## Моделирование распространения частотно-модулированного радиоизлучения в ионосферной плазме

## А.С. Крюковский, Д.С. Лукин, Д.В. Растягаев, Ю.И. Скворцова

Негосударственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Российский новый университет» Москва, ул. Радио, 22, Kryukovsky@rambler.ru

На основе численного решения пространственно-временной бихарактеристической системы Гамильтона выполнено моделирование односкачкового и двухскачкового распространения частотно-модулированных сигналов в анизотропной ионосферной плазме. Источник излучения точечный, расположен вне магнитоактивной плазмы, частотная модуляция декаметровых радиоволн линейная, амплитуда магнитного поля постоянная. Рассмотрена модель ионосферной плазмы с волнообразным возмущением. Проанализированы особенности выхода обыкновенной и необыкновенной волны из плоскости распространения, образование каустик пространственно временных геометрооптических лучей и доплеровское изменение частоты.

On the basis the numerical solution of space – time bi-characteristic Hamiltonian system the modeling of single jumping and double jumping propagation of frequency-modulated signals in anisotropic ionospheric plasma is executed. The source point of radiation is outside of magnetically active plasma, frequency modulation of decameter radiowaves is linear, and amplitude of a magnetic field is constant. The model of ionospheric plasma with wavy perturbations is considered. The features of an ordinary and unusual wave exit from a plane of propagation, formation of caustics of space-time geometrical optics rays and Doppler frequency are analyzed.

В работе исследовано распространение частотно-модулированных (ЧМ) сигналов в магнитоактивной ионосферной плазме. Активное использование радиоволн декаметрового диапазона для обеспечения дальней радиосвязи, радионавигации, радиолокации, загоризонтного радиозондирования, а также изучения структуры ионосферы (см., например, [1-3]), определяет актуальность работы. Целью работы является исследование особенностей распространения обыкновенных необыкновенных радиоволн для стационарных и нестационарных моделей ионосферы.

При моделировании лучевых траекторий в анизотропной, неоднородной, нестационарной среде бихарактеристическая система уравнений с гамильтонианом:

$$\Gamma = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon$$
<sup>(1)</sup>

имеет вид [4] (см. также [5,6]):

$$\frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial\Gamma}{\partial\omega} \qquad , \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\partial\Gamma}{\partial t}, \qquad \frac{d\vec{r}}{d\tau} = \frac{\partial\Gamma}{\partial\vec{k}}, \qquad \frac{d\vec{k}}{d\tau} = -\frac{\partial\Gamma}{\partial\vec{r}}, \qquad (2)$$

где  $\tau$  – параметр вдоль лучевой траектории,

 $\vec{r} = (x, y, z)$  – координаты точки наблюдения,

 $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$  – волновой вектор,

ω – круговая частота излучения,

с – скорость света,

*t* – групповое время,

 $\varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega)$  – эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения, зависящая от электронной концентрации *N* в фиксированной точке пространства,

магнитного поля Земли  $\vec{H}_0$  и типа волны (обыкновенная и необыкновенная волна) (см., например, [4, 7]).

Предполагается, что источник излучения точечный, находится вне магнитоактивной плазмы и расположен в начале координат, а начальный волновой вектор  $\vec{k}(0)$  параметрически зависит от углов выхода луча ( $\zeta$ ,  $\eta$ ):

Будем считать, что сигнал линейно ЧМ (ЛЧМ), то есть [5]:

$$\omega(0) = \omega_0 (1 + \delta \tau_0), \qquad t(0) = \tau_0.$$
(3)

Амплитуда магнитного поля предполагается постоянной, а ориентация напряжённости магнитного поля относительно локальной системы координат задается двумя постоянными углами  $\gamma$  и  $\varphi$ . Рассмотрим распространение ЛЧМ сигнала в неоднородной, анизотропной среде (ионосферной плазме) с учётом влияния магнитного поля Земли. Пусть распространение волны изначально осуществляется в плоскости (*x*, *z*). Рассмотрим модель двухслойной ионосферной плазмы, для которой профиль электронной концентрации имеет вид [6-8]:

$$N(\vec{r}) = N_0 g \left\{ \exp \frac{1}{2} \left[ 1 - \theta - \exp(-\theta) \right] + \beta \exp \left[ -\left(\frac{z - z_{02}}{z_{m2}}\right)^2 \right] \right\}, \ \theta = \frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2}$$
(4)

