

## Хаотические автомодуляционные режимы в двухкольцевой системе синхронизации широкополосного псевдослучайного сигнала

В.П. Пономаренко

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского  
Российская Федерация, 603950, Нижний Новгород, просп. Гагарина, E-mail:  
povp@uic.nnov.ru

*Приведены результаты исследования режимов динамического поведения в двухкольцевой системе с фазовым управлением, предназначенной для следящей оценки параметров сложного радиосигнала, в случае, когда обе подсистемы индивидуально демонстрируют как регулярные, так и хаотические динамические состояния. Выявлена возможность возбуждения в системе сложных регулярных и хаотических несинхронных режимов.*

*Results of investigation of dynamical modes in a two ring system with phase control intended for tracking assessment of a complex signal's parameters are represented. The case is considered when both subsystems individually exhibit both regular and chaotic dynamic states. Excitation of complex regular and chaotic nonsynchronous modes in the system is discovered.*

В широкополосных системах передачи и обработки информации используются двухкольцевые системы синхронизации (ДСС), объединяющие взаимодействующие подсистемы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и автоподстройки задержки во времени (АПЗ). Такие системы являются схемной реализацией оптимальных алгоритмов следящей оценки изменяющихся параметров (фазового угла  $\vartheta(t)$  и задержки во времени  $T(t)$ ) псевдослучайных фазоманипулированных радиосигналов. Основными элементами ДСС являются: управляемые генераторы колебаний, с помощью которых синтезируется опорный радиосигнал с параметрами  $\vartheta^*(t)$  и  $T^*(t)$  – оценками параметров  $\vartheta(t)$  и  $T(t)$ ; нелинейные дискриминаторы рассогласований  $\varphi = \vartheta(t) - \vartheta^*(t)$  и  $\eta = T(t) - T^*(t)$ ; цепи управления с фильтрами низких частот (ФНЧ), типы которых определяются в соответствии с принятыми моделями динамики параметров  $\vartheta(t)$  и  $T(t)$ . Следящая оценка (воспроизведение) параметров  $\vartheta(t)$  и  $T(t)$  осуществляется путем измерения рассогласований  $\varphi$  и  $\eta$  и последующей автоматической коррекции параметров  $\vartheta^*$  и  $T^*$  в сторону уменьшения выявленных рассогласований до достижения стационарного состояния, в котором величины  $\varphi$  и  $\eta$  имеют минимальные значения, т.е. параметры  $\vartheta^*$  и  $T^*$  минимально отличаются от оцениваемых параметров  $\vartheta$  и  $T$ . Такое состояние ДСС принято называть [1,2] режимом синхронного слежения за изменяющимися параметрами  $\vartheta$  и  $T$  входного радиосигнала.

В задаче следящей оценки параметров  $\vartheta$  и  $T$  режим слежения является основным рабочим режимом ДСС. Наличие цепей управления и связей между подсистемами ФАПЧ и АПЗ создает широкие возможности для возбуждения в ДСС несинхронных режимов с непостоянными величинами рассогласований  $\varphi$  и  $\eta$ . Несинхронные режимы являются нежелательными для обеспечения следящей оценки параметров  $\vartheta$  и  $T$ , но оказываются основными рабочими режимами ДСС при решении новых, нетрадиционных задач генерации периодических и хаотических автомодуляционных колебаний для использования в коммуникационных системах и технологиях с хаотическими сигналами. В связи с продолжающейся оставаться актуальной проблемой создания источников хаотических колебаний на базе генераторов с фазовой автоподстройкой частоты [3-6] большое значение приобретает знание особенностей нелинейной динамики раз-

личных вариантов таких устройств, механизмов возбуждения и развития несинхронных режимов и перехода к хаотическому поведению, а также способов воздействия на развитие колебательных процессов.

В данной работе приведены некоторые результаты исследования динамических режимов ДСС, в которой подсистемы ФАПЧ и АПЗ взаимодействуют через взаимные перекрестные связи и однонаправленную связь по цепям управления. Посредством этой связи сигнал о фазовом рассогласовании, образующемся в петле фазовой автоподстройки, передается в цепь управления задержкой [1,2]. На поведение ДСС существенное влияние оказывают индивидуальные динамические свойства подсистем ФАПЧ и АПЗ, определяемые типами ФНЧ в цепях управления. В данной работе рассмотрен случай использования фильтров второго и третьего порядка (с коэффициентами передачи  $K_1(p) = 1 / (1 + (T_1 + T_2)p + T_1T_2p^2)$  и  $K_2(p) = 1 / (1 + (T_3 + T_4 + T_5)p + (T_3T_4 + T_3T_5 + T_4T_5)p^2 + T_3T_4T_5p^3)$ ) в цепях управления подсистем ФАПЧ и АПЗ соответственно.

Математическую модель рассматриваемой ДСС получаем из общих уравнений системы [1,2] и записываем в виде следующей динамической системы

$$\begin{aligned} d\varphi/dt &= y, & dy/dt &= z, \\ \varepsilon_1\varepsilon_2 dz/dt &= \gamma - \Phi_1(\varphi, x) - y - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)z, \\ dx/dt &= v, & dv/dt &= w, \end{aligned} \quad (1)$$

