilon}$ статистически независимы.

Для нахождения неизвестных p $(M \times M)$ -мерных коэффициентов \mathbf{A}_k удобно представить их как единую $(M \times pM)$ -мерную матрицу $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1; \mathbf{A}_2; \dots; \mathbf{A}_k; \dots; \mathbf{A}_p]$, которая является аналогом вектора коэффициентов скалярной линейной авторегрессии при описании однокомпонентного процесса вида (2). Тогда уравнение (3) можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (5)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}$ — pM -мерный вектор-столбец предыдущих $t-p$ значений реализации \mathbf{X} , которые сгруппированы последовательно. Структура вектора $\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}$ показана ниже:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}^T = [\mathbf{x}_{t-1}^T; \mathbf{x}_{t-2}^T; \dots; \mathbf{x}_{t-k}^T; \dots; \mathbf{x}_{t-p}^T].$$

Для нахождения всей группы из p матричных коэффициентов \mathbf{A} векторной авторегрессии помножим обе части уравнения (5) справа на вектор $\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}^{T*}$:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}}_{t-1} \tilde{\mathbf{x}}_{t-1}^{T*} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \tilde{\mathbf{x}}_{t-1}^{T*}, \quad (6)$$

где $*$ — знак комплексного сопряжения. Усредняя (6) по t , получаем аналог скалярного уравнения Юла-Уолкера для авторегрессионного процесса в векторном

виде:

$$\mathbf{k} = \mathbf{A}\mathbf{K} + \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{A} = \mathbf{k}\mathbf{K}^{-1}, \quad (7)$$

где \mathbf{k} — $(M \times pM)$ -мерная автоковариационная матрица описываемого векторного процесса; $\mathbf{0}$ — $(M \times pM)$ -мерная нулевая матрица, отражающая предполагаемое отсутствие ковариации между процессом $\boldsymbol{\varepsilon}$ ошибки и отсчётами исходного процесса; \mathbf{K} — $(pM \times pM)$ -мерная ковариационная матрица процесса \mathbf{X} , имеющая структуру теплицевой и эрмитовой блочной ленточной матрицы:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_0 & \mathbf{K}_1 & \dots & \mathbf{K}_{p-1} \\ \mathbf{K}_1^{\text{T}*} & \mathbf{K}_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_{p-1}^{\text{T}*} & \dots & \mathbf{K}_1^{\text{T}*} & \mathbf{K}_0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где подматрицы \mathbf{K}_k , $k=0, 1, \dots, p-1$, имеют смысл обобщённых матричных коэффициентов ковариации k -го порядка векторного процесса. Коэффициент \mathbf{K}_k может быть представлен как $(M \times M)$ -мерная матрица следующего вида:

$$\mathbf{K}_k = \begin{bmatrix} K_{0,0k} & \dots & K_{0,mk} & \dots & K_{0,M-1k} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ K_{m,0k} & \dots & K_{m,mk} & \dots & K_{m,M-1k} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ K_{M-1,0k} & \dots & K_{M-1,mk} & \dots & K_{M-1,M-1k} \end{bmatrix},$$

где $K_{j,mk}$ — коэффициент ковариации k -го порядка между j -м и m -м процессами, входящими в качестве компонент в рассматриваемый векторный процесс, $j, m=0, 1, \dots, M-1$.

При $j=m$ величина $K_{j,mk}$ представляет собой автоковариационный коэффициент k -го порядка m -го процесса. Аналогично структуре \mathbf{K} в (8) $(M \times pM)$ -мерная автоковариационная матрица \mathbf{k} имеет вид:

$$\mathbf{k} = [\mathbf{K}_1 \mid \mathbf{K}_2 \mid \dots \mid \mathbf{K}_p]. \quad (9)$$

