

**Применение пространственно-временной бихарактеристической системы для численного моделирования распространения радиоволн в ионосфере с учетом отклоняющего поглощения**

Ю.И. Бова, А.С. Крюковский, Д.С. Лукин

*Автономная некоммерческая организация высшего образования Российский новый университет julia\_bova@mail.ru, kryukovsky@rambler.ru, luknet1@yandex.ru*

*Проведено математическое моделирование распространения радиоволн в ионосфере с учетом магнитного поля Земли, частотной модуляции и влияния частоты соударений электронов на отклоняющее поглощение. Рассмотрены проекции лучей на разные координатные плоскости: на плоскость распространения, боковую плоскость и «вид сверху». Исследованы поглощение радиоволны и расходимость вдоль лучей и влияние этих факторов на ослабление амплитуды радиосигнала. Расчеты выполнены для дневной и ночной моделей электронной концентрации высокоширотной ионосферной плазмы. Сопоставлены результаты вычислений в случае обыкновенной и необыкновенной волны.*

*A mathematical simulation of the propagation of radio waves in the ionosphere has been carried out, taking into account the earth's magnetic field, frequency modulation and the influence of the collision frequency of electrons on deflecting absorption. The projections of the rays onto different coordinate planes are considered: on the propagation plane, lateral plane and "top view". The absorption of the radio wave and the divergence along the rays and the influence of these factors on the attenuation of the amplitude of the radio signal are studied. Calculations are performed for day and night models of electron concentration of high-latitude ionospheric plasma. The results of calculations in the case of ordinary and extraordinary waves are compared.*

**Введение**

Настоящая работа посвящена моделированию распространения линейно частотно-модулированного сигнала в ионосферной анизотропной плазме и анализу его ослабления за счет расходимости и отклоняющего поглощения. Актуальность данной работы определена широким использованием электромагнитных волн декаметрового диапазона для обеспечения дальней радиосвязи, радионавигации, радиолокации, загоризонтного радиозондирования, а также для изучения структуры верхней атмосферы Земли – ионосферы. Несмотря на значительный объем исследований в данной области (см., например, [1-7]), распространение частотно модулированных (ЧМ) сигналов в ионосферной плазме с учетом магнитного поля Земли изучено ещё недостаточно.

В работах [8-13] нами рассмотрено распространение частотно-модулированного излучения в ионосферной плазме, когда источник излучения расположен на поверхности Земли. Распространение ЧМ сигналов в случае изотропной ионосферной плазмы в зависимости от высоты источника излучения рассмотрено в работе [12]. В данной работе особое внимание уделено исследованию ослабления радиосигнала за счет отклоняющего поглощения и расходимости на примере моделей электронной концентрации и частоты соударений электронов для высокоширотной ночной и дневной ионосферы.

**Постановка задачи**

Как известно [14], эффективная диэлектрическая проницаемость среды для неоднородной анизотропной ионосферы имеет вид (формула Эпплтона):

$$\varepsilon = 1 - v \left( 1 - i Z - \frac{u \sin^2 \alpha}{2(1-v-iZ)} \pm \sqrt{\frac{u^2 \sin^4 \alpha}{4(1-v-iZ)^2} + u \cos^2 \alpha} \right)^{-1} \quad (1)$$

В выражении (1) параметр  $v$  и  $u$  являются отношениями квадрата плазменной частоты и квадрата гирочастоты к квадрату рабочей частоты, соответственно:

$$v = \left( \frac{\omega_{пл}}{\omega} \right)^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m_e \omega^2}, \quad u = \left( \frac{\omega_H}{\omega} \right)^2 = \frac{e^2 H_0^2}{m_e^2 c^2 \omega^2}. \quad (2)$$

В формулах (2)  $e = 4,8029 \cdot 10^{-10}$  СГСЭ – заряд электрона,  $m_e = 9,108 \cdot 10^{-28}$  г – масса электрона,  $c = 2,997925 \cdot 10^8$  м/с – скорость света,  $N$  – величина электронной концентрации в фиксированной точке пространства. Величина  $Z$  – это отношение частоты соударений электронов к круговой рабочей частоте

$$Z = \frac{v_e}{\omega}, \quad (3)$$

а величина  $\alpha$  – это угол между волновым вектором и напряженностью магнитного поля Земли  $\vec{H}_0 = (H_{0x}, H_{0y}, H_{0z})$ . Выражение для квадрата косинуса угла  $\alpha$ , необходимое для применения формулы (1), имеет вид:

$$\cos^2 \alpha = \frac{(H_{0x} k_x + H_{0y} k_y + H_{0z} k_z)^2}{H_0^2 |\vec{k}|^2}. \quad (4)$$

В формуле (1) знак плюс соответствует обыкновенной волне, а знак минус – необыкновенной волне.

В приведённых ниже расчетах амплитуда магнитного поля предполагается постоянной, а ориентация напряжённости магнитного поля относительно локальной системы координат задается двумя углами  $\gamma$  и  $\varphi$ :

$$H_{0x} = H_0 \cos \gamma \cos \varphi, \quad H_{0y} = H_0 \cos \gamma \sin \varphi, \quad H_{0z} = H_0 \sin \gamma. \quad (5)$$

Если частотой соударения электронов можно пренебречь и положить  $Z=0$ , то формула для эффективной диэлектрической проницаемости имеет стандартный вид (см., например, [4, 7, 14, 15]):

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2v(1-v)}{2(1-v) - u \sin^2 \alpha \pm \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1-v)^2 \cos^2 \alpha}} \quad (6)$$

В основе примененного в данной работе подхода лежат лучевые методы, являющиеся традиционными при описании процессов распространения декаметровых радиоволн в различных средах (см. например [4, 15]). При моделировании лучевых траекторий в анизотропной, неоднородной среде бихарактеристическая система уравнений с гамильтонианом:

$$\Gamma = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(\vec{r}, \vec{k}, \omega) \quad (7)$$

имеет вид [4, 13, 15]:

$$\frac{d\vec{r}}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}}, \quad \frac{d\vec{k}}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}}, \quad \frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t}, \quad (8)$$

где  $\vec{r} = (x, y, z)$  – координаты точки наблюдения,

$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$  – волновой вектор,

$\omega$  – круговая частота излучения,

$t$  – групповое время,  
 $\tau$  – параметр вдоль лучевой траектории,  
 $\varepsilon_r(\vec{r}, \vec{k}, \omega)$  – действительная часть эффективной диэлектрической проницаемости среды распространения.