$\varepsilon_3\varepsilon_4\varepsilon_5 dw/dt = \sigma - x - b\Phi_2(\varphi, x) - \alpha\Phi_1(\varphi, x) - (\varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5)v - (\varepsilon_3\varepsilon_4 + \varepsilon_3\varepsilon_5 + \varepsilon_4\varepsilon_5)w$  с шестимерным цилиндрическим фазовым пространством  $U = (\varphi \pmod{2\pi}, y, z, x, v, w)$ . В уравнениях (1)  $\tau$  – безразмерное время,  $x = \eta/\Delta$  – длительность одного элемента модулирующего псевдослучайного сигнала,  $\gamma$  и  $\sigma$  – начальные расстройки частот и задержек,  $k$  и  $b$  – коэффициенты усиления цепей управления систем ФАПЧ и АПЗ,  $\alpha$  – степень связи через управляющие сигналы,  $\varepsilon_i = kT_i$  – параметры инерционности ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ),  $\Phi_1(\varphi, x) = R(x)\sin\varphi$ ,  $\Phi_2(\varphi, x) = D(x)\cos\varphi$ , где  $R(x)$  и  $D(x)$  соответственно корреляционная функция модулирующего псевдослучайного сигнала и характеристика дискриминатора подсистемы АПЗ, определяемые зависимостями

$$R(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x \leq 0, \\ 1-x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & |x| \geq 1, \end{cases} \quad D(x) = \begin{cases} -2-x, & -2 \leq x \leq -1, \\ x, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & |x| \geq 2. \end{cases} \quad (2)$$

В фазовом пространстве  $U$  режиму слежения отвечает устойчивое состояние равновесия модели (1), несинхронным (квазисинхронным и асинхронным) режимам соответствуют устойчивые предельные циклы, притягивающие торы и хаотические аттракторы колебательного, вращательного и колебательно-вращательного типа. Квазисинхронные режимы, определяемые аттракторами колебательного типа модели (1), характеризуются изменением разности фаз  $\varphi$  в ограниченном диапазоне значений (обычно не превосходящем  $2\pi$ ). В асинхронных режимах, определяемых аттракторами вращательного и колебательно-вращательного типа модели (1), наблюдается либо возрастание (убывание) разности фаз  $\varphi$ , т.е. имеет место вращение  $\varphi$  (это режим вращательного типа), либо чередование стадий вращения и колебательного поведения  $\varphi$  в ограниченном диапазоне значений (это режимы колебательно-вращательного типа). В несинхронных режимах имеют место периодические или хаотические автомодуляционные колебания управляемых генераторов ДСС.

Система (1) при значениях параметров  $(\gamma, b, \sigma, \alpha) \in C_0$  имеет два  $A_1(\varphi_1, 0, 0, x_1, 0, 0)$  и  $A_2(\varphi_2, 0, 0, x_2, 0, 0)$  или четыре  $A_1(\varphi_1, 0, 0, x_1, 0, 0)$ ,  $A_2(\varphi_2, 0, 0, x_2, 0, 0)$ ,  $A_3(\varphi_3, 0, 0, x_3, 0, 0)$  и  $A_4(\varphi_4, 0, 0, x_4, 0, 0)$  состояния равновесия, расположенные в области  $-1 < x < 1$  фазового пространства  $U$ , координаты  $\varphi_j$  и  $x_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) находятся из уравнений

$$\gamma - (1 - x \operatorname{sign}(\sigma - \alpha\gamma)) \sin\varphi = 0, \quad \sigma - \alpha\gamma - (1 + b \cos\varphi)x = 0. \quad (3)$$

Область  $C_0 = \{\sigma_1(\gamma, b, \alpha) < \sigma < \sigma_2(\gamma, b, \alpha), 0 \leq \gamma < 1\}$ , где

$$\begin{aligned} \sigma_1(\gamma, b, \alpha) &= \alpha\gamma - \sigma_0(\gamma, b), \quad \sigma_2(\gamma, b, \alpha) = \alpha\gamma + \sigma_0(\gamma, b), \\ \sigma_0(\gamma, b) &= (1 + b \cos\varphi_0(\gamma, b))(\sin\varphi_0(\gamma, b) - \gamma) / \sin\varphi_0(\gamma, b), \end{aligned} \quad (4)$$

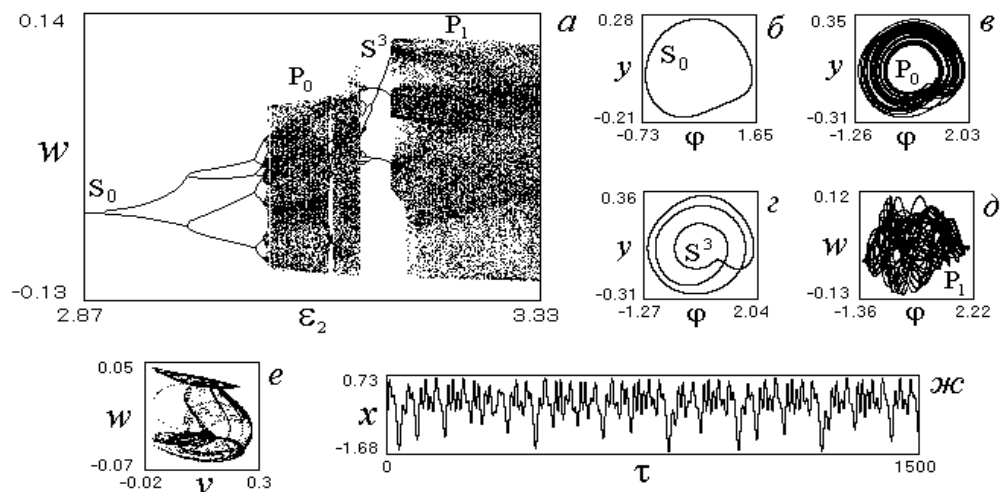
а  $\varphi_0(\gamma, b)$  минимальный корень уравнения  $b(\gamma - \sin^3\varphi) + \gamma \cos\varphi = 0$ . Состояние равновесия  $A_1$  может быть как устойчивым, так и неустойчивым, остальные состояния равновесия – неустойчивые седлового типа. Устойчивое состояние равновесия  $A_1$  соответствует режиму слежения ДСС.