Матрицу \mathbf{P} мощностей возбуждающего шума с мерностью $(M \times M)$ можно получить, решая линейную систему уравнений вида:

$$[\mathbf{P}; \mathbf{0}] = [\mathbf{I}; -\mathbf{A}] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_0 & \mathbf{K}_1 & \dots & \mathbf{K}_p \\ \mathbf{K}_1^{\text{T}*} & \mathbf{K}_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_p^{\text{T}*} & \dots & \mathbf{K}_1^{\text{T}*} & \mathbf{K}_0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где \mathbf{I} — $(M \times M)$ -мерная единичная матрица. Отметим, что система (10) представляет собой обобщённое уравнение Юла-Уолкера для авторегрессионного процесса при его векторном представлении и получена из (8), (9) путём дополнения матрицы \mathbf{K} левым верхним окаймлением в виде матрицы \mathbf{k} :

$$[\mathbf{I}; -\mathbf{A}] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_0 & \mathbf{k} \\ \mathbf{k}^{\text{T}*} & \mathbf{K} \end{bmatrix} = [\mathbf{P}; \mathbf{0}]. \quad (11)$$

Тогда искомая матрица \mathbf{P} дисперсий M -мерного возбуждающего шума находится из упрощенной системы линейных уравнений:

$$\mathbf{P}=[\mathbf{I}; -\mathbf{A}] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_0 \\ \dots \\ \mathbf{k}^{\text{T}*} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Общим недостатком изложенного подхода является отсутствие возможности учёта при нахождении параметров \mathbf{A} старших (при $k > p$) матричных коэффициентов \mathbf{K}_k ковариации.

Вместе с тем наращивание лага p , т.е. порядка векторной модели, не только придаёт ей излишнюю громоздкость, но и может вызвать появление ложных спектральных пиков, что затрудняет последующее подавление мешающих радиоотражений.

Ложные спектральные пики возникают из-за неточных оценок коэффициентов ковариации старших порядков k , что обусловлено ограниченностью числа T отсчётов \mathbf{x}_t исследуемой выборки \mathbf{X} процесса. Однако низкие порядки p модели часто не дают возможность получить удовлетворительные спектральные оценки из-за неадекватности модели реальному процессу. Это обусловлено тем, что реальная связность исследуемого марковского процесса может оказаться выше, чем p .

Предлагается компромиссное решение, которое состоит в построении переопределённой векторной модели небольшого порядка $p=1\dots 10$, учитывающей дополнительные старшие коэффициенты ковариации \mathbf{K}_k при $(p+c) \geq k > p$, где c — глубина переопределённости модели.

При одновременном учёте серии из c ошибок $\boldsymbol{\varepsilon}_t, \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{t+c}$ векторного линейного предсказания выражение (5) модифицируется [4]:

$$[\mathbf{x}_t; \mathbf{x}_{t+1} \dots; \mathbf{x}_{t+c}] = \mathbf{A}_p [\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}; \tilde{\mathbf{x}}_t; \dots; \tilde{\mathbf{x}}_{t+c-1}] + [\boldsymbol{\varepsilon}_t; \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}; \dots; \boldsymbol{\varepsilon}_{t+c}], \quad (13)$$

где \mathbf{A}_p — матрица коэффициентов переопределённой векторной авторегрессионной модели.

Для решения переопределённой системы (13) из $(c+p+1)$ матричных линейных уравнений с глубиной переопределённости c помножим обе части (13) на матрицу $[\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}; \tilde{\mathbf{x}}_t; \dots; \tilde{\mathbf{x}}_{t+c-1}]^{\text{T}*}$, обобщив полученное ранее выражение (6):

$$\begin{aligned} & [\mathbf{x}_t; \mathbf{x}_{t+1} \dots; \mathbf{x}_{t+c}] [\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}; \tilde{\mathbf{x}}_t; \dots; \tilde{\mathbf{x}}_{t+c-1}]^{\text{T}*} = \\ & = \mathbf{A}_p [\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}; \tilde{\mathbf{x}}_t; \dots; \tilde{\mathbf{x}}_{t+c-1}] [\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}; \tilde{\mathbf{x}}_t; \dots; \tilde{\mathbf{x}}_{t+c-1}]^{\text{T}*} + \\ & + [\boldsymbol{\varepsilon}_t; \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}; \dots; \boldsymbol{\varepsilon}_{t+c}] [\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}; \tilde{\mathbf{x}}_t; \dots; \tilde{\mathbf{x}}_{t+c-1}]^{\text{T}*}. \end{aligned} \quad (14)$$