Для применения при численном моделировании системы (7)-(8), необходимо представить диэлектрическую проницаемость (1) в виде суммы действительной и мнимой части:

$$\varepsilon = \varepsilon_r + i \varepsilon_i. \quad (9)$$

Анализируя выражение (1), находим что:

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{v(z_\varepsilon + r_\varepsilon \cos \varphi_\varepsilon)}{(z_\varepsilon + r_\varepsilon \cos \varphi_\varepsilon)^2 + (u_\varepsilon + r_\varepsilon \sin \varphi_\varepsilon)^2} \quad (10)$$

$$\varepsilon_i = \frac{v(u_\varepsilon + r_\varepsilon \sin \varphi_\varepsilon)}{(z_\varepsilon + r_\varepsilon \cos \varphi_\varepsilon)^2 + (u_\varepsilon + r_\varepsilon \sin \varphi_\varepsilon)^2}. \quad (11)$$

В формулах (10) и (11) введены обозначения:

$$z_\varepsilon = 1 - \frac{(1-v)u \sin^2 \alpha}{2((1-v)^2 + Z^2)}, \quad u_\varepsilon = -Z - \frac{Z u \sin^2 \alpha}{2((1-v)^2 + Z^2)}, \quad (12)$$

$$r_\varepsilon = \pm (x_\varepsilon^2 + y_\varepsilon^2)^{1/4}, \quad \varphi_\varepsilon = \frac{1}{2} \arctg \left( \frac{x_\varepsilon}{y_\varepsilon} \right), \quad (13)$$

$$x_\varepsilon = \frac{(1-v)Z u^2 \sin^4 \alpha}{2((1-v)^2 + Z^2)^2}, \quad y_\varepsilon = u \cos^2 \alpha + \frac{((1-v)^2 - Z^2) u^2 \sin^4 \alpha}{4((1-v)^2 + Z^2)^2}. \quad (14)$$

Если внешнее магнитное поле отсутствует ( $H_0 = 0$ ), то формула для диэлектрической проницаемости имеет вид [14]:

$$\varepsilon = 1 - \frac{v}{1+Z^2} - i \frac{vZ}{1+Z^2}. \quad (15)$$

Предположим, что начальный волновой вектор  $\vec{k}(0)$  параметрически зависит от угла выхода луча  $\alpha_0$  ( $\beta_0=0$ ):

$$k_x(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0 \cos \beta_0, \quad k_y(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0 \sin \beta_0, \quad k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha_0, \quad (16)$$

источник излучения точечный, находится вне магнитоактивной плазмы и расположен в точке с координатами  $(x_0, y_0, z_0)$ :

$$\vec{r}|_{\tau=0} = (0,0,0). \quad (17)$$

Величина  $\varepsilon_0$  в выражениях (16) – это значение эффективной диэлектрической проницаемости среды в источнике излучения.

Предположим, что сигнал линейно частотно-модулированный (ЛЧМ), то есть формула для мгновенной частоты заполнения имеет вид [8,10]:

$$\omega(0) = \omega_0 (1 + \delta \eta), \quad t(0) = \eta \quad (18)$$

$$f(t) = f_0 (1 + \delta t), \quad \delta = \frac{2f_\delta}{f_0 T_u}$$

где  $\eta$  – начальное время выхода луча,

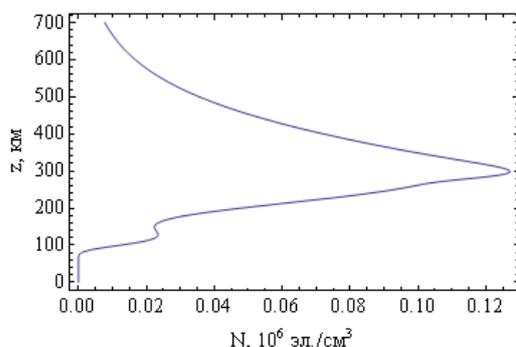
$f_0 = \omega_0 / (2\pi)$  – начальная частота (Гц),

$f_\delta$  – девиация частоты (Гц),

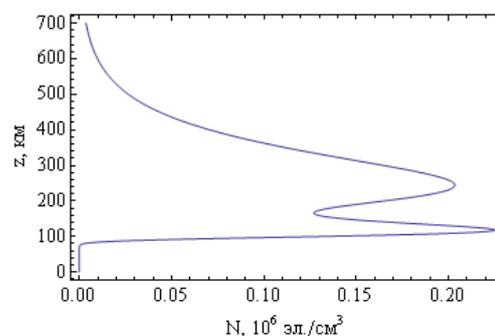
$T_u$  – длительность импульса (с).

В данной работе были приняты следующие значения параметров  $f_o=2,5$  МГц,  $f_d=3,75$  МГц,  $T_u=3$  с,  $\delta=1$  с<sup>-1</sup>. При этом максимальная частота равна приблизительно 10 МГц. Распространение электромагнитной волны изначально осуществляется в плоскости (x, z).

Рассмотрены две модели высокоширотной ионосферной плазмы: ночную и дневную. Предполагается, что профили электронной концентрации имеют вид, представленный на рис. 1 а, б:



**Рис. 1 а.**

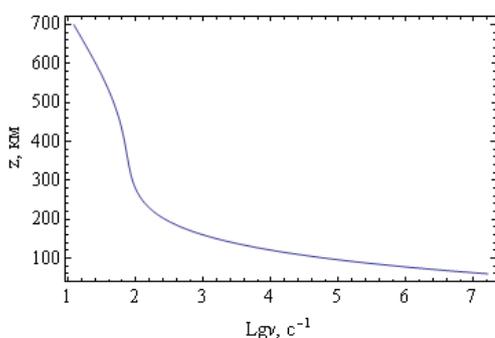


**Рис. 1 б.**

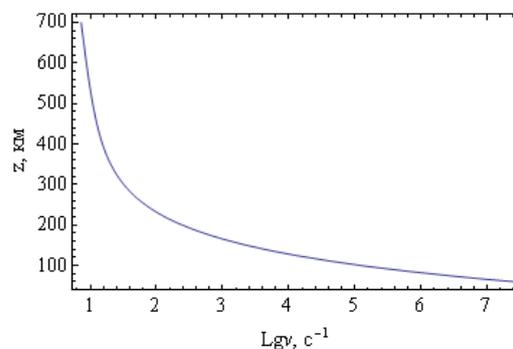
**Зависимость электронной концентрации от высоты, рис. 1 а – ночная ионосфера, рис. 1 б – дневная ионосфера.**

Профиль электронной концентрации ночной ионосферы достаточно типичен, слой E слабо просматривается, максимум слое F значительно меньше, чем в случае дневной ионосферы. Напротив, профиль дневной ионосферы нетипичен, поскольку в максимуме слоя E больше электронная концентрация больше, чем в слое F.

На рис. 2 приведены зависимости электронной частоты соударений от высоты для ночной и дневной ионосферы.



**Рис. 2 а.**



**Рис. 2 б.**

**Зависимость электронной частоты соударений от высоты, рис. 2 а – ночная ионосфера, рис. 2 б – дневная ионосфера.**

На небольших высотах эти профили практически совпадают. Существенные отличия начинаются выше 110 км, где роль электронной частоты соударений в поглощении (а тем более в отклонении траектории) невелика.