Анализ поведения системы (1) вблизи границ области устойчивости состояния равновесия  $A_1$  показывает, что при переходе через эти границы реализуются, в зависимости от знака первой ляпуновской величины  $L_0$ , следующие два варианта поведения системы. В том случае, когда  $L_0 < 0$ , в фазовом пространстве  $U$  в результате бифуркации Андронова-Хопфа происходит мягкое рождение устойчивого предельного цикла колебательного типа, содержащего внутри себя ставшее неустойчивым состояние равновесия  $A_1$ . В случае, когда  $L_0 > 0$ , в фазовом пространстве  $U$  наблюдается стягивание седлового колебательного предельного цикла к остающемуся устойчивым состоянию равновесия  $A_1$ , а затем потеря устойчивости  $A_1$  и жесткий переход к устойчивому колебательному предельному циклу. В этом случае устойчивый и седловой предельные циклы возникают в результате седло-узловой бифуркации. Устойчивому колебательному предельному циклу соответствует квазисинхронный режим периодических колебаний фазовых переменных относительно состояния равновесия  $A_1$ . Таким образом, при пересечении границ области устойчивости режим слежения мягко или жестким образом сменяется режимом периодической автомодуляции.

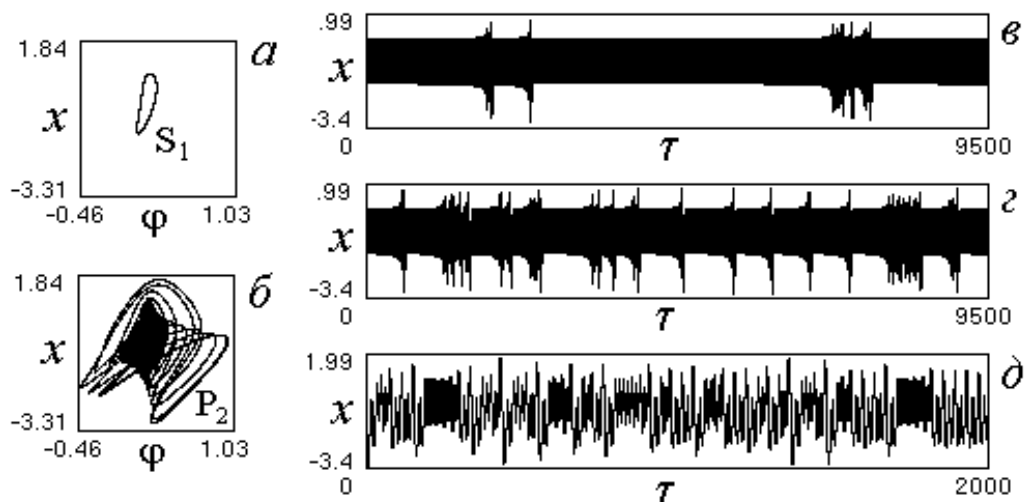
Рассмотрим особенности поведения квазисинхронных режимов при изменении параметра инерционности  $\varepsilon_2$  цепи фазового управления, выявленные в результате численного исследования модели (1).

На рис.1а приведена однопараметрическая бифуркационная диаграмма  $\{\varepsilon_2, x\}$  точечного отображения Пуанкаре, построенная при значениях параметров  $\alpha=2$ ,  $\sigma=0.5$ ,  $b=10$ ,  $\gamma=0.2$ ,  $\varepsilon_1=10$ ,  $\varepsilon_3=2$ ,  $\varepsilon_4=5$ ,  $\varepsilon_5=5$ ,  $\varepsilon_2$  изменяется от 2.87 до 3.33. На рис.1б-1ж даны  $(\varphi, u)$ -проекции фазовых портретов и временная реализация  $x(\tau)$ , соответствующие аттракторам системы (1). Диаграмма  $\{\varepsilon_2, x\}$  характеризует развитие неустойчивости квазисинхронного режима колебательного предельного цикла  $S_0$  (рис.1б) с увеличением параметра  $\varepsilon_2$  в результате суперкритической бифуркации удвоения периода и переход к режиму колебательного хаотического аттрактора  $P_0$  (рис.1в), т.е. переход от периодической автомодуляции к хаотической через последовательность бифуркаций удвоения периода. Видно, что в области хаоса наблюдаются «окна» периодичности,

соответствующие многооборотным предельным циклам системы (1), отвечающим режимам сложнопериодической автомодуляции; пример одного из таких циклов – трехоборотного цикла  $S^3$  приведен на рис.1г. С увеличением  $\varepsilon_2$  режим цикла  $S^3$  жестко сменяется режимом хаотического аттрактора  $P_1$  (рис.1д,е,ж).



