

Применимость феноменологических моделей турбулентности в экспериментальных исследованиях

С.Ф. Коломиец, Л.А. Луканина

ФИРЭ им. В. А. Котельникова РАН, 141190, Московская обл., г. Фрязино, пл. Введенского, д. 1, radiometeo@mail.ru

Рассматривается возможность оценки скорости перемещения хаотической среды на основе информации извлекаемой из "узких" спектральных интервалов стационарных случайных сигналов, порождаемых движением таких сред. Ставится вопрос об оценке и физическом смысле минимально необходимого спектрального интервала, требуемого для оценки скорости перемещения с заданной точностью. Приводятся основные соотношения, сформулированные с использованием теории информации Шеннона и позволяющие качественно описать процесс измерений.

The report is devoted to the discussion of the opportunity in principle to estimate a chaotic medium velocity on the basis of the information extracted from "narrow" spectral intervals of the stationary random signals generated on detectors by the motion of such media. The question about evaluation and a physical meaning of the narrowest spectral interval required for estimating the velocity with a given accuracy is posed. The basic relations allowing describing the measurement process semi-quantitatively and formulated using Shannon's information theory are given.

Введение

Турбулентность и спустя десятилетия после замечания Р. Фейнмана остается величайшей из нерешенных проблем классической физики. Мы не в состоянии прогнозировать простейшие турбулентные потоки, не обращаясь к экспериментальным данным о самом потоке. Основная трудность решения подобных задач состоит в том, что моделировать приходится в высочайшей степени нелинейные процессы, и математики, которая сумела бы эффективно справиться с такими проблемами, по-видимому, пока не существует.

Одна из наиболее распространенных феноменологических моделей турбулентного движения – это “гипотеза К-41”. Она представляет поток состоящим из отдельных, больших и малых объемов согласованно движущихся частиц материи – вихрей или порывов. Считается, что последние случайно возникают на левой границе инерционного интервала, в результате гидродинамической неустойчивости основного потока, затем самостоятельно хаотически движутся некоторое время и, в конце концов, диссипируют, давая внутри инерционного интервала начало новым вихрям или превращаясь в теплоту вблизи масштаба Колмогорова. Соответственно, частоты в спектре мощности турбулентных пульсаций могут быть сопоставлены с пространственной частотой турбулентных вихрей (порывов) и с их пространственными масштабами.

Представление К-41 не является единственным и универсальным. Хинце, например, определяет турбулентное движение как “состояние потока, при котором характеризующие его величины испытывают случайные измерения во времени и в пространстве, такие, что можно найти их статистические типичные средние”, а Хргиан в [2] ссылаясь на [3] указывает на более общее представление турбулентности, как непрерывного спектра периодических движений со случайно распределенными фазами.

Несмотря на очевидную необходимость – с точки зрения двух из трех основных представлений о турбулентности, представленных выше – изучения параметров турбулентности в двух точках подавляющее большинство прикладных задач решается в рамках математического аппарата корреляционной теории, подразумевающего усреднение фазовых соотношений, а обработка сигналов, регистрируемые в двух точках турбулентного потока, ограничивается расчетом структурной функции.

В то же время абстракция турбулентных вихрей – при допущении о стационарно устойчивом времени жизни вихря – указывает на необходимость существования соответствующих, стационарно устойчивых соотношений в сигналах, порождаемых турбулентным движением. Важность их экспериментального обнаружения и уточнение абстракций, используемых при описании соответствующих математических моделей, очевидна.

В настоящем докладе рассматриваются численные решения прямой и обратной задачи определения скорости перемещения хаотической среды на основе информации, извлекаемой из "узких" спектральных интервалов стационарных случайных сигналов с широким спектром, порождаемых её движением. Приводятся соотношения, позволяющие описать процесс измерений, сформулированные с использованием теории информации Шеннона.