Представленные на рис. 1 и 2 профили коррелируют с данными, приведенными в [16] (80° с.ш., 30° в.д., март).

### Численное моделирование

При вычислении применялись следующие значения параметров:  $H_0 = 0,36$  Э,  $\zeta = 0$ ,  $\gamma = -135^\circ$ ,  $\varphi = 90$ . Рассмотрим последовательно результаты численного моделирования в случае ночной и дневной ионосферы.

### Ночная ионосфера

На рисунках 3 а и б показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в плоскости  $(x,z)$ , когда источник излучения находится на земле. Цвет луча соответствует частоте излучения, причем фиолетовый цвет соответствует минимальной частоте, а красный цвет максимальной частоте, то есть расположение цветов обратное по отношению к спектру радуги. Угол выхода лучей  $30^\circ$ . На рисунках в виде фона показана электронная концентрация ионосферы. В районе 115 км по высоте просматривается слой E. На высоте порядка 290 км хорошо виден слой F2. Сначала все лучи идут по общей траектории. В диспергирующей среде (ионосфере) они расходятся. Низкочастотные лучи отражаются от слоев E и F2 и возвращаются на землю, а высокочастотные просачиваются сквозь слои, причем с увеличением частоты, траектории выпрямляются.

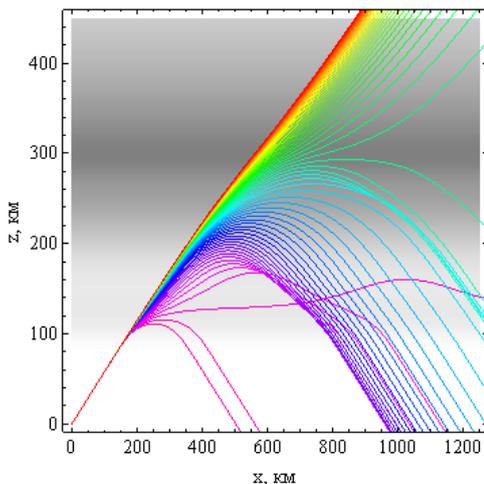


Рис. 3 а.

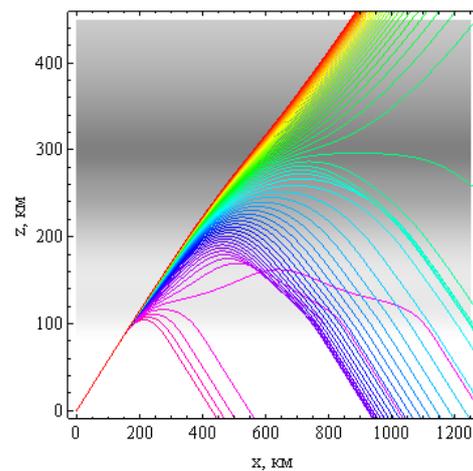


Рис. 3 б.

**Лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала в плоскости  $(x,z)$ . Рис. 3 а – обыкновенная волна, рис. 3 б – необыкновенная волна. Угол выхода  $30^\circ$ . Ночная ионосфера.**

Лучевые структуры обыкновенной и необыкновенной волны отличаются, но не сильно. Главным отличием является то обстоятельство, что для необыкновенной волны просачивание сквозь ионосферу наступает при более высоких частотах, чем для обыкновенной.

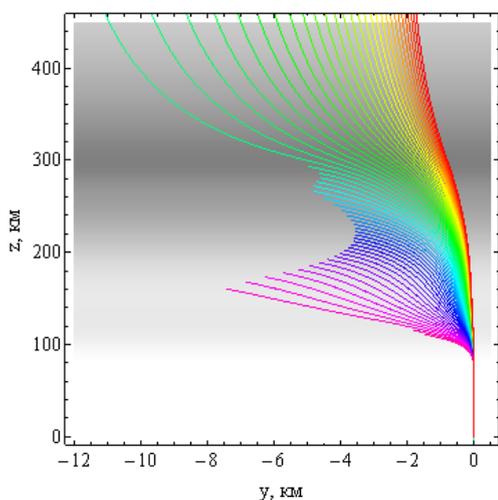
На рисунке 4 а и 4 б показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в плоскости  $(y,z)$ . Лучи, проходящие ионосферный слой F2, выше 400 км разворачиваются параллельно оси  $z$  и уходят вверх (цвета от красного до зеленого). Отражённые лучи (от зеленого до фиолетового) возвращаются на землю по одним и тем же траекториям, так как горизонтальные градиенты (в рамках модели) отсутствуют. Можно отметить, что лучевая структура необыкновенной волны в этой плоскости выглядит компактнее, чем структура обыкновенной волны и является как бы ее зеркальным отражением относительно вертикальной оси.

На рисунке 5 а и б показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в плоскости  $(x,y)$ . Это вид на лучевую структуру сверху.

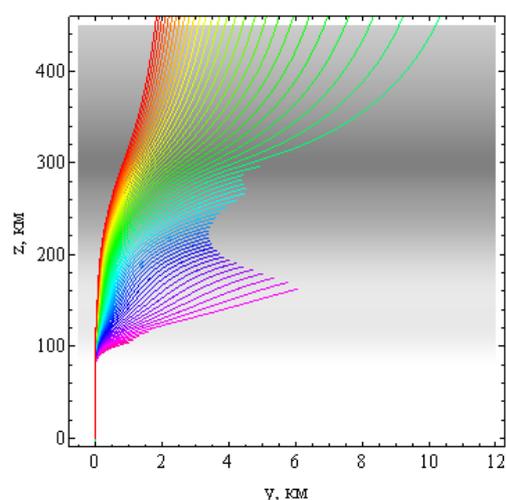
Структура необыкновенной волны в этой плоскости похожа на «зеркальное отражение» от горизонтальной оси структуры обыкновенной волны. В случае необыкновенной волны распространение сигнала вдоль оси  $y$  существенно «компактнее». В этой проекции хорошо видна каустическая структура и ее особенность – катастрофа  $A_3$ . Структура волнового поля в окрестности каустического острия (катастрофы  $A_3$ ) подробно исследовалась в работах [17-20].