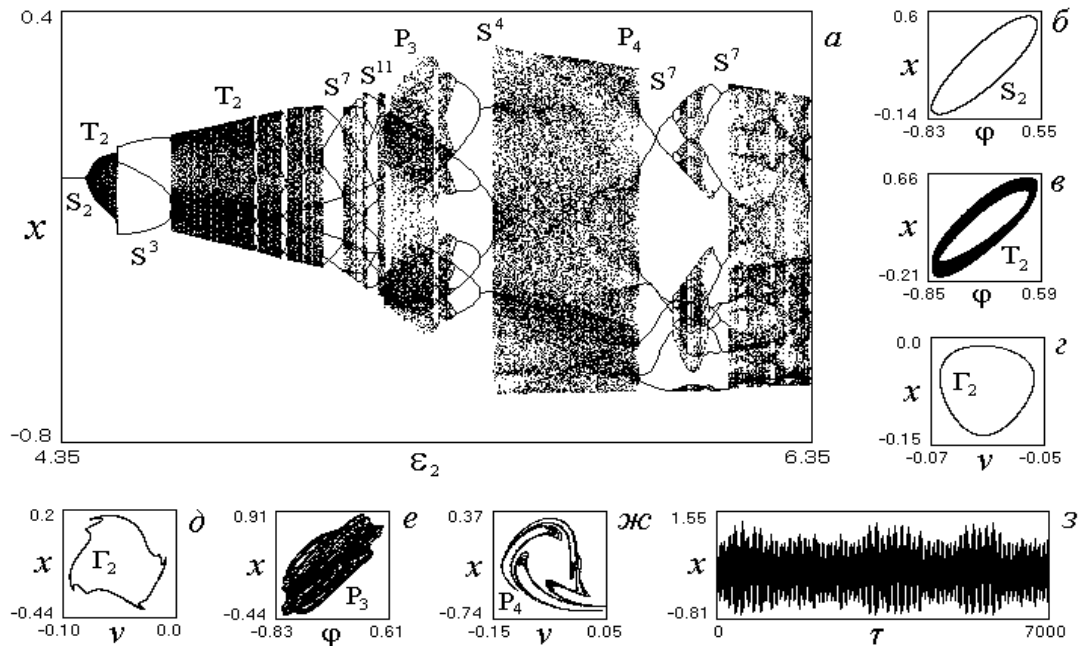
**Рис.1.** Эволюция квазисинхронного режима предельного цикла  $S_0$  при изменении параметра  $\varepsilon_2$  :  $\varepsilon_2=2.87$  (б), 3.13 (в), 3.17 (г), 3.33 (д,е,ж)



**Рис.2.** Переход к хаотическому квазисинхронному режиму через перемежаемость при изменении параметра  $\varepsilon_2$  :  $\varepsilon_2=1.0$  (а), 1.057 (б,в), 1.08 (г), 1.4 (д)

Рис.2, на котором представлены  $(\varphi, y)$ -проекции фазовых портретов и зависимости  $x(\tau)$ , соответствующие аттракторам системы (1) при значениях  $\alpha=35$ ,  $\sigma=0.5$ ,  $b=10$ ,  $\gamma=0.075$ ,  $\varepsilon_1=2$ ,  $\varepsilon_3=3$ ,  $\varepsilon_4=4$ ,  $\varepsilon_5=5$  для серии значений  $\varepsilon_2$ , иллюстрирует переход с увеличением  $\varepsilon_2$  от периодического квазисинхронного режима предельного цикла  $S_1$  (рис.2а) к хаотическому квазисинхронному режиму через перемежаемость. Механизм перехода выглядит следующим образом. С превышением параметром  $\varepsilon_2$  значения 1.057 предельный цикл  $S_1$  испытывает субкритическую бифуркацию удвоения периода, при которой происходит слияние цикла  $S_1$  с седловым предельным циклом удвоенного

периода. Одновременно с этой бифуркацией появляется перемежаемость – чередование длинной регулярной стадии колебательного процесса, в течение которой наблюдается рост амплитуды субгармоники, с относительно короткими нерегулярными всплесками. Через перемежаемость в фазовом пространстве возникает хаотический аттрактор  $P_2$  (рис.2б,в). С увеличением  $\varepsilon_2$  длительность регулярной стадии движений в окрестности неустойчивого предельного цикла  $S_1$  уменьшается, а частота и длительность нерегулярных движений возрастает (рис.2в,г,д). Выяснено, что режим хаотического аттрактора  $P_2$  занимает широкую область по параметру  $\varepsilon_2$ .

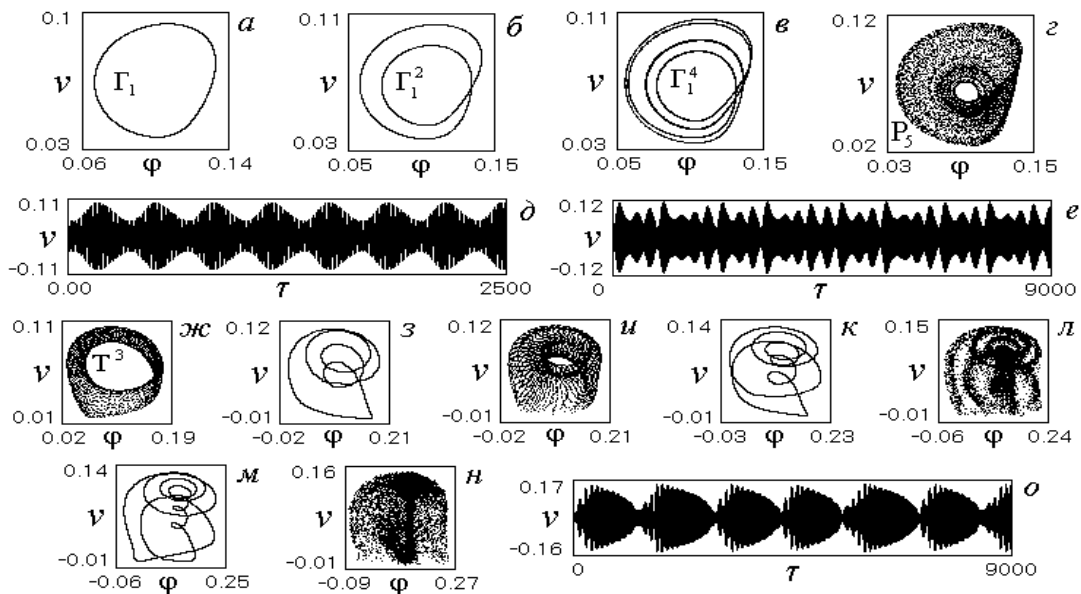


**Рис.3. Развитие квазисинхронных режимов на базе предельного цикла  $S_2$  при изменении параметра  $\varepsilon_2$  :  $\varepsilon_2 = 4.35$  (б), 4.45 (в,г), 5.2 (д,е), 5.55 (ж,з)**