где

$$g = 1 - \gamma_x \frac{x}{x_g} \sin\left(2\pi (x - V \cdot t) / \lambda_g\right), \tag{5}$$

 $N_0$  – электронная концентрация в максимуме слоя *F2*,

 $z_{01}$  – высота максимума слоя *F2*,

*z*<sub>*m*1</sub> – условная полутолщина слоя *F*2,

 $\beta$  — безразмерный коэффициент, характеризующий степень ионизации нижнего слоя *E* по отношению к слою *F2*,  $z_{02}$  — высота максимума слоя *E*,

*z*<sub>*m*2</sub> – условная полутолщина слоя *E*.

Коэффициент *g* описывает влияние горизонтального градиента (глубина  $\gamma_g$ , масштаб  $x_g$ ) и волнообразного возмущения в плазме; *V* и  $\lambda_g$  – скорость и длина гравитационной волны соответственно. При вычислении применялись следующие значения параметров:  $N_0 = 2 \, 10^6 \, \text{см}^{-3}$ ,  $H_0 = 0.36 \, \text{Э}$ ,  $z_{m1} = 140 \, \text{км}$ ,  $z_{01} = 300 \, \text{км}$ ,  $z_{m2} = 40 \, \text{км}$ ,  $z_{02} = 100 \, \text{км}$ ,  $\zeta = 0$ ,  $\gamma = 3\pi/4$ ,  $\varphi = \pi/2$ ,  $V = 200 \, \text{м/c}$ ,  $\lambda_g = 50 \, \text{км}$ ,  $x_g = 500 \, \text{км}$ ,  $\beta = 0.1$ .

На рис. 1 показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в случае распространения обыкновенной волны в плоскости (*x*,*z*) при  $\beta=0,1$  [9]. При вычислении применялись следующие значения:  $\eta=80$ ,  $f_0 = \omega_0 /(2 \pi)=3,5$  МГц;  $0 \le \tau_0 \le 2790$  мс,  $\gamma_x = 0$ . Сначала лучи, соответствующие всем частотам идут по одной траектории, но, попадая в плазменный слой, их пути разделяются: высокие частоты просачиваются, а низкие частоты возвращаются на землю. Формально правее мертвой зоны всюду на земле может быть принят сигнал. Однако, за исключением области, близкой к границе мертвой зоны, интенсивность сигнала (в силу лучевой расходимости) мала.



Лучевая структура в плоскости (x,z) – рис.1.; в плоскости (y,z) – рис.2. и в плоскости (t, z) – рис. 3.

Следует отметить, что угол наклона траектории на начальном отрезке и угол наклона предельного луча после выхода из слоя совпадают, поскольку на этих участках волна распространяется со скоростью света. На рис. 1 видно, что с ростом частоты лучи сначала отражаются от слоя E, а потом возникает переходная область к слою F. При этом лучи, отраженные от слоя E, засвечивают на земле всю область справа, но с минимальной интенсивностью.

На рис. 2 показаны проекции лучевых траекторий на плоскость (y, z). При отсутствии магнитного поля все проекции лучей соответствовали бы линии y=0. Так как горизонтальные градиенты в данных расчетах отсутствуют, лучи возвращаются на землю после отражения от слоя по первоначальным траекториям и не видны. Проходящие лучи ионосфера «сдвигает» в положительном направлении оси y. Небольшие сдвиги у меньших частот, соответствующих так называемым «лучам Педерсена». Можно подобрать такую частоту, для которой сдвиг будет любой наперед заданной величиной, однако в силу расходимости лучевого потока интенсивность поля, образованного такими лучами будет ничтожна. Следует также отметить характерный «выброс вправо», описывающий выход из основной плоскости распространения лучей в результате взаимодействия со слоем E.

На рис. З представлено распространение обыкновенной волны в плоскости (*t*, *z*). Видно, что семейство пространственно-временных лучей, отражающихся от ионосферы и имеющих огибающую, образует пространственно-временную каустику с краем (краевая катастрофа В<sub>3</sub>) (подробнее см. в [10, 11], а также работу [12] и ссылки в ней). Для наглядности при расчете было взято в два раза больше лучей, чем на всех других рисунках.