Рассмотрим теперь поглощение вдоль траекторий. Для вычисления поглощения, связанного с частотой соударения электронов, справедлива формула:

$$\frac{d\Psi}{d\tau} = -2\varepsilon_i \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (19)$$

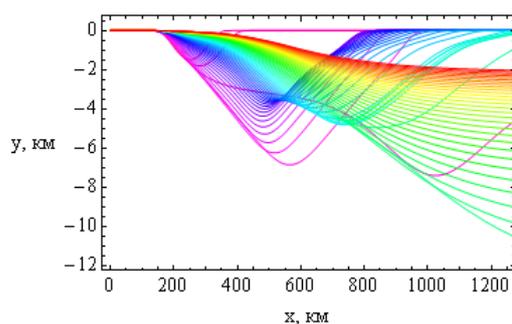


**Рис. 4 а.**

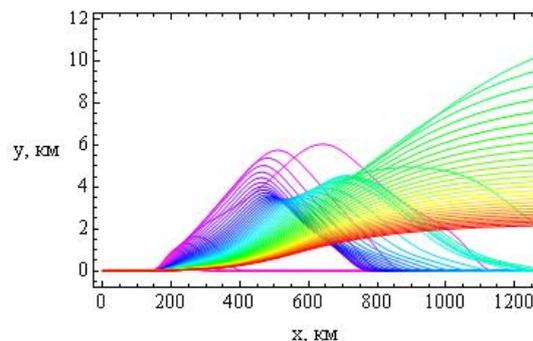


**Рис. 4 б.**

**Лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала в плоскости (y,z). Рис. 4 а – обыкновенная волна, рис. 4 б – необыкновенная волна. Угол выхода 30°. Ночная ионосфера.**



**Рис. 5 а.**

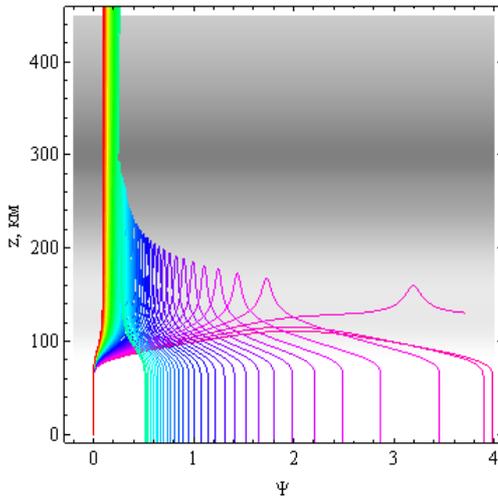


**Рис. 5 б.**

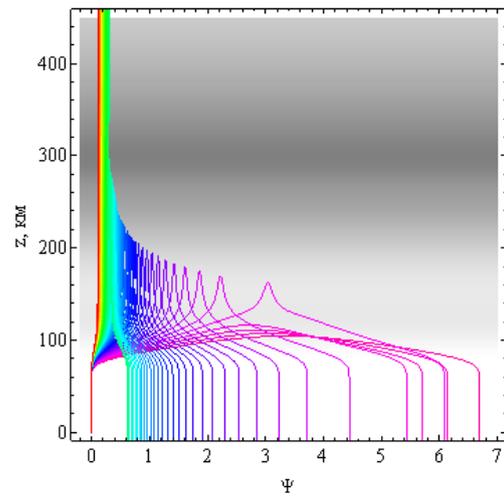
**Лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала в плоскости (x,y). Рис. 5 а – обыкновенная волна, рис. 5 б – необыкновенная волна. Угол выхода 30°. Ночная ионосфера.**

Следует отметить, что при малых значениях отношения эффективной частоты соударения электронов к круговой рабочей частоте ( $Z \ll 1$ ) мнимая часть эффективной диэлектрической проницаемости пропорциональна произведению частоты соударений на квадрат электронной концентрации:  $\varepsilon_i \sim \nu Z \sim N^2 \nu_e$ . С уменьшением высоты ниже слоя E электронная концентрация падает, а частота соударений растет (см. рис. 1, 2), поэтому наибольшее поглощение происходит вблизи нижней границы ионосферы, что и видно на рис. 6 и 7. На рис. 6 а и б приведены зависимости от высоты поглощения  $\Psi$  (в Неперах) вдоль траекторий. На рис. 6 можно выделить две группы кривых. Красные и зеленые линии соответствуют проходящим лучам, и для них поглощение мало. Синие и фиолетовые линии соответствуют лучам, отражающимся от слоя. Характерный максимум это точка отражения. Эти лучи много времени проводят в нижней ионосфере и испытывают активное поглощение. Естественно с уменьшением частоты поглощение растет, причем, сопоставляя рис. 6 а и 6 б, видим, что необыкновенная волна поглощается сильнее обыкновенной.

На рисунках 7 а и 7 б показано локальное поглощение вдоль лучевых траекторий.

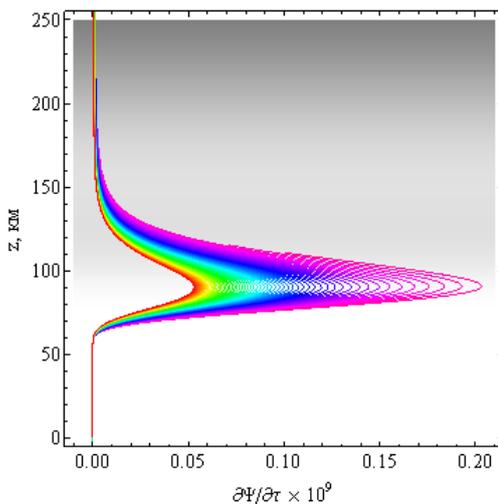


**Рис. 6 а.**

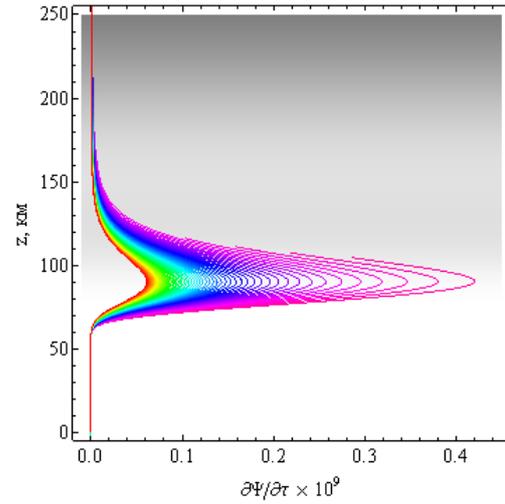


**Рис. 6 б.**

**Зависимости поглощения  $\Psi$  (в Неперах) вдоль траекторий от высоты. Рис. 6 а – обыкновенная волна, рис. 6 б – необыкновенная волна. Угол выхода  $30^\circ$ . Ночная ионосфера.**



**Рис. 7 а.**



**Рис. 7 б.**

**Зависимости локального поглощения вдоль лучевых траекторий от высоты. Рис. 7 а – обыкновенная волна, рис. 7 б – необыкновенная волна. Угол выхода  $30^\circ$ . Ночная ионосфера.**

Графики на рис. 7 строились в соответствии с формулой (19). На рисунках хорошо видно как растет поглощение с уменьшением частоты, и что на поглощение влияет небольшая область вдоль нижней границы ионосферы. Если иметь в виду, что ниже 65 км обычно в общепринятых моделях данные о частоте соударений и электронной концентрации не приводятся, то понятно, что эта область изучена недостаточно. Графики для мнимой части эффективной диэлектрической проницаемости мы не приводим, поскольку в силу (19) они аналогичны рис. 7.