После усреднения по t и учёта обстоятельства некоррелированности отсчётов $\boldsymbol{\varepsilon}_{m,t}$ реализации $\boldsymbol{\varepsilon}$ процесса ошибки линейного предсказания выражение (14) приобретает вид, аналогичный (7):

$$\mathbf{k}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{K}_p + \mathbf{0}_p \Leftrightarrow \mathbf{A}_p = \mathbf{k}_p \mathbf{K}_p^{-1}, \quad (15)$$

где $\mathbf{k}_p, \mathbf{K}_p$ — прямоугольная $(M \times pM)$ -мерная и квадратная $(pM \times pM)$ -мерная матрицы обобщённой ковариации, аналогичные по структуре приведённым в (8), (9) (соответственно). Матрицу мощностей \mathbf{P}_p возбуждающего шума для переопределённой модели можно получить по выражению, аналогичному (12), заменив в нём матрицу \mathbf{A} на найденные по (15) значения \mathbf{A}_p :

$$\mathbf{P}_p = [\mathbf{I}; -\mathbf{A}_p] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_0 \\ \dots \\ \mathbf{k}^{\text{T}*} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Проанализируем предлагаемую методику с целью выработки рекомендаций по оптимизации порядков векторных фильтров подавления помех на примере описания экспериментальной M -мерной последовательности \mathbf{X} , состоящей из T дискретных временных отсчётов.

В качестве критерия эффективности обработки используем коэффициент подавления коррелированных помех, поступающих по разным каналам наблюдений.

Примем в их качестве две пары квадратурных составляющих протектированных радиоотражений в двухчастотной радиолокационной системе с разносом частот на одну октаву (число каналов наблюдения $M=4$). Количество импульсов в пачке (длину выборки) примем $T=1000$. Входная выборка представляет собой синусоидальные колебания с частотами F_1 , F_2 и аддитивным белым гауссовским шумом с относительной мощностью P_n . Тогда компоненты $x_{m,t}$ векторного отсчёта \mathbf{x}_t мешающего процесса могут быть представлены в следующем виде:

$x_{0,t}=A_1\cos(2\pi F_1t+\varphi_1)$; $x_{1,t}=A_1\sin(2\pi F_1t+\varphi_1)$; $x_{2,t}=A_0\cos(2\pi F_2t+\varphi_2)$; $x_{3,t}=A_0\sin(2\pi F_2t+\varphi_2)$, где A_1, A_0 ; F_1, F_2 — амплитуды и частоты процесса в первом и втором частотном каналах (соответственно);

φ_1, φ_2 — начальные фазы процесса в первом и втором частотных каналах.

Кроме того, предполагается, что на все каналы наблюдения воздействует аддитивный белый гауссовский шум с нулевым средним и мощностью P_n .

С целью анализа алгоритма подавления (4) мешающих радиоотражений в многодиапазонных РЛС произведено имитационное моделирование процесса обработки. При этом были приняты следующие параметры помех: $A_1=A_2=1$; $F_1=10$; $F_2=20$; $P_n=0,1$. Поскольку от величин φ_1, φ_2 качество подавления помех, как показали эксперименты, не зависит, то фазы выбраны произвольно. Определяющую роль играет количество наблюдаемых периодов мешающего процесса в выборке T . Поэтому эффективность подавления помехи в первой паре каналов ниже, чем во второй паре каналов наблюдения, где частота вдвое выше ($F_2=2F_1$). Этот факт иллюстрируется на рис., на котором представлены зависимости коэффициентов $K_{\text{пп}}$ подавления помех от величины c переопределённости для векторного обесвечивающего фильтра порядка $p=2$.