Фазовая обработка сигналов, порождаемых турбулентными потоками

Фазовые методы находят свое применение в двух типах измерений. Измерения перемещений меньших, чем $\lambda/2$ основываются на абсолютной разнице фаз, а измерения скорости – на производной той же разницы по времени. Последняя рассчитывается на масштабах постоянной времени приемной аппаратуры или в импульсном режиме, удовлетворяющем условиям Котельникова по скорости и длине волны монохроматического зондирующего излучения. Последний тип измерений принято называть доплеровским. Фазовая скорость обычно не сопоставляется с какими-либо физическими сущностями или процессами. Но его широкое распространение указывает на то, что при использовании монохроматического излучения (и наличии необходимой априорной информации о рассеивающем объекте) разница фаз может иметь физический смысл.

При оценке скорости смещения турбулентного потока, порождающего сигналы с широким спектром, доплеровская обработка не применяется, хотя математически это допустимо. Вместо нее используются дисперсионные методы (ДМ) или оценка группового времени задержки (ГВЗ) на основе сдвига максимума кросс-корреляционной функции (ККФ) [4, 5]. Под этим углом рассмотрения оценка ГВЗ вместо относительно обособленного метода представляется как широкополосный аналог монохроматической доплеровской обработки.

Оценка ГВЗ является весьма грубым приёмом по сравнению с доплеровским методом. Соответствующее снижение измерительных возможностей рассматривается как результат использования широкополосных сигналов. Помимо этого точность кросс-корреляционных оценок сильно зависит от уровня шума, фильтрация которого, в свою очередь, искажает сами оценки. На малых временах запаздывания относительная ошибка может составлять десятки процентов (что аналогично проблеме доплеровских измерений в области нуля) и требует уменьшения периода дискретизации.

Основной недостаток классического метода оценки ГВЗ состоит в том, что потоки с развитой динамической структурой все равно могут быть описаны лишь в терминах одного скалярного параметра – ГВЗ потока в целом. В общем случае, характер усреднения зависит от конкретной динамической структуры потока и интенсивности взаимодействия отдельных её составляющих с зондирующим излучением. Последнее слабо поддается контролю. Поэтому представляется очевидным, что даже в рамках двухкомпонентной модели «перемежающихся» потоков аналитическая ценность информации, получаемой с использованием ГВЗ, невысока и важность разработки методов более тонкой оценки структуры среды не вызывает сомнений.