На рисунках 8 а и 8 б показаны зависимости от высоты действительной части эффективной диэлектрической проницаемости среды вдоль лучевых траекторий.

Правая часть рисунков ограничена значением 1 (диэлектрическая проницаемость в пустоте), а левая – значением 0.75, что определяется углом выхода лучей  $\alpha_0$ . Поскольку

эффективная диэлектрическая проницаемость зависит от координат, а также волнового вектора и частоты сигнала, для каждого луча получается своя зависимость от высоты. Минимумы соответствуют слоям E и F. Рисунки для обыкновенной и необыкновенной волны очень похожи. Следует отметить, что, как следует из расчетов, учет эффективной частоты соударений существенно не влияет на траекторию луча. Это понятно, если учесть, что поправка к  $\epsilon_r$  пропорциональна  $\nu Z^2 \sim N^2 \nu_e^2$ .

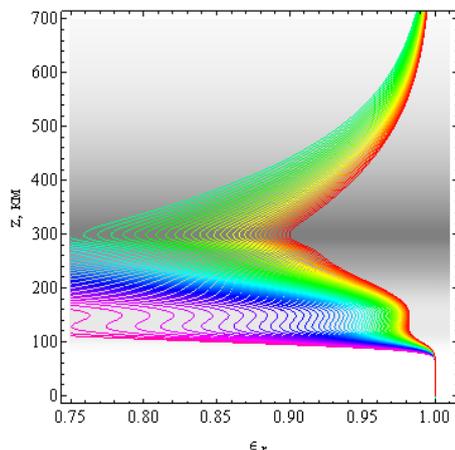


Рис. 8 а.

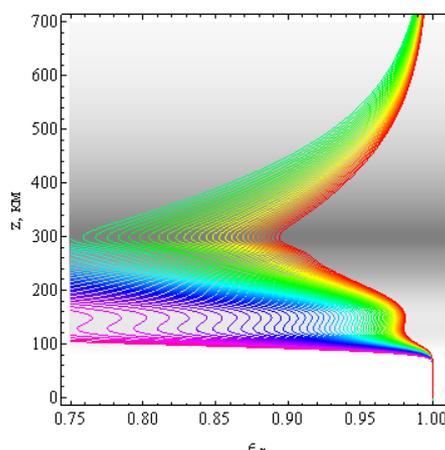


Рис. 8 б.

**Зависимости действительной части эффективной диэлектрической проницаемости среды вдоль лучевых траекторий от высоты. Рис. 8 а – обыкновенная волна, рис. 8 б – необыкновенная волна. Угол выхода 30°. Ночная ионосфера.**

На рис. 9,а,б показаны зависимости расходимости вдоль лучевых траекторий от высоты в дБ.

Для определения расходимости необходимо преобразовать бихарактеристическую систему (8) к виду

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \vec{r}} \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \omega}, \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \left( 2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \vec{k}} \right) \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \epsilon}{\partial \omega}, \quad (20)$$

известному как бихарактеристическая система Лукина [21, 22], и дополнить ее системой уравнений:

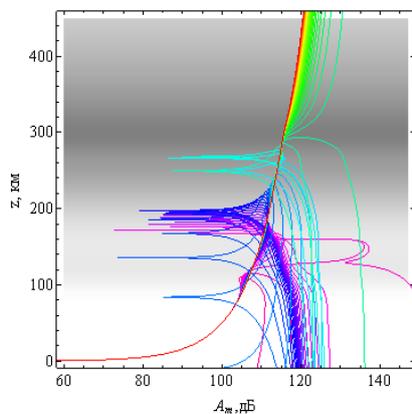


Рис. 9 а.

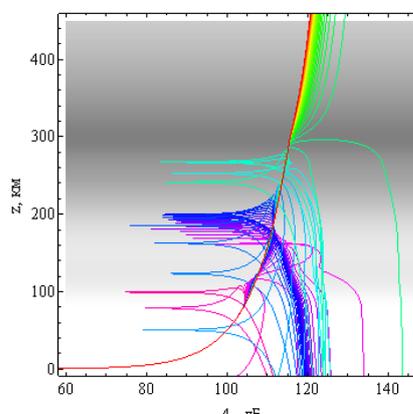


Рис. 9 б.

**Зависимости расходимости вдоль лучевых траекторий от высоты в дБ. Рис. 9 а – обыкновенная волна, рис. 9 б – необыкновенная волна. Угол выхода 30°. Ночная ионосфера.**

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{k}_{\alpha_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left( \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} \Big/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), & \frac{d\vec{r}_{\alpha_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left( \left( 2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \Big/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), \\ \frac{d\vec{k}_{\beta_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left( \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} \Big/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), & \frac{d\vec{r}_{\beta_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left( \left( 2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \Big/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right),\end{aligned}\quad (21)$$

с начальными данными

$$\begin{aligned}k'_{x\alpha_0}(\eta) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha_0 \cos \beta_0, & k'_{x\beta_0}(\eta) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0 \sin \beta_0, \\ k'_{y\alpha_0}(\eta) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha_0 \sin \beta_0, & k'_{y\beta_0}(\eta) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0 \cos \beta_0, \\ k'_{z\alpha_0}(\eta) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0, & k'_{z\beta_0}(\eta) &= 0, \\ \vec{r}'_{\zeta}(\eta) &= 0, & \vec{r}'_{\beta_0}(\eta) &= 0.\end{aligned}\quad (22)$$

то есть решить расширенную бихарактеристическую систему [4, 21, 22].

Получив решение бихарактеристической системы (21) можно вычислить якобиан  $J$  расходимости лучевой трубки

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial x}{\partial \beta_0} & T_1 \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial y}{\partial \beta_0} & T_2 \\ \frac{\partial z}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial z}{\partial \beta_0} & T_3 \end{vmatrix}, \quad \vec{T} = \left( 2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \Big/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \quad (23)$$

и найти расходимость поля в каждой точке пространства:

$$A_m = 10 \cdot \lg \left| \frac{J_0}{J(\vec{r})} \right| \quad (24)$$

В формуле (24)  $J_0$  – якобиан расходимости на условном расстоянии от источника (в расчетах был условно выбран 1 м). Величина  $\varepsilon = \varepsilon_r$ .

На рис. 9 в первую очередь следует отметить красную траекторию, соответствующую высокочастотному сигналу. Она имеет небольшой излом в окрестности максимума слоя F, что связано с дефокусировкой сигнала. Горизонтальные линии соответствуют каустикам. Это области усиления поля (фокусировки). Из рис. 9 следует, что лучи соответствующие дальнему распространению (см. рис. 3), иногда называемые лучами Педерсена, испытывают очень большую расходимость.