Рассмотрим теперь двухскачковое распространение [13]. На рис. 4 показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в случае распространения необыкновенной волны в плоскости (*x*,*z*) при наличии горизонтальных градиентов, то есть при  $\gamma_x = 0,15$ . В отличие от предыдущего раздела, предполагалось, что угол  $\eta=64^\circ$ ,  $f_0 = \omega_0 /(2 \pi)= 3$  МГц,  $0 \le \tau_0 \le 1$  с,  $\delta=5$ . Лучи, не прошедшие ионосферных слоев, возвращаются на землю, отражаются от земли, возвращаются в ионосферу, а затем еще раз отражаются от ионосферных слоев *E* или *F*, возвращаются на землю и т.д. Показано только одно отражение от Земли.



Следует обратить внимание на характерные искажения лучевых траекторий под действием волнообразного возмущения. Видно, что каустика (огибающая лучей

второго скачка) промодулирована волнообразным возмущением, возникают точки заострения (точки возврата траекторий). Эти эффекты еще более заметны при увеличении угла  $\eta$ .

На рис. 5 приведены проекции лучевых структур на землю, то есть показано распространение лучей в плоскости (x, y) с учетом горизонтальных градиентов. Лучи, отраженные от ионосферы и вернувшиеся на землю как после первого, так и после второго скачка, образуют сложные каустические структуры, а семейство лучей, прошедших ионосферный слой, распространяется вдоль оси x.

На рис. 6 показаны проекции лучевых траекторий на плоскость (y, z). Хорошо различимо влияние слоев E и F. Если бы магнитное поле Земли отсутствовало, все проекции лучей соответствовали бы линии y=0. Поэтому лучи, возвращающиеся на землю после отражения от слоя, были бы не видны при отсутствии горизонтальных градиентов, так как идут назад по первоначальным траекториям. Проходящие же лучи ионосфера «сдвигает» в положительном направлении оси y. При этом набольшие сдвиги у меньших частот, соответствующих так называемым «лучам Педерсена» [5]. На рис. 6 лучи, возвращаются на землю после отражения от слоя по разным траекториям из-за наличия горизонтальных градиентов. В этой проекции лучевые структуры первого и второго скачка сильно перекрываются.

На рис. 7-8 представлено распространение необыкновенной волны в плоскости (*t*, *z*).



На рис. 7. показана полная пространственно-временная лучевая структура для двух скачков и с учетом горизонтальных градиентов. Видно, что семейство пространственно-временных лучей, отражающихся от ионосферы и имеющих огибающую, образует пространственно-временную каустику с краем (краевая катастрофа В<sub>3</sub>) (см. [5, 13], а также работы [10-12]). На рис. 8 та же структура показана подробнее с учетом волнообразного возмущения. Пары лучей (экстремумов) соответствуют двум скачкам.

На рис. 9 и рис. 10 показано доплеровское изменение частоты луча вдоль оси *x*, возникающее при прохождении области ионосферы, содержащей волнообразное возмущение.



Доплеровское изменение частоты (x,  $\Delta f$ ). Один скачок – рис. .9, два скачка – рис. 10.

Видно, что при рассматриваемых параметрах изменение частоты может достигать 2 Гц, хотя для большинства лучей это отклонение на порядок меньше.

Таким образом, в работе рассмотрены особенности распространения частотномодулированных сигналов в двухслоевой анизотропной ионосферной плазме как в случае обыкновенной, так и необыкновенной электромагнитной волны при наличии и отсутствии горизонтальных градиентов и волнообразного возмущения. Основным инструментом исследования являлась бихарактеристическая система дифференциальных уравнений, неизвестным в которой являются не только координаты и компоненты волнового вектора, но также частота и время. Исследовано распространение декаметровых радиоволн в случае односкачкового и двухскачкового распространения. Проанализированы особенности выхода как обыкновенной, так и необыкновенной волны из плоскости распространения, а также образование каустики пространственно временных геометрооптических лучей.

Дальнейшие исследования особенностей распространения частотномодулированных радиоволн в анизотропных средах требует расчета электромагнитных полей при наличии сложной каустической структуры, что обеспечивает метод канонического оператора Маслова (см. [4, 14]) и волновая теория катастроф [12]. Кроме того, для адекватного описания распространения радиоволн в ионосфере Земли, целесообразно строить динамические модели [15], используя различные модели магнитного поля Земли [16] и профили электронной концентрации, восстановленные по данным радиотомографии [17,18].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 15-02-04206-а, № 13-07-00937-а, ОФИ\_М № 13-02-12121).