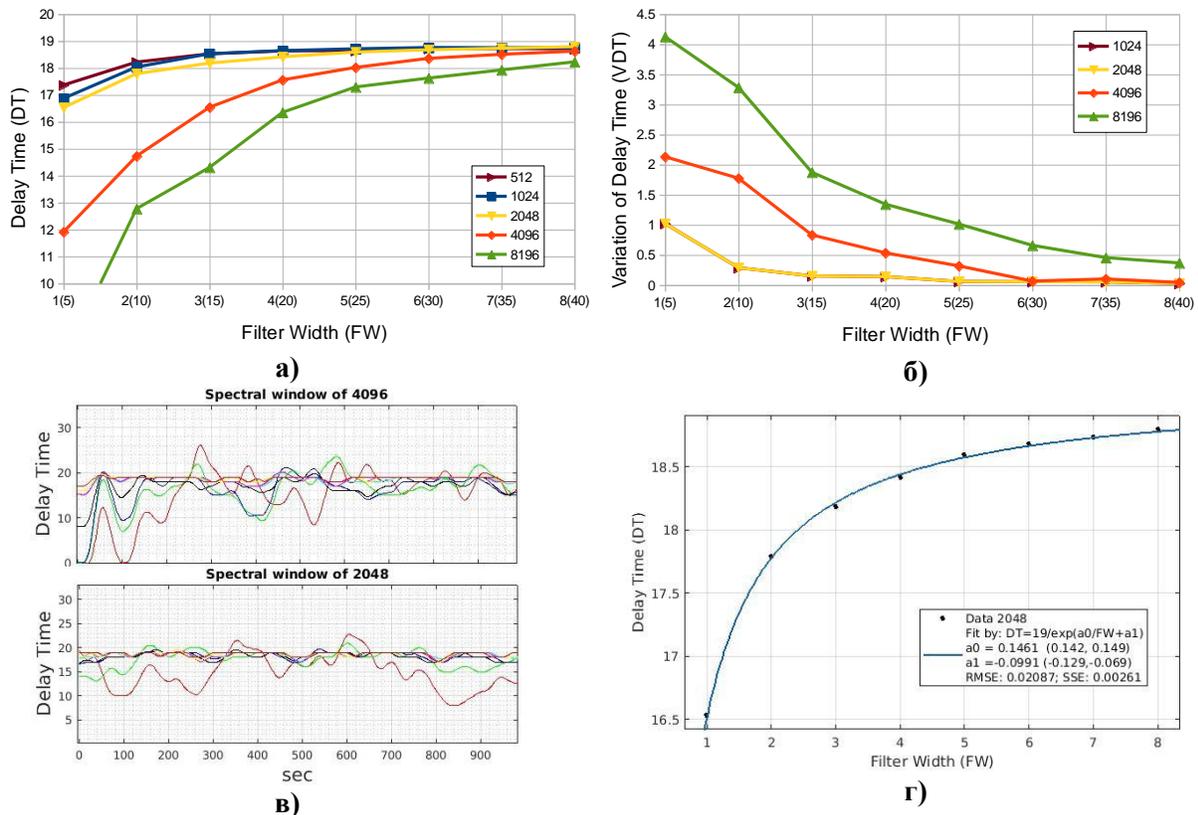


Рис. 1. Основные результаты численного моделирования оценки ГВЗ (при априорно заданной задержке 19 отсчетов) по узкополосным выборкам из широкополосных сигналов, порождаемых движением турбулентных сред.
а) – смещение оценки при заданном разрешении фурье-преобразования и ширине фильтра (в скобках по оси ОХ) в спектральных отсчетах (б) – дисперсия
в) – пример моделирования ГВЗ при разных окнах во временной области
г) – аппроксимация смещения выражением для энтропийной мощности

Классическую методику оценки ГВЗ можно усовершенствовать, добавив полосовую фильтрацию с оценкой времени задержки в пределах полос. В этом случае можно характеризовать поток более чем одним аналогом ГВЗ. Кросс-корреляция в пределе количества фильтров сводится к разности фаз, то есть фактически к доплеровской

обработке, что, как уже было отмечено, в случае сигналов с широким спектром не применяется, хотя математически допустимо.

Прямая задача обратных инверсных доплеровских измерений

Таким образом, в качестве основного инструмента исследования динамической структуры турбулентной среды, порождающей на датчиках сигналы с широким спектром, остается возможность их полосовой фильтрации с последующей оценкой ГВЗ. Логическая связь подобного подхода с доплеровскими измерениями была установлена выше. По аналогии с обратными доплеровскими измерениями, в которых оценивается скорость распространения несущей, использование самой среды в качестве несущей может представляться как инверсия между средой и излучением с сохранением математических соотношений “неинверсной” задачи. В рассматриваемом случае встают вопросы о минимально допустимой ширине полосы фильтрации, а также влиянии параметров самой среды на формируемые таким способом оценки скорости её распространения.

С целью изучения характера вышеуказанных зависимостей было проведено численное моделирование прямой задачи с использованием белого и окрашенных шумов (коррелированных сигналов). При моделировании рассчитывалась реализация шумового сигнала с заданными свойствами. Далее, сдвинутая на заданное количество отсчетов её копия использовалась в качестве модели сигнала во второй точке. Оба сигнала идентично фильтровались в частотной области с последующим восстановлением временных зависимостей и расчетом по ним времени задержки. Для простоты интерпретации во временной и спектральной области использовались прямоугольные окна с различным количеством отсчетов.

