

Резонансное рассеяние электромагнитных волн на решетках продольно замагниченных плазменных цилиндров

В. А. Еськин, А. В. Ивонинский, А. В. Кудрин

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, e-mail: kud@rf.unn.ru

Исследуется рассеяние плоской электромагнитной волны H-поляризации на решетках продольно замагниченных плазменных цилиндров. Найдены дифракционные характеристики конечной и бесконечной решеток применительно к случаю, когда в рассматриваемых системах реализуются индивидуальные и коллективные механизмы резонансного рассеяния.

Scattering of an H-polarized plane electromagnetic wave by arrays of axially magnetized plasma cylinders is studied. The diffraction characteristics of finite and infinite arrays are found in the case where the individual and collective mechanisms of resonance scattering are pronounced in such systems.

Введение

В последнее десятилетие возрос интерес к теоретическим и экспериментальным исследованиям плазменных антенн и решеток рассеивателей, элементами которых могут служить трубки, заполненные газоразрядной плазмой [1–3]. Перспективы использования таких систем связывают с возможностью управления их электродинамическими характеристиками путем изменения параметров плазмы [1, 2]. В частности, в работах [3, 4] рассмотрено влияние цилиндрических плазменных рассеивателей, расположенных вблизи электромагнитных источников, на их характеристики излучения в радиочастотном диапазоне как при отсутствии, так и при наличии внешнего постоянного магнитного поля.

В настоящей работе исследуются дифракционные характеристики эквидистантной решетки, образованной идентичными продольно замагниченными плазменными цилиндрами, на примере рассеяния на ней плоской электромагнитной волны H-поляризации. При этом рассмотрен случай, когда частота падающей волны близка к одной из резонансных частот поверхностного плазмона одиночного цилиндра [4]. Применительно к случаю падения волны на систему, содержащую достаточно большое число элементов, выполнен предельный переход к бесконечной решетке, облегчающий процедуру нахождения рассеянного поля.

Постановка задачи и основные соотношения

Рассмотрим эквидистантную решетку, состоящую из N идентичных бесконечно длинных круговых цилиндров радиуса a , заполненных холодной бесстолкновительной магнитоактивной плазмой. Цилиндры расположены в свободном пространстве параллельно внешнему постоянному однородному магнитному полю $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}_0$, положение их осей в плоскости xz декартовой системы координат (x, y, z) определяется соотношениями $x_j = jL$ и $y_j = 0$. Здесь и далее индекс j принимает целые значения от $-N^{(-)}$ до $N^{(+)}$, причем $N^{(-)} + N^{(+)} + 1 = N$. Холодная магнитоактивная плазма, заполняющая элементы решетки, описывается тензором диэлектрической проницаемости с ненулевыми элементами $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon$, $\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = -ig$, $\varepsilon_{zz} = \eta$, где $\varepsilon = 1 - \omega_p^2 / (\omega^2 - \omega_H^2)$, $g = \omega_p^2 \omega_H / [(\omega^2 - \omega_H^2)\omega]$, $\eta = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$. Здесь ω – угловая частота, ω_p и ω_H – плазменная частота и гирочастота электронов соответственно. При записи выражений для компонент этого тензора мы пренебрегли движением ионов.

Плоская электромагнитная волна Н-поляризации падает на решетку под углом ψ , причем ее волновой вектор \mathbf{k} перпендикулярен осям цилиндров и имеет компоненты $k_x = k_0 \cos \psi$, $k_y = k_0 \sin \psi$, $k_z = 0$. Нормированная (на свое абсолютное значение) комплексная амплитуда магнитного поля в этой волне имеет вид $H^{(i)} = \exp[-ik_0(x \cos \psi + y \sin \psi)]z_0$, где $k_0 = \omega/c$ – волновое число в свободном пространстве (c – скорость света в вакууме), индекс «(i)» обозначает падающую волну, временной множитель $\exp(i\omega t)$ опущен.

Сформулированная выше задача дифракции плоской электромагнитной волны сводится к нахождению решения уравнений Максвелла внутри и вне плазменных рассеивателей для отличных от нуля компонент поля $H = H_z z_0$ и $E = E_{\perp}$. В плазменной среде величина H_z удовлетворяет уравнению

$$\Delta_{\perp} H_z + k_0^2 q^2 H_z = 0, \quad (1)$$

где $q = [(\varepsilon^2 - g^2)/\varepsilon]^{1/2}$ – нормированное (на k_0) волновое число необыкновенной волны, распространяющейся в магнитоактивной плазме перпендикулярно внешнему магнитному полю. В свою очередь, электрическое поле может быть выражено через компоненту H_z по формуле

$$E_{\perp} = \frac{1}{k_0(\varepsilon^2 - g^2)} (i\varepsilon z_0 \times \nabla_{\perp} H_z - g \nabla_{\perp} H_z). \quad (2)$$

Уравнения поля в свободном пространстве могут быть получены из соотношений (1) и (2), если в них положить $\varepsilon = 1$, $g = 0$ и $q = 1$. Ниже для краткости мы приведем явные выражения лишь для продольной компоненты магнитного поля H_z внутри и вне плазменных цилиндров.