Развитие неустойчивости периодического квазисинхронного режима происходит также и в результате бифуркации рождения двумерного тора из колебательного предельного цикла, когда пара комплексно-сопряженных мультипликаторов этого цикла пересекает единичную окружность. Возникновению колебательного тора в фазовом пространстве  $U$  соответствует превращению периодической автомодуляции в квазипериодическую. На рис.3 приведены однопараметрическая бифуркационная диаграмма  $\{\varepsilon_2, x\}$ , построенная при значениях  $\alpha=13$ ,  $\sigma=0.5$ ,  $b=10$ ,  $\gamma=-0.15$ ,  $\varepsilon_1=2$ ,  $\varepsilon_3=20$ ,  $\varepsilon_4=5$ ,  $\varepsilon_5=5$ ,  $\varepsilon_2 \in [4.34; 5.65]$  (рис.3а),  $(\varphi, x)$ -проекции фазовых портретов (рис.3б,в,е) и  $(\nu, x)$ -проекции отображения Пуанкаре (рис.3г,д,ж), а также зависимость  $x(\tau)$  (рис.3з), соответствующие аттракторам системы (1). С увеличением  $\varepsilon_2$  колебательный предельный цикл  $S_2$  (рис.3б) теряет устойчивость и происходит рождение двумерного тора  $T_2$  (рис.3в), которому в отображении Пуанкаре соответствует замкнутая инвариантная кривая  $\Gamma_2$  (рис.3г). Далее наблюдается окно трехоборотного предельного цикла  $S^3$ , после которого происходит возвращение системы к режиму тора  $T_2$ . При дальнейшем увеличении  $\varepsilon_2$  режим тора  $T_2$  прерывается периодическими режимами многооборотных предельных циклов. Начиная со значения  $\varepsilon_2=5.196$ , наблюдается искажение фор-

мы замкнутой инвариантной кривой  $\Gamma_2$  (рис.3д), что свидетельствует о постепенном вырождении тора  $T_2$  в хаотический аттрактор  $P_3$  типа тор-хаос (рис.3е). С увеличением  $\varepsilon_2$  имеет место чередование хаотических (рис.3ж,з) и сложнопериодических квазисинхронных режимов, из которых наибольшие области существования имеют режимы семи-, восьми- и одиннадцатииоборотного предельных циклов  $S^7$ ,  $S^8$  и  $S^{11}$  (рис.3а). Переходы между этими режимами реализуются как через прямые и обратные бифуркации удвоения периода, так и жестким образом через седло-узловые бифуркации предельных циклов и перемежаемость.

Численное исследование системы (1) обнаруживает возможность реализации перехода к хаотическим квазисинхронным режимам через бифуркации удвоения двумерного тора. Это явление иллюстрируют  $(\varphi, v)$ -проекция отображения Пуанкаре и зависимости  $v(\tau)$ , соответствующие аттракторам системы при значениях  $\alpha=2$ ,  $\sigma=0.5$ ,  $b=10$ ,  $\gamma=0.1$ ,  $\varepsilon_1=2$ ,  $\varepsilon_3=2$ ,  $\varepsilon_4=5$ ,  $\varepsilon_5=5$ , приведенные на рис.4а-е для серии значений параметра  $\varepsilon_2$ . Начальным состоянием системы при  $\varepsilon_2=2.16$  является квазисинхронный режим двумерного тора  $T^2$ , которому соответствует замкнутая инвариантная кривая  $\Gamma_1$  (рис.4а,д). Увеличение  $\varepsilon_2$  приводит к бифуркациям удвоения периода кривой  $\Gamma_1$  (рис.4б,в), адекватным бифуркациям удвоения тора  $T^2$ , завершающимся рождением хаотического аттрактора  $P_5$  (рис.4г,е).



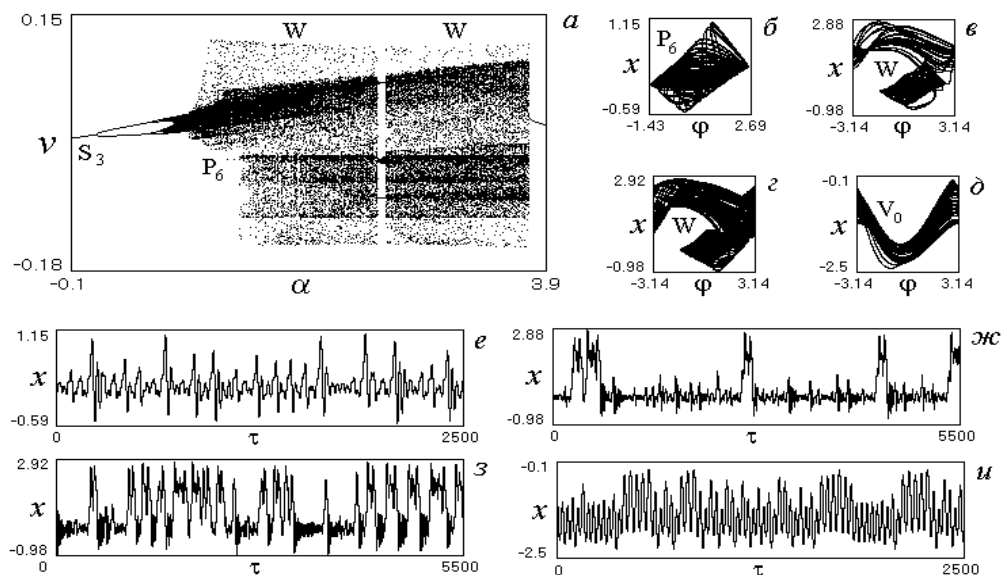
**Рис.4. Переход к хаотическому квазисинхронному режиму через бифуркации удвоения тора и сложные квазисинхронные режимы, наблюдаемые при значениях  $\varepsilon_2=2.16$  (а,д), 2.17 (б), 2.176 (в), 2.19 (г,е), 2.405 (ж), 2.408 (з), 2.435 (и), 2.472 (к), 2.485 (л), 2.525 (м), 2.56 (н,о)**