С помощью рис. 3, 6 и 9 можно оценить амплитуду сигнала в точке приема. Как известно, действующая напряженность электрического поля изотропного излучателя в пустоте определяется формулой:

$$E_{\varrho 0} = \frac{\sqrt{30W}}{r} B / \text{м}, \quad (25)$$

где  $W$  – мощность в Ваттах, а  $r$  – расстояние до источника излучения в метрах.

Тогда действующую напряженность электрического поля в некоторой точке пространства можно оценить по формуле:

$$E_{\varrho} = E_{\varrho 0} e^{-\psi} 10^{-A_m/20} B / \text{м}. \quad (26)$$

Например, для лучей синего цвета (~4.25 МГц) на земле (расстояние 1000 км от источника) поглощение будет порядка одного Непера, а расходимость около 120 дБ.

Если предположить, что мощность источника 1 кВт, то напряженность поля в этой точке составит 64 мкВ/м.

### Дневная ионосфера

Рассмотрим теперь аналогичные графики для дневной ионосферы. На рисунках 10 а и б показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в плоскости  $(x,z)$ .

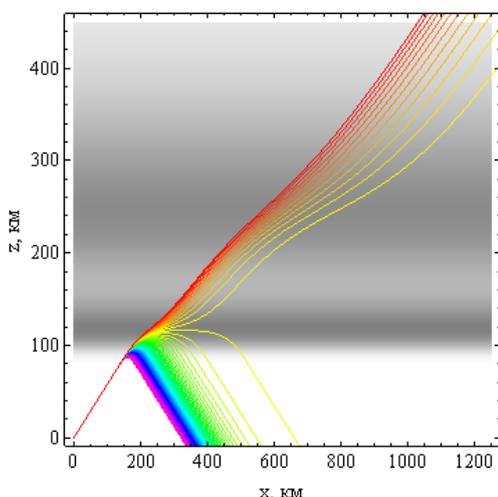


Рис. 10 а.

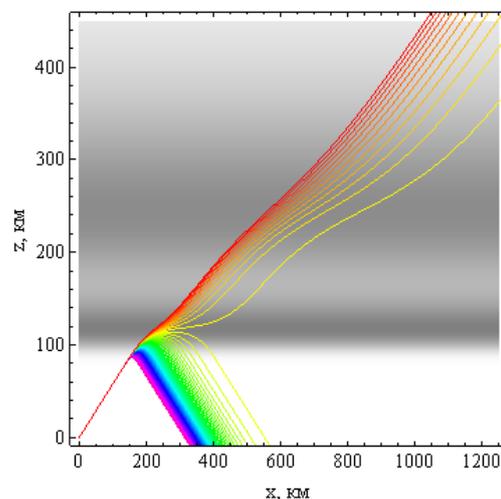


Рис. 10 б.

Лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала в плоскости  $(x,z)$ . Рис. 10 а – обыкновенная волна, рис. 10 б – необыкновенная волна. Угол выхода  $30^\circ$ . Дневная ионосфера.

Поскольку в данном случае максимум слоя E больше максимума слоя F, что является аномалией, лучи отражаются только от слоя E (сравните с рис. 3). Если сравнивать с лучевой структурой ночной ионосферы, то дальность связи на одной и той же частоте при фиксированном угле выхода луча (например, синий цвет) заметно уменьшилась (более чем вдвое) и структура стала более упорядоченной.

На рисунке 11 а и 11 б показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в боковой плоскости  $(y,z)$ .

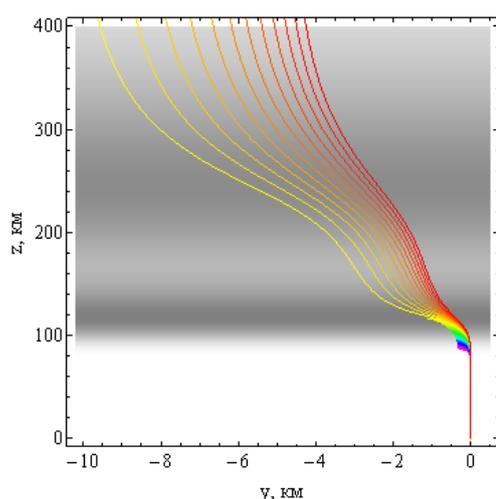


Рис. 11 а.

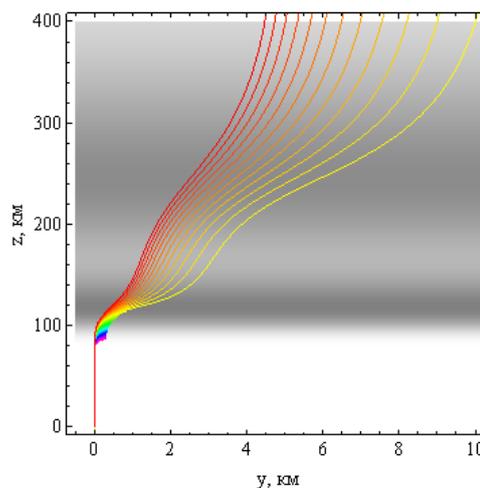


Рис. 11 б.

Лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала в плоскости  $(y,z)$ . Рис. 11 а – обыкновенная волна, рис. 11 б – необыкновенная волна. Угол выхода  $30^\circ$ . Дневная ионосфера.

Главным отличием от ночной ионосферы (см. рис. 4) является то, что отраженные лучи слабо отклоняются от первоначальной плоскости распространения. Отклонение же прошедших лучей достигает 10 и более километров.

На рисунке 12 а и б показан вид «сверху» на лучевую структуру, то есть лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в плоскости (x,y).

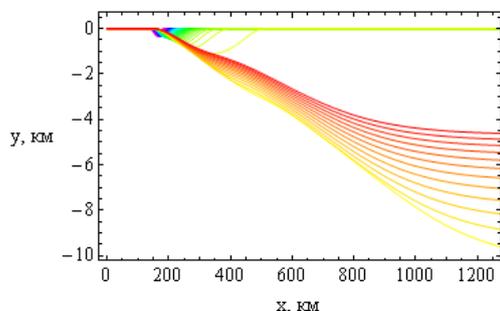


Рис. 12 а.

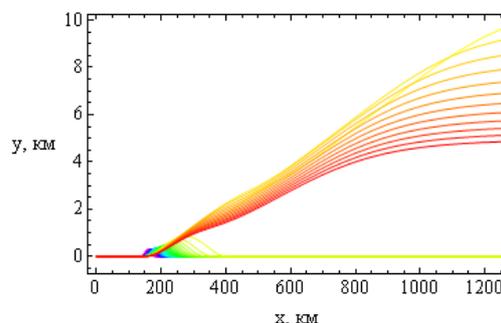


Рис. 12 б.

**Лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала в плоскости (x,y). Рис. 12 а – обыкновенная волна, рис. 12 б – необыкновенная волна. Угол выхода 30°. Дневная ионосфера.**

Если сравнивать траектории в этой плоскости для дневной и ночной ионосферы (см. рис. 5) то, опять-таки видим, что отраженные лучи слабо отклоняются от первоначальной плоскости распространения, что согласуется с рис. 11.

На рис. 13 а и б приведены зависимости от высоты поглощения  $\Psi$  вдоль траекторий.

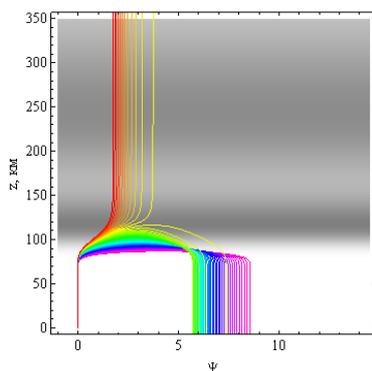


Рис. 13 а.

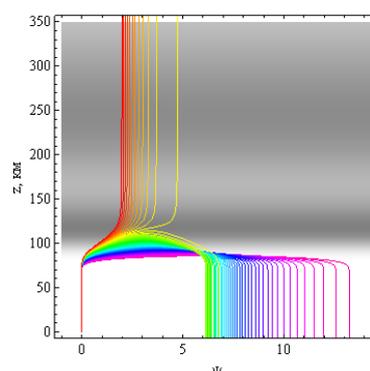
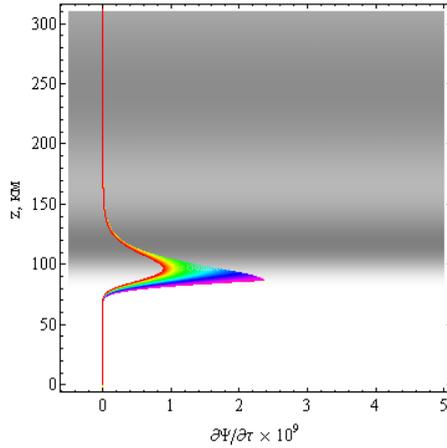


Рис. 13 б.

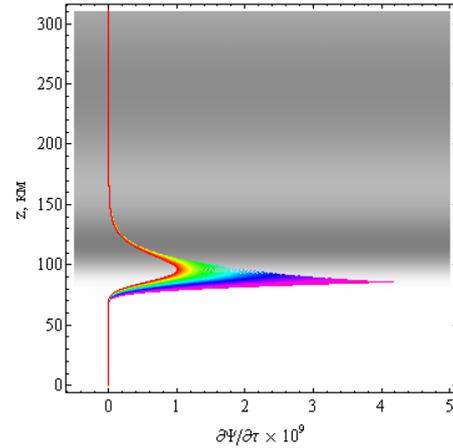
**Зависимости поглощения  $\Psi$  (в Нперах) вдоль траекторий от высоты. Рис. 25 – обыкновенная волна, рис. 26 – необыкновенная волна. Угол выхода 30°. Дневная ионосфера.**

Сравнивая поглощение в дневной и ночной ионосфере (рис. 6), видим, что оно существенно возросло. Максимальное поглощение для обыкновенной волны приблизительно 8,5 Нп, а для необыкновенной волны  $\sim 13,3$  Нп. Для синего луча (частота 4,25 МГц) поглощение  $\sim 7$  Нп для обыкновенной волны и  $\sim 8$  Нп для необыкновенной волны.

На рисунках 14 а и 14 б представлено локальное поглощение вдоль лучевых траекторий.



**Рис. 14 а.**

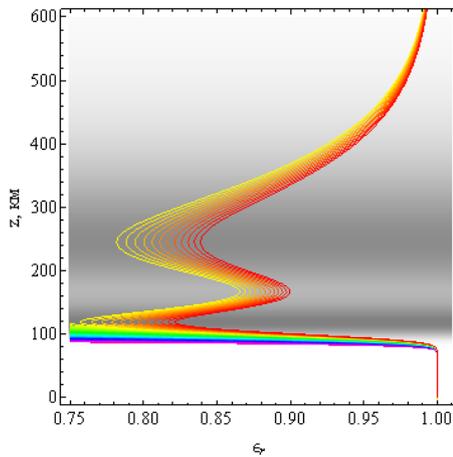


**Рис. 14 б.**

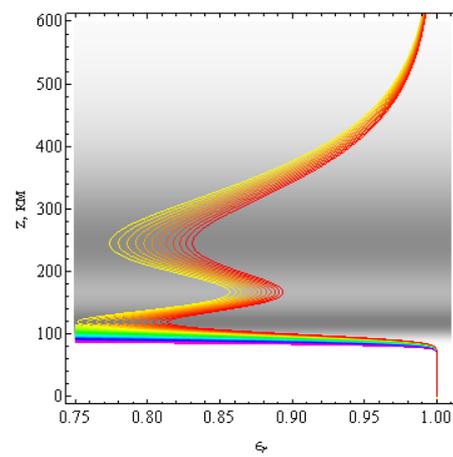
**Зависимости локального поглощения вдоль лучевых траекторий от высоты. Рис. 14 а – обыкновенная волна, рис. 14 б – необыкновенная волна. Угол выхода 30°. Дневная ионосфера.**

Если сравнивать ночную (рис.7) и дневную ионосферы, то видно, что пики стали уже и значительно длиннее. Они по-прежнему располагаются вблизи нижней границы ионосферы.

На рисунках 15 а и 15 б показаны зависимости от высоты действительной части эффективной диэлектрической проницаемости среды вдоль лучевых траекторий.