Для отыскания поля удобно ввести вспомогательные цилиндрические системы координат, связанные с осями плазменных рассеивателей. В этом случае поле внутри j -го цилиндра в координатах (ρ_j, φ_j, z) записывается в виде суммы азимутальных гармоник:

$$H_z^{(t)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{j,m} J_m(k_0 q \rho_j) \exp(-im\varphi_j). \quad (3)$$

Здесь m – азимутальный индекс ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), J_m – функция Бесселя порядка m , индекс «(t)» обозначает «прошедшее» в рассеиватель поле, $B_{j,m}$ – амплитудный коэффициент m -ой азимутальной гармоники этого поля. Отметим, что в рассматриваемом случае обыкновенная волна в плазменной среде не возбуждается.

Рассеянное решеткой магнитное поле, которое будем отмечать индексом «(s)», выражается в виде суперпозиции полей, рассеянных отдельными цилиндрами:

$$H_z^{(s)} = \sum_l \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_{l,m} H_m^{(2)}(k_0 \rho_l) \exp(-im\varphi_l), \quad (4)$$

где $H_m^{(2)}$ – функция Ханкеля второго рода порядка m ,

$D_{j,m}$ – коэффициент рассеяния l -го цилиндра, отвечающий азимутальному индексу m .

С использованием стандартного метода, основанного на теореме сложения Графа для цилиндрических функций, поле, рассеянное всеми элементами решетки ($l \neq j$) и выраженное в связанных с ними локальных координатах (ρ_l, φ_l, z) , может быть представлено в системе координат j -го цилиндра [4]. Далее, удовлетворяя условиям непрерывности тангенциальных компонент поля на границе каждого элемента решетки (т.е. для всех j от $-N^{(-)}$ до $N^{(+)}$) и используя известную матрицу рассеяния одиночного замагниченного плазменного столба [4], мы можем исключить величины $B_{j,m}$ и получить следующую систему уравнений для коэффициентов рассеяния:

$$S_m^{-1} D_{j,m} - \sum_{l \neq j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_{l-j, n-m} D_{l,n} = (-i)^m \exp(im\psi - ik_0 L j \cos \psi). \quad (5)$$

Здесь $h_{j,m} = H_m^{(2)}(k_0 L |j|)$ при $j < 0$, $h_{j,m} = (-1)^m H_m^{(2)}(k_0 L |j|)$ при $j > 0$, а обозначение S_m используется для коэффициента рассеяния одиночного замагниченного плазменного цилиндра [4]

$$S_m = - \frac{\zeta_m J_m(Q) - J_m(\tilde{Q}) J'_m(Q)}{\zeta_m H_m^{(2)}(Q) - J_m(\tilde{Q}) H_m^{(2)'}(Q)}, \quad (6)$$

где $\zeta_m = (\varepsilon q^2)^{-1} [mg Q^{-1} J_m(\tilde{Q}) + qE J'_m(\tilde{Q})]$,

$$Q = k_0 a,$$

$$\tilde{Q} = k_0 qa.$$

Наконец, ограничиваясь в (5) рассмотрением лишь азимутальных гармоник поля с индексами $m, n = 0, \pm 1, \dots, \pm M$, мы получаем систему $N(2M + 1)$ алгебраических уравнений, которая позволяет численно рассчитать искомые коэффициенты $D_{j,m}$ для всех цилиндров решетки. В свою очередь, величины $B_{j,m}$ могут быть при необходимости выражены через $D_{j,m}$. Значение M определяется требуемой точностью численного решения полученной системы.