Интересное поведение системы имеет место при дальнейшем увеличении параметра  $\varepsilon_2$ . Вначале наблюдается чередование хаотических режимов с режимами сложных двумерных торов, которым соответствуют многооборотные замкнутые инвариантные кривые отображения Пуанкаре, затем в системе вновь устанавливается режим тора  $T^2$ . Далее на базе этого тора возникает трехмерный тор  $T^3$ . Соответствующая этому тору  $(\varphi, v)$ -проекция отображения Пуанкаре дана на рис.4ж. Затем снова происходит чере-

дование режимов сложных двумерных торов и хаотических режимов, причем число оборотов замкнутых инвариантных кривых отображения Пуанкаре, соответствующих сложным торам, начиная с четырех, последовательно увеличивается на единицу. На рис. 4з,к,м показаны четырех-, шести- и восьмиоборотные замкнутые инвариантные кривые,  $(\varphi, \nu)$ -проекции фазовых портретов на рис.4и,л,н и зависимость  $\nu(\tau)$  на рис.4о соответствуют хаотическим режимам. Отметим, что описанный сценарий эволюции квазисинхронного режима тора  $T^2$  реализуется также и в случаях, когда в качестве варьируемого параметра взята начальная расстройка или параметр связи  $\alpha$ .

Кроме несинхронных режимов колебательного типа, при численном исследовании системы (1) обнаружено существование регулярных и хаотических асинхронных режимов вращательного и колебательно-вращательного типов. При этом выяснено, что возможны одновременное существование квазисинхронных и асинхронных режимов и переходы между этими режимами при изменении параметров. Обсудим в этом аспекте результаты вычислительного эксперимента по исследованию динамики системы (1) при изменении параметра связи  $\alpha$  и начальной расстройки  $\gamma$ .

На рис.5а приведена бифуркационная диаграмма  $\{\alpha, \nu\}$ , построенная при значениях  $\sigma=0.5$ ,  $b=10$ ,  $\gamma=0.2$ ,  $\varepsilon_1=2.2$ ,  $\varepsilon_2=10$ ,  $\varepsilon_3=20$ ,  $\varepsilon_4=5$ ,  $\varepsilon_5=5$  (параметр связи  $\alpha$  изменяется от  $-0.1$  до  $3.9$ ), а на рис.5б-и даны  $(\varphi, x)$ -проекции фазовых портретов и зависимости  $x(\tau)$ , соответствующие аттракторам системы (1). Стартовым состоянием системы при  $\alpha=-0.1$  является квазисинхронный режим колебательного предельного цикла  $S_3$ . В интервале значений  $-0.1 < \alpha < 0.76$  в системе развивается хаотический квазисинхронный режим аттрактора  $P_6$  через бифуркации удвоения периода цикла  $S_3$  (рис.5б,е). С превышением параметром  $\alpha$  значения  $1.315$  в структуре аттрактора  $P_6$  появляются витки фазовых траекторий, соответствующие вращательным движениям, что свидетельствует о преобразовании колебательного хаотического аттрактора  $P_6$  в колебательно-вращательный хаотический аттрактор  $W$ .

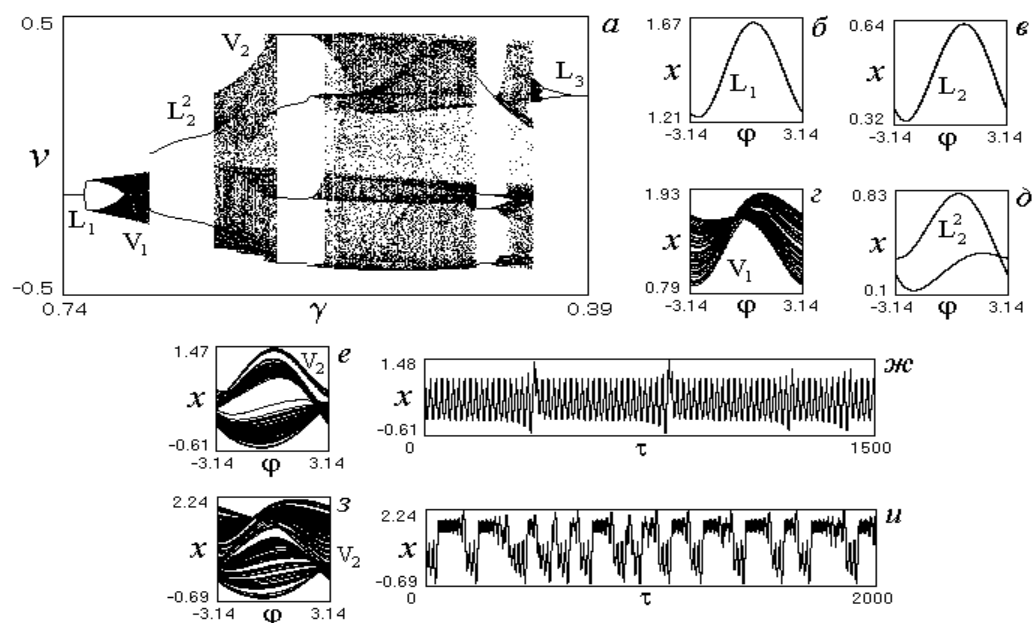


**Рис.5.** Бифуркационная диаграмма  $\{\alpha, \nu\}$  (а), аттракторы и реализации колебаний модели (1) (б-и) при значениях  $\alpha = 1.3$  (б,е),  $1.36$  (в,ж),  $2.0$  (г,з),  $0.8$  (д,и)

Режим колебаний на аттракторе  $W$  представляет собой нерегулярное чередование колебательных движений и вращательных движений с нарастанием разности фаз  $\varphi$ .