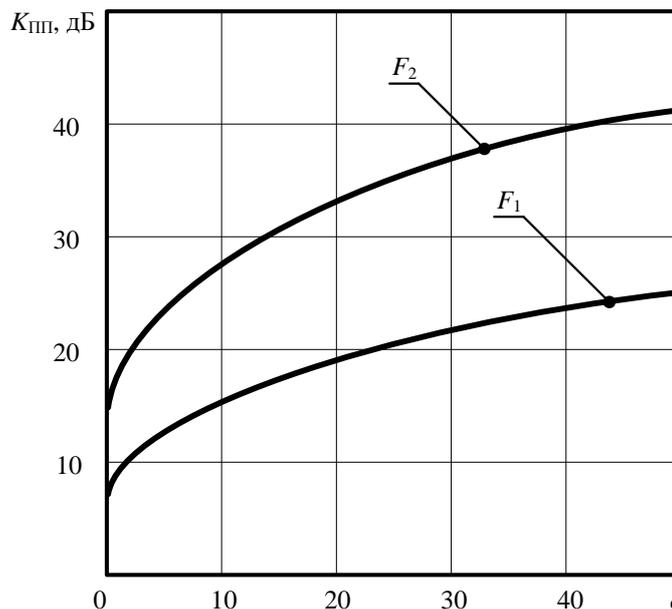


Рис. 1. Зависимость коэффициента подавления помех от глубины переопределённости

Анализ рис. 1. показывает, что имеет место рост коэффициента $K_{\text{пп}}$ подавления помех в каждой из двух пар $M=4$ каналов с увеличением глубины c переопределённости. Поскольку первая пара каналов ($m=0, 1$) задействована для обработки низкочастотной (F_1) компоненты входного процесса, а вторая пара ($m=2, 3$) — низкочастотной (F_2), то приводятся две соответствующие кривые. Выигрыш в подавлении высокочастотной компоненты выше, что объясняется большим количеством периодов процесса на интервале T наблюдения и, как следствие, более точной настройкой фильтра второй парой каналов ($m=2, 3$) на частоту F_2 помехи.

Отметим, что наращивание величины c свыше 30...45 не даёт существенного прироста в качестве подавления мешающих радиоотражений. Поэтому на практике целесообразно руководствоваться рекомендацией: $c < 20...30$. Вместе с тем, для больших ($p > 20$) порядков обеляющих фильтров использование переопределённости не даёт столь ощутимого эффекта, как в приведённом примере. Это объясняется тем, что связность Марковской модели процесса оказывается близкой к p , что ограничивает преимущества нахождения по (15) коэффициентов обеляющего фильтра по сравнению с известным расчётом по (7) [5].

Таким образом, показана возможность повышения эффективности обработки радиотехнических процессов путём введения в векторную авторегрессионную (VAR) модель небольшого ($p < 10$) порядка переопределённости оптимизируемой глубины c . В приведённом примере выигрыши в коэффициенте подавления $K_{\text{ПП}}$ коррелированных помех составляют 10...15 дБ и достигаются за счёт учёта группы старших матричных коэффициентов \mathbf{K}_k ковариации при нахождении матрицы \mathbf{A}_p коэффициентов векторного обеляющего фильтра.

Литература

1. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов.— М.: Мир, 1988.— 488 с.
2. Juselius K. The cointegrated VAR model. Methodology and applications.— New York: Oxford University Press Inc., 2006.— 440 p.
3. Takamitsu Kurita, Nielsen B. Cointegrated Vector Autoregressive Models with Adjusted Short-Run Dynamics // Quantitative and Qualitative Analysis in Social Sciences.— 2009.— Volume 3.— Issue 3.— PP. 43-77.— (Режим доступа: http://www.qass.org.uk/2009/Vol_3/paper3.pdf).
4. Андреев В.Г., Кирьяков А.А. Векторный анализ процессов регуляции физиологических функций человека // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета.— № 4.— Выпуск 34.— Рязань: РГРТУ, 2010.— С. 19-24.
5. Андреев В.Г. Оптимизация моделей многомерных сигналов спутниковых навигационных систем // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета.— № 2.— Выпуск 40.— Рязань: РГРТУ, 2012.— С. 30-34.