Было показано, что дисперсия оценок времени задержки (априорно известно в условиях прямой задачи) растет по мере уменьшения полосы частотной фильтрации. Кроме того, оценки, полученные по узким спектральным выборкам исходного сигнала, статистически смещены. Смещение оценок времени задержки хорошо аппроксимируется с использованием соотношений для убыли энтропийной мощности после фильтра [6]. Графики, иллюстрирующие выявленные зависимости прямой задачи с априорно заданным смещением 19 отсчетов и коррелированного сигнала, полученного расчетом скользящего среднего по белому шуму с окном 40 отсчетов, приведены на рис. 1.

Обратная задача оценки динамической турбулентного потока ветра

В качестве данных для обратной задачи были выбраны сигналы измерения угла фарадеевского вращения, полученные при интерферометрическом радиопросвечивании Солнечного ветра. Последний имеет изученную двухкомпонентную динамическую структуру с известными и достаточно стабильными динамическими параметрами. Таким образом, выбранный экспериментальный материал допускал простой критерий валидации. Отметим, что возможность исследования динамической структуры потока возникает лишь в том случае, если неоднородности, движущиеся с разными скоростями, имеют разный пространственный масштаб. В отношении использованных экспериментальных данных это являлось гипотезой, требующей проверки. На рис. 2 приведены результаты численного решения рассматриваемой обратной задачи с восстановленной двухкомпонентной структурой солнечного ветра.