При этом вначале система более длительное время проводит на аттракторе  $P_6$  (рис.5в,ж). С увеличением  $\alpha$  частота и длительность вращательных движений на аттракторе  $W$  возрастают (рис.5г,з). На рис.5ж,з на реализациях  $x(\tau)$  хорошо видны нерегулярные перебросы между двумя различными колебательными состояниями. При  $\alpha > 3.749$  хаотические колебания на аттракторе  $W$  прекращаются, система возвращается к квазисинхронному режиму предельного цикла  $S_3$ . Далее с увеличением  $\alpha$  происходят две бифуркации удвоения периода цикла  $S_3$ , после чего, когда  $\alpha > 13.76$ , система от режима четырехоборотного колебательного предельного цикла  $S_3^4$  жестко переходит к асинхронному режиму вращательного хаотического аттрактора  $V_0$  (рис.5д,и).

Аттрактор  $V_0$  возникает в фазовом пространстве  $U$  при  $\alpha > 0.76$ . Важно отметить, что при значениях  $\alpha > 6.4$  наблюдается чередование широких областей хаотических колебаний в режиме аттрактора  $V_0$  и достаточно узких областей периодических асинхронных режимов на многооборотных вращательных предельных циклах. Таким образом, в интервале  $-0.1 < \alpha < 0.76$  системе свойственны квазисинхронные режимы, в интервале  $0.76 < \alpha < 13.76$  имеет место одновременное существование регулярных и хаотических квазисинхронных и асинхронных режимов, а при  $\alpha > 13.76$  наблюдаются асинхронные режимы.



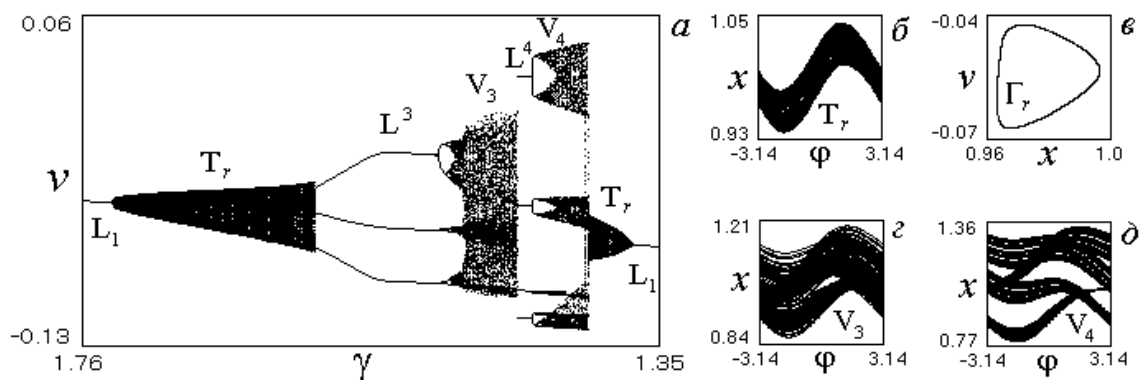
**Рис.6.** Бифуркационная диаграмма  $\{\gamma, v\}$  (а), аттракторы и реализации колебаний модели (1) (б-и) при значениях  $\gamma=0.74$  (б,в),  $0.7$  (г),  $0.683$  (д),  $0.6385$  (е,ж),  $0.63$  (з,и)

Рассмотрим особенности эволюции асинхронных режимов при изменении начальной расстройки  $\gamma$ . На рис.6а приведена бифуркационная диаграмма  $\{\gamma, v\}$ , соответствующая значениям параметров  $\alpha=2$ ,  $\sigma=0.5$ ,  $b=10$ ,  $\varepsilon_1=2$ ,  $\varepsilon_2=2$ ,  $\varepsilon_3=2$ ,  $\varepsilon_4=5$ ,  $\varepsilon_5=5$ , которая отображает развитие режима однооборотного вращательного предельного цикла  $L_1$  при изменении  $\gamma$  от  $0.74$  до  $0.39$ , а на рис.6б-и даны  $(\varphi, x)$ -проекции фазовых портретов и зависимости  $x(\tau)$ , соответствующие аттракторам системы (1). Примечательно, что при  $\gamma=0.74$  одновременно с циклом  $L_1$ , расположенным в области  $1 < x < 2$  фазового пространства  $U$  (рис.6б), существует еще один вращательный предельный



цикл  $L_2$ , который расположен в области  $0 < x < 1$  (рис.6в). При уменьшении  $\gamma$  цикл  $L_1$  преобразуется через бифуркации удвоения периода в хаотический вращательный аттрактор  $V_1$  (рис.6г), затем наблюдается жесткий переход от режима аттрактора  $V_1$  к режиму двухоборотного ( $4\pi$ -периодического по  $\varphi$ ) предельного цикла  $L_2^2$  (рис.6д), который образуется в результате бифуркации удвоения периода цикла  $L_2$ .