При падении плоской электромагнитной волны на эквидистантную решетку, состоящую из достаточно большого количества цилиндров, может быть осуществлен предельный переход к бесконечной решетке ($N^{(-)} = N^{(+)} \rightarrow \infty$). В этом случае трансляционная симметрия задачи позволяет искать коэффициенты рассеяния в виде $D_{j,m} = D_m \exp(-ik_0 L j \cos \psi)$. Система алгебраических уравнений для величин D_m может быть получена из (5) и для краткости здесь не приводится. Далее, в соответствии с теоремой Флоке, рассеянное решеткой поле (4) может быть представлено в виде суммы пространственных гармоник:

$$H_z^{(s)} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} H_v^{(\pm)} \exp[-i(k_{v,x} x \pm k_{v,y} y)]. \quad (7)$$

Здесь $k_{v,x} = k_0 \cos \psi + 2\pi v/L$ и $k_{v,y} = (k_0^2 - k_{v,x}^2)^{1/2}$ – компоненты волнового вектора пространственной гармоники, отвечающей v -му дифракционному порядку ($v = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), а знак «+» (или «-») означает, что поле рассчитывается в области $y > 0$ (или $y < 0$). В свою очередь, величины $H_v^{(-)}$ и $H_v^{(+)}$, которые в случае $0 < \psi < \pi$ могут быть названы амплитудными коэффициентами отражения и прохождения для v -го дифракционного порядка, рассчитываются по формуле

$$H_v^{(\pm)} = \frac{2}{k_{v,y} L} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m D_m \frac{(k_{v,x} \mp ik_{v,y})^m}{k_0^m}. \quad (8)$$

Результаты численных расчетов

Численные расчеты дифракционных характеристик конечной и бесконечной решеток выполнены для безразмерных параметров $\omega_p/\omega_H = 8,02$, $\omega_p a/c = 0,188$, отвечающих типичным условиям лабораторных экспериментов с газоразрядной плазмой в радиочастотном диапазоне.

Напомним, что в случае одиночного цилиндрического рассеивателя малых электрических размеров ($k_0 a \ll 1$) существуют резонансы, отвечающие локализованным поверхностным плазмонам, которые проявляются в виде пиков на частотных зависимостях абсолютных значений коэффициентов (6) при $m \neq 0$ [4]. В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением лишь дипольных резонансов ($m =$

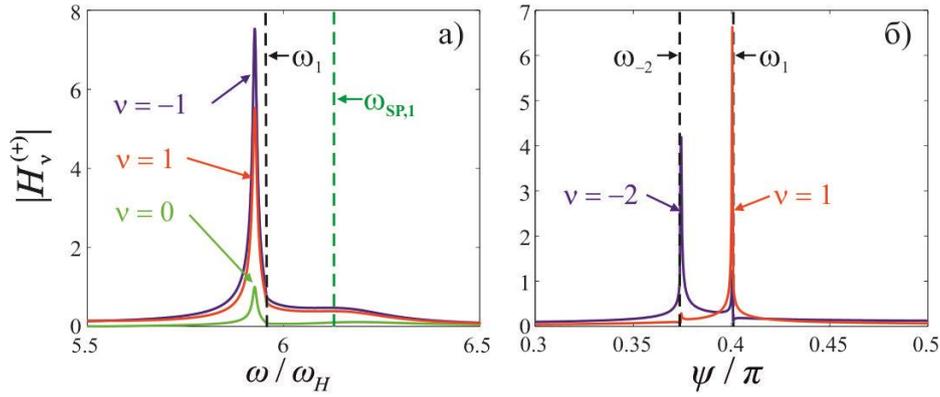


Рис. 1. Величины $|H_v^{(+)}|$ для $v = 0, \pm 1$ в зависимости от частоты ω при $\psi = \pi/2$, $L/a = 45$ (а) и для $v = -2, 1$ в зависимости от угла падения ψ при $\omega/\omega_H = 5,95$, $L/a = 65$ (б).

± 1), представляющих наибольший интерес для приложений. При выполнении условия $\omega_H \ll \omega_p$ частоты этих резонансов $\omega_{SP,\pm 1}$ даются выражением $\omega_{SP,\pm 1} \approx \omega_p/\sqrt{2} \pm \omega_H/2$. В то же время при рассеянии плоской электромагнитной волны на бесконечной эквидистантной решетке параллельных цилиндров существуют дифракционные аномалии Рэлея-Вуда, которые наблюдаются в виде резонансных пиков в спектрах отражения и прохождения решетки вблизи рэлеевских частот ω_v (здесь $v = \pm 1, \pm 2, \dots$). Значения этих частот могут быть определены из соотношений $\omega_v L(1 - \cos \psi)/c = 2\pi v$ при $v > 0$ и $\omega_v L(1 + \cos \psi)/c = 2\pi|v|$ при $v < 0$, которые следуют из условия $|k_{v,x}| = k_0$, отвечающего случаю «скользящего» распространения соответствующей пространственной гармоники рассеянного поля вдоль плоскости решетки (параллельно оси x). Очевидно, что при $\psi = \pi/2$ справедливо равенство $\omega_{-v} = \omega_v$. Ниже приведены результаты расчетов для случая, когда частота падающей волны одновременно близка к резонансной частоте $\omega_{SP,1}$ и одной из рэлеевских частот решетки ω_v .