## Литература

1. Иванов Д. В. Методы и математические модели исследования распространения в ионосфере сложных декаметровых сигналов и коррекции их дисперсионных искажений. Монография. Йошкар-Ола: Марийский гос. технический ун-т. 2006. 266 с.

2. Иванов В. А., Иванов Д. В., Лащевский А. Р., Рябова М. И. Исследование дисперсионных искажений широкополосных элементов непрерывного ЛЧМ-сигнала при изменении их длительности сверх критической. // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы, 2014. № 1(20). С. 43-53.

3. Захаров В.Е., Котова Д.С. Моделирование дисперсионных искажений ЛЧМимпульсов радиоволн в ионосфере. // Труды XXIV Всероссийской научной конференции «Распространение радиоволн», (29 июня–5 июля 2014; Иркутск) / Иркутск: ИСЗФ СО РАН, 2014. Т.4. С. 97–100. 4. Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численный канонический метод в задачах дифракции и распространения электромагнитных волн в неоднородных средах. М.: МФТИ, 1982. 159 с.

5. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере //Вестник Российского нового университета. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика» / М.: РосНОУ, 2013. Выпуск 4. – С. 47–52.

6. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме. // Радиотехника и электроника, М.: Наука. 2012. Т.57. №9. С. 1028-1034.

7. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Исследование особенностей распространения коротких радиоволн в неоднородной анизотропной ионосфере. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2009. Т.14. № 8. С. 17-26.

8. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Исследование влияния локальных неоднородностей ионосферной плазмы на распространение коротких радиоволн. //Вестник Российского нового университета. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика» / М.: РосНОУ, 2010. Выпуск 3. С. 17-25.

9. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Распространение частотномодулированных пространственно-временных радиоволн в анизотропной ионосфере. // Труды XXIV Всероссийской научной конференции «Распространение радиоволн», (29 июня–5 июля 2014; Иркутск) / Иркутск: ИСЗФ СО РАН, 2014. Т.4. С. 126–129.

10. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Применение теории катастроф для описания пространственно-временной структуры частотно-модулированного сигнала в плазме // Электромагнитные волны и электронные системы. 2013. Т. 18. № 8. С. 18-23.

11. Крюковский А. С., Лукин Д. С., Палкин Е. А. Применение теории краевых катастроф для построения равномерных асимптотик быстроосциллирующих интегралов // Дифракция и распространение волн. Междувед. сборник / МФТИ. М., 1985. С. 4 - 21.

12. Крюковский А.С. Равномерная асимптотическая теория краевых и угловых волновых катастроф. Монография. М.: РосНОУ, 2013.–368 с.

13. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. О распространении частотномодулированного излучения в ионосферной плазме //Труды XV международной научной конференции «Цивилизация знаний: российские реалии», Москва, 25-26 апреля 2014 г. / М.: РосНОУ, 2014. Часть 2.

14. Ипатов Е.Б., Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Растягаев Д.В. Методы моделирования распространения электромагнитных волн в ионосфере с учетом распределений электронной концентрации и магнитного поля Земли // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 12. С. 1180-1187.

15. Крюковский А.С., Кирьянова К.С. Динамическое моделирование распространения радиоволн в окрестности экваториальной аномалии на основе метода бихарактеристик // Электромагнитные волны и электронные системы. 2011. Т.16. № 8. С. 21-25.

16. Лукин Д.С., Крюковский А.С., Черняк Я.М. Анализ влияния моделей магнитного поля при численном моделировании распространения коротких волн в ионосфере Земли // Т-Сотт: Телекоммуникации и транспорт. 2014. Т. 8. № 12. С. 55-58.

17. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Моделирование лучевой и каустической структуры электромагнитных полей по данным радиотомографии

ионосферы в окрестности экваториальной аномалии. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2010. Т.15. № 8. С. 5-11.

18. Кирьянова К.С., Крюковский А.С. Особенности лучевого распространения радиоволн в окрестности пространственно-модулированного ионосферного слоя. //Труды XIII международной научной конференции «Цивилизация знаний: проблемы и перспективы социальных коммуникаций», Москва, 20-21 апреля 2012 г.– Часть 2.– М.: РосНОУ, 2012.– С. 30–34.