Далее реализуется седло-узловая бифуркация цикла  $L_2^2$ , одновременно появляется перемежаемость – чередование длинной стадии колебательных движений в окрестности цикла  $L_2^2$  с относительно короткими нерегулярными всплесками (рис.6е,ж). Через перемежаемость возникает вращательный хаотический аттрактор  $V_2$  (рис.6з,и). При уменьшении  $\gamma$  режим аттрактора  $V_2$  чередуется с режимами четырехоборотных ( $8\pi$ -периодических по  $\varphi$ ) предельных циклов, после чего наблюдаются: уменьшение размеров аттрактора  $V_2$ , дехаотизация колебаний через обратные бифуркации удвоения периода и переход при  $\gamma < 0.4$  к режиму однооборотного вращательного предельного цикла  $L_3$ . При  $\gamma < 0.28$  от асинхронного режима цикла  $L_3$  система жестко переходит к периодическому квазисинхронному режиму.



**Рис.7.** Эволюция асинхронного режима предельного цикла  $L_1$  при изменении  $\gamma$  (а) и проекции фазовых портретов аттракторов модели (1) (б-д) при значениях  $\gamma=1.65$  (б,в), 1.47 (г), 1.405 (д)

Бифуркационная диаграмма  $\{\gamma, v\}$ , приведенная на рис. 7а, иллюстрирует другой сценарий эволюции вращательного предельного цикла  $L_1$  (рис.6б) при изменении  $\gamma$ , для которого характерно образование в фазовом пространстве двумерного вращательного тора  $T_\gamma$ . Диаграмма построена при значениях  $\alpha=45$ ,  $\sigma=0.5$ ,  $b=10$ ,  $\varepsilon_1=2$ ,  $\varepsilon_2=3.5$ ,  $\varepsilon_3=3$ ,  $\varepsilon_4=4$ ,  $\varepsilon_5=5$ , начальная расстройка  $\gamma$  изменяется от 1.76 до 1.35. На рис.7б,в даны  $(\varphi, x)$ -проекция фазового портрета и  $(x, v)$ -проекция точечного отображения  $T_\varphi$  плоскости  $\varphi=-\pi$  в плоскость  $\varphi=\pi$ , соответствующие тору  $T_\gamma$ . Хаотические вращательные аттракторы  $V_3$  (рис.7г) и  $V_4$  (рис.7д) образуются здесь на базе соответственно трехоборотного ( $6\pi$ -периодического по  $\varphi$ ) и четырехоборотного предельных циклов  $L^3$  и  $L^4$ . При уменьшении  $\gamma$  режим хаотического аттрактора  $V_4$  жестко сменяется квазипериодическим режимом тора  $T_\gamma$ , который затем преобразуется в режим предельного

цикла  $L_1$ . При дальнейшем уменьшении  $\gamma$  наблюдается чередование регулярных и хаотических режимов.

В данной работе изучены особенности нелинейной динамики двухкольцевой системы синхронизации широкополосного псевдослучайного сигнала в случае, когда индивидуальная динамика подсистем фазовой автоподстройки частоты и автоподстройки задержки во времени характеризуется существованием как регулярных, так и хаотических режимов. Установлено, что при нарушении устойчивости режима слежения наблюдаются как мягкий, так и жесткий переходы к периодическим квазисинхронным режимам. При изменении параметров модели (1) эти режимы преобразуются в хаотические квазисинхронные режимы по различным сценариям, имеют место переходы между квазисинхронными и асинхронными режимами. Выявлена достаточно сложная картина нелинейных процессов, которая характеризуется существованием различных типов регулярных и хаотических несинхронных режимов и бифуркационных переходов между ними при изменении параметров. Переходы к хаотическим режимам осуществляются через бифуркации удвоения периода и удвоения торов, через перемежаемость, через разрушение инвариантных торов, а также жестким образом в результате седлоузловых бифуркаций предельных циклов. Рассмотрены примеры сценариев преобразования режимов при изменении параметров инерционности и связи, начальной частотной расстройки, которые объясняют режимы и механизмы сложного поведения системы в процессе ввода в режим слежения, а также при нарушении этого режима в результате изменения параметров системы и возмущения фазовых переменных.

Полученные результаты могут быть использованы при решении задач управления режимами поведения с целью обеспечения режима слежения или стимулирования его неустойчивости и перевода системы в несинхронные режимы с желаемыми свойствами. Большое разнообразие динамических состояний и бифуркаций, обнаруженное при численном исследовании модели (1), создает широкие возможности для формирования на выходе ДСС хаотически модулированных сигналов, соответствующих различным (колебательным, вращательным и колебательно-вращательным) аттракторам модели (1). Особый интерес при этом представляют режимы, определяемые колебательно-вращательными и вращательными хаотическими аттракторами, в которых наблюдаются нерегулярные переходы фазовых переменных между различными колебательными состояниями.

### **Литература**

1. Пономаренко В.П. Динамика нелинейной двухконтурной следящей системы с однонаправленными связями // Известия РАН. Теория и системы управления. 1999. № 1. С. 115-124.
2. Пономаренко В.П. Синхронизация и сложные колебания в двухкольцевой системе с фазовым управлением // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52. № 2. С. 165-175.
3. Дмитриев А.С., Широков М.Е. Выбор генератора для прямохаотической системы связи // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49. № 7. С. 840-849.
4. Дмитриев А.С., Клецов А.В., Кузьмин Л.В. Генерация сверхширокополосного хаоса в дециметровом диапазоне // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 7. С. 709-718.
5. Шалфеев В.Д., Матросов В.В. Нелинейная динамика систем фазовой синхронизации. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского государственного университета, 2013. 366 с.
6. Шахтарин Б.И., Кобылкина П.И., Сидоркина Ю.А. и др. Генераторы хаотических колебаний: Учебное пособие. М.: Гелиос АРВ, 2007. 248 с.