Начнем с обсуждения характеристик рассеяния плоской волны Н-поляризации на бесконечной решетке продольно замагниченных плазменных цилиндров. На рис. 1(а) представлены частотные зависимости абсолютных значений амплитуд пространственных гармоник прошедшего поля $|H_v^{(+)}|$ для $v = 0, \pm 1$ при $\psi = \pi/2$ и $L/a = 45$ (частотные зависимости величин $|H_v^{(-)}|$ выглядят аналогично). На указанном рисунке вертикальные штриховые линии соответствуют значениям частот ω_1 и $\omega_{SP,1}$, для которых при выбранных значениях параметров справедливо неравенство $\omega_1 < \omega_{SP,1}$. Хорошо видно, что амплитуды $|H_v^{(+)}|$ резонансно возрастают и достигают своих локальных максимумов вблизи некоторой частоты, лежащей чуть ниже ω_1 . Заметим, что максимум величины $|H_0^{(+)}|$, отвечающей распространяющейся пространственной гармонике поля нулевого порядка, лишь незначительно меньше амплитуды падающей волны, которая при принятой нормировке поля равна единице. Напротив, максимальные значения величин $|H_{\pm 1}^{(+)}|$ значительно превышают данную амплитуду. Поскольку пространственные гармоники $v = \pm 1$ являются нераспространяющимися при $\omega < \omega_1$, так что их поле экспоненциально спадает вдоль оси y , отмеченное поведение амплитуд $|H_v^{(+)}|$ приводит к существенному возрастанию рассеянного поля вблизи плоскости решетки на частотах, соответствующих локальным максимумам величин $|H_{\pm 1}^{(+)}|$. Примечательно, что, несмотря на наличие симметрии решетки и электромагнитной волны относительно плоскости падения $x = 0$ при $\psi = \pi/2$, для

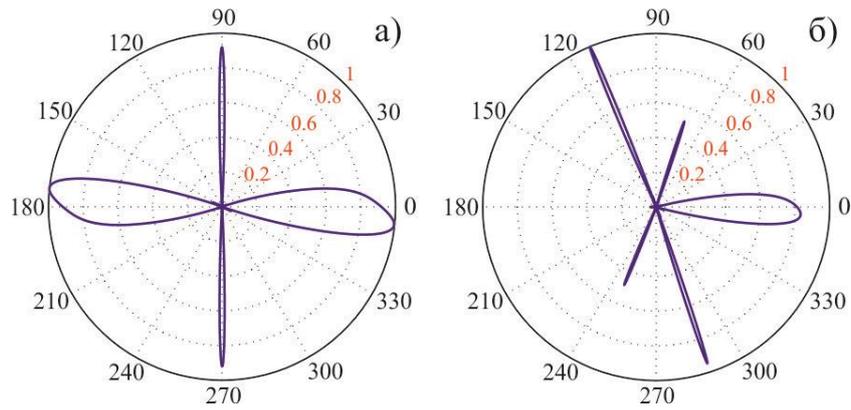


Рис. 2. Нормированные диаграммы направленности рассеянного поля для решетки, состоящей из $N = 15$ замагниченных плазменных цилиндров при $\omega/\omega_H = 5,95$ для $\psi = \pi/2$, $L/a = 45$ (а) и $\psi = 0,4\pi$, $L/a = 65$ (б).

амплитуд «сопряженных» пространственных гармоник с отличными от нуля номерами ν и $-\nu$ имеет место неравенство $H_{-\nu}^{(+)} \neq H_{\nu}^{(+)}$, что хорошо видно на рис. 1(а) для $|H_{\pm 1}^{(+)}|$. Указанное обстоятельство обусловлено проявлением гиротропных свойств магнитоактивной плазмы, заполняющей элементы решетки.