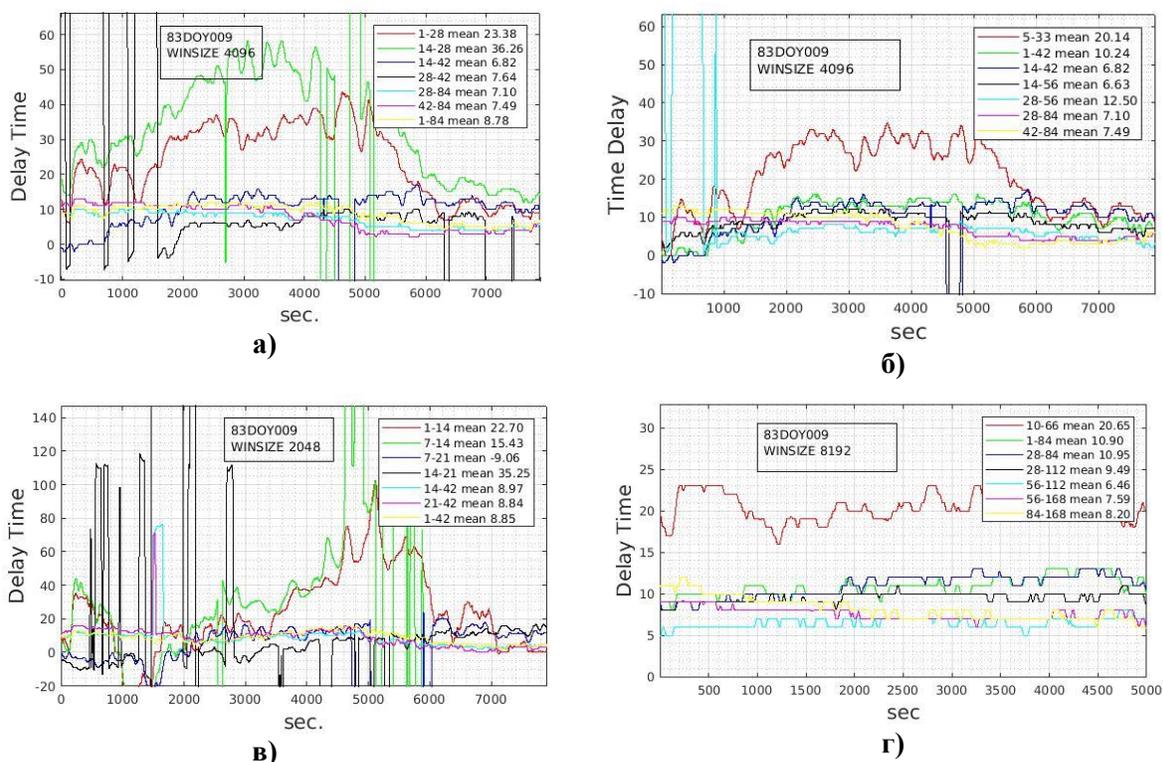


Рис. 2. Основные результаты численного решения обратной задачи.

- а) – разрывы и переходы через ноль при недостаточном количестве спектральных составляющих внутри выбранной ширины фильтров**
- б) – попытка подбора ширины фильтров при неизменном (см. рис. 2 а) спектральном разрешении.**
- в) – изменение оценок при снижении разрешения фурье-преобразования**
- г) – поведение оценок при увеличении разрешения фурье-преобразования**

Следует отметить, что уверенное восстановление оказалось возможным лишь при спектральной обработке с высоким разрешением, что невозможно для большинства радиоастрономических измерений проведенных в прошлом.

Выводы

В результате численного моделирования прямой задачи обратных инверсных доплеровских измерений, показана актуальность предлагаемого подхода к обработке сигналов, порождаемых движением турбулентной среды. Установлено, что при сужении полосы фильтрации статистические оценки ГВЗ оказываются смещенными, а дисперсия увеличивается. Смещение с точностью до линейного коэффициента зависит от убыли энтропийной мощности сигнала на выходе фильтра. Дисперсия оценок и линейный коэффициент требуют дальнейшего изучения. Появление корреляций в исходном сигнале равносильно уменьшению энтропийной мощности приводят к увеличению смещения и дисперсии оценок ГВЗ.

Решение обратной задачи показало, что для фильтров в частотной области, помимо ширины полосы, важно также количество частотных составляющих внутри этой полосы. Малое их количество, подобно недостаточному количеству членов математического ряда,

сильно искажает характер сигнала, отправляемого в расчет кросс-корреляции, что приводит к искажению оценок, таким как скачки времени задержки, переходы через ноль (см. рис. 2 а, в). Отсутствие последних может говорить о возможности формирования более достоверных оценок и для использованных экспериментальных данных наблюдается при количестве спектральных составляющих порядка нескольких десятков.

В стационарных случаях сравнение дисперсии после применения фильтра с аналогичными параметрами прямой задачи позволяет делать выводы о наличии или отсутствии процессов, нарушающих однородность турбулентного движения, качественно характеризовать эти процессы.

Успешное восстановление ожидаемой двухкомпонентной структуры солнечного ветра по узкополосным выборкам из широкополосных сигналов, порождаемых движением турбулентных сред, представляет основания для дальнейшего – в том числе экспериментального – развития гипотезы К-41 и указывает на важность как можно более длительной регистрации соответствующих сигналов с высоким разрешением по времени, что ранее редко принималось в расчет.

Литература

1. Хинце И., Турбулентность, её механизм и теория. М., Физматгиз, 1963. 680 с.
2. Хргиан А. Г., Физика атмосферы, Том 2. Л., Гидрометеиздат, 1978. 307 с.
3. Ламли Дж., Пановски Г. Структура атмосферной турбулентности. – М., “Мир”, 1966. 264 с.
4. Лотова Л. А. Радиоастрономические исследования тонкой структуры солнечного ветра. // Итоги науки и техники. Астрономия. Т. 33. – М.: ВИНТИ АН СССР, 1988. – С. 121-148.
5. Бова Н. Т. и др. Методы измерения групповой скорости и группового времени задержки. Известия ВУЗов. “Радиотехника”, 1965, т.8.
6. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 830 с. – С. 303