В случае наклонного падения волны, когда $\psi \neq \pi/2$ и $\omega_{-\nu} \neq \omega_{\nu}$, величины $|H_{\nu}^{(\pm)}|$ по-прежнему резонансно возрастают вблизи соответствующих частот ω_{ν} . Кроме того, возможна ситуация, когда для определенного значения периода решетки L сразу две частоты ω_{ν} и $\omega_{-\tilde{\nu}}$, отвечающие различным дифракционным порядкам $\nu \neq \tilde{\nu}$, становятся близкими к резонансной частоте $\omega_{SP,1}$ одиночного плазменного столба. При этом сравнительно малые изменения величины угла падения ψ могут привести к существенным изменениям амплитуд пространственных гармоник рассеянного поля. Указанная ситуация иллюстрируется зависимостями величин $|H_{\nu}^{(+)}|$ от угла ψ для гармоник $\nu = -2$ и $\nu = 1$ при $\omega/\omega_{SP,1} = 0,97$ и $L/a = 65$ на рис. 1(б). Видно, что амплитуды $|H_{\nu}^{(+)}|$ резонансно возрастают вблизи углов падения, для которых выполнены условия $\omega_{-2}(\psi) = \omega$ и $\omega_1(\psi) = \omega$ (указанные значения углов отмечены на рис. 1(б) вертикальными штриховыми линиями).

Обсудим кратко характеристики рассеяния плоской электромагнитной волны Н-поляризации на конечной решетке продольно замагниченных плазменных цилиндров. На рис. 2 представлены диаграммы направленности рассеянного поля в дальней зоне, рассчитанные в горизонтальной плоскости $z = 0$ (угол ϕ , отложенный на диаграммах, отсчитывается от положительного направления оси x) для решетки, состоящей из $N = 15$ плазменных цилиндров ($N^{(\pm)} = 7$), при тех же значениях параметров, что и на рис. 1. Нормированная (на свое максимальное значение) диаграмма направленности, представленная на рис. 2(а), получена для случая нормального падения при $\omega/\omega_H = 5,95$, $\psi = \pi/2$, $L/a = 45$. На этой диаграмме имеются два сравнительно узких лепестка вблизи направлений $\phi = 90^\circ$ и $\phi = 270^\circ$, которые соответствуют отраженной и прошедшей волнам, а также два сравнительно широких лепестка вблизи направлений $\phi = 0$ и $\phi = 180^\circ$, перпендикулярных направлению распространения плоской волны и лежащих в плоскости решетки. Заметим, что рассматриваемая диаграмма направленности рассеянного поля несимметрична относительно плоскости падения волны $x = 0$ (относительно направлений $\phi = 90^\circ$ и $\phi = 270^\circ$), что также является проявлением гиротропных свойств магнитоактивной плазмы, заполняющей элементы решетки. Примечательно, что, как показали расчеты, приведенная на рис. 2(а) диаграмма рассеяния не может быть реализована в случае решетки изотропных

(незамагниченных) плазменных цилиндров при прочих равных условиях. В случае наклонного падения соответствующая диаграмма направленности, представленная на рис. 2(б) при $\omega/\omega_H = 5,95$, $\psi = 0,4\pi$, $L/a = 65$, имеет большее количество узких лепестков, отвечающих различным дифракционным порядкам. Заметим, что значения параметров ω , ψ , L , при которых какая-либо пространственная гармоника бесконечной решетки становится распространяющейся, в случае конечной решетки соответствуют появлению широких боковых лепестков диаграммы рассеянного поля в направлениях $\phi = 0$ или $\phi = 180^\circ$, как это имеет место на рис. 2.

Заключение

В настоящей работе применительно к радиочастотному диапазону изучено рассеяние плоской электромагнитной волны Н-поляризации на решетках продольно замагниченных плазменных цилиндров. Основное внимание уделено случаю, когда частота падающей волны одновременно близка к резонансной частоте локализованного поверхностного плазмона одиночного цилиндра, а также к одной из рэлеевских частот решетки. Найдены и проанализированы амплитудные коэффициенты рассеянного поля различных дифракционных порядков для системы, состоящей из бесконечно большого числа плазменных цилиндров, а также диаграммы направленности поля, рассеянного конечной решеткой.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3.1358.2017/4.6).

Литература

1. Гусейн-заде Н.Г., Минаев И.М., Рухадзе А.А., Рухадзе К.З. Физические принципы работы плазменных антенн // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 56. № 10. С. 1216.
2. Anderson T. Plasma Antennas. London: Artech House, 2011.
3. Fernandez-Olvera A.D.J., Melazzi D., Lancellotti V. Beam-forming and beam-steering capabilities of a reconfigurable plasma antenna array // Prog. Electromagn. Res. C. 2016. V. 65. P. 11.
4. Еськин В.А., Ивонинский А.В., Кудрин А.В., Попова Л.Л. Электромагнитное излучение нитевидных источников при наличии продольно-замагниченных цилиндрических плазменных рассеивателей // ЖЭТФ. 2017. Т. 151. № 2. С. 236.