**Рис. 15 а.**

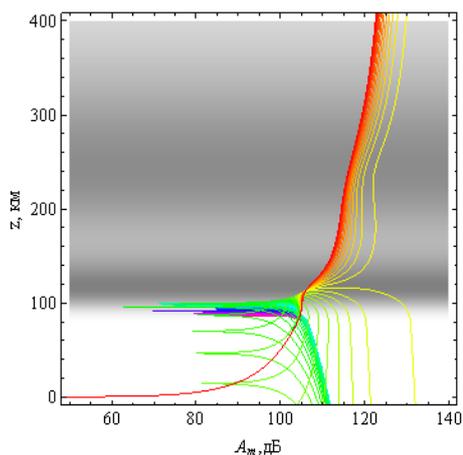


**Рис. 15 б.**

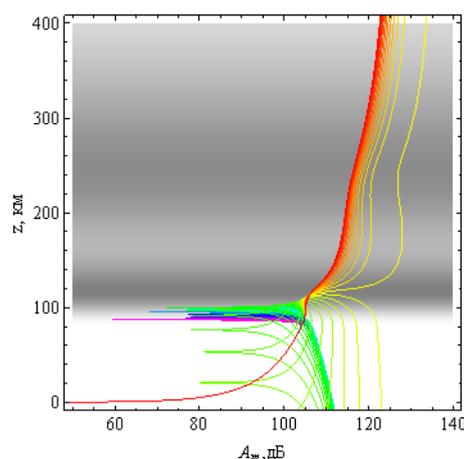
**Зависимости действительной части эффективной диэлектрической проницаемости среды вдоль лучевых траекторий от высоты. Рис. 15 а – обыкновенная волна, рис. 15 б – необыкновенная волна. Угол выхода 30°. Дневная ионосфера.**

По сравнению с рис. 8 характер кривых существенно изменился, что не удивительно, так как поведение кривых отслеживает поведение электронной концентрации (ср. рис 1 а и 1 б). Однако кривые стали компактнее.

На рис. 16 а и 16 б показаны зависимости расходимости вдоль лучевых траекторий от высоты в дБ.



**Рис. 16 а.**



**Рис. 16 б.**

**Зависимости расходимости вдоль лучевых траекторий от высоты в дБ. Рис. 16 а – обыкновенная волна, рис. 16 б – необыкновенная волна. Угол выхода  $30^\circ$ . Дневная ионосфера.**

Как и в случае ночной ионосферы с помощью рис. 10, 13 и 16 можно оценить амплитуду сигнала в точке приема. Для лучей синего цвета ( $\sim 4.25$  МГц) на земле (расстояние  $\sim 370$  км от источника) поглощение будет порядка одного 7 Нп для обыкновенной волны и 8 Нп для необыкновенной волны, а расходимость около 110 дБ. Если предположить, что мощность источника 1 кВт, то напряженность поля в этой точке составит 0,5 мкВ/м для обыкновенной волны и 0,18 мкВ/м для необыкновенной волны.

### **Заключение**

Таким образом, в настоящей работе выполнено математическое моделирование распространения радиоволн в ионосфере с учетом магнитного поля Земли, частотной модуляции и влияния частоты соударений электронов на отклоняющее поглощение. Сопоставлены особенности распространения ЛЧМ сигналов в двухслойной анизотропной ионосфере в случае обыкновенной и необыкновенной волны. Исследованы поглощение радиоволны и расходимость вдоль лучей и влияние этих факторов на ослабление амплитуды радиосигнала. Расчеты выполнены для дневной и ночной моделей электронной концентрации высокоширотной ионосферной плазмы. Рассмотрены проекции лучей на разные координатные плоскости: на плоскость распространения, боковую плоскость и «вид сверху». Для расчетов лучевых характеристик применялась бихарактеристическая система дифференциальных уравнений, неизвестными в которой являются координаты луча, компоненты волнового вектора, а также частота и время. Для определения ослабления напряженности электрического поля вдоль траектории рассчитывалась расходимость лучевого потока на основе расширенной бихарактеристической системы уравнений.

Из результатов моделирования следует, что при изучении распространения ЛЧМ сигналов в анизотропных средах необходимо рассчитывать электромагнитные поля со сложной каустической структурой, используя волновую теорию катастроф [15, 23-25], поскольку для описания волновых полей в соответствии с приведенными выше рисунками необходимо рассчитывать поля на каустиках (оггибающих лучевых семейств), включая каустические особенности (катастрофы).

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 18-02-00544-а, №17-02-01183-а).*

## Литература

1. Иванов Д.В. Методы и математические модели исследования распространения в ионосфере сложных дециметровых сигналов и коррекции их дисперсионных искажений. Монография. Йошкар-Ола: Марийский гос. технический ун-т. 2006. 266 с.
2. Иванов В.А., Иванов Д.В., Лащевский А.Р., Рябова М.И. Исследование дисперсионных искажений широкополосных элементов непрерывного ЛЧМ-сигнала при изменении их длительности сверх критической. // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы, 2014. № 1(20). С. 43-53.
3. Захаров В.Е., Котова Д.С. Моделирование дисперсионных искажений ЛЧМ-импульсов радиоволн в ионосфере. // Труды XXIV Всероссийской научной конференции «Распространение радиоволн», (29 июня–5 июля 2014; Иркутск) / Иркутск: ИСЗФ СО РАН, 2014. Т.4. С. 97–100.
4. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме. // Радиотехника и электроника, М.: Наука. 2012. Т.57. № 9. С. 1028-1034.
5. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Теория пространственной фокусировки видеоимпульсов в диспергирующих средах. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2007. Т.12. № 8. С.15-25.
6. Крюковский А.С., Зайчиков И.В. Особенности распространения радиоимпульсов в средах с дисперсией. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2008. Т.13. № 8. С. 36-41.
7. Кирьянова К.С., Крюковский А.С. Особенности лучевого распространения радиоволн в ионосфере Земли // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2012. № 11. – С. 25–28.
8. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере // Вестник Российского нового университета. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика» / М.: РосНОУ, 2013. Выпуск 4. – С. 47–52.
9. Крюковский А. С., Лукин Д. С., Растягаев Д. В., Скворцова Ю. И. Математическое моделирование распространения частотно-модулированных радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника, 2015, Т. 60, № 10. С. 1001-1009.
10. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Численное моделирование распространения пространственно-временных частотно-модулированных радиоволн в анизотропной среде // Т-Com: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т.9. №9. С.40-47.
11. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения радиоволн в нестационарной плазме с учетом кривизны поверхности Земли и ионосферных слоев. // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели анализ и управление. 2016. №1-2. С.34-40
12. Бова Ю.И. Математическое моделирование распространения радиоволн в ионосфере Земли в зависимости от высоты источника излучения // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели анализ и управление. 2016. №3. С.10-15.
13. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Влияние пространственно-временных возмущений ионосферной плазмы на распространение радиоволн. // Известия высших учебных заведений. Физика. 2016. Т. 59. № 12-3. С. 131-135.
14. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир. 1973. 502 с.

15. Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численный канонический метод в задачах дифракции и распространения электромагнитных волн в неоднородных средах. М.: МФТИ, 1982. 159 с.
16. ГОСТ 25645.146-89 Ионосфера Земли. Модель глобального распределения концентрации, температуры и эффективной частоты соударений электронов. Часть 1. Таблицы параметров. М.: Издательство стандартов, 1990 год. 30 с.
17. Крюковский А.С., Лукин Д.С. К вопросу о поле в окрестности каустического острия в ионосферном плазменном слое. // Радиотехника и электроника, 1981. Т. 26. № 6. С. 1121 - 1126.
18. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численное сравнение двух асимптотических методов решения задач дифракции волн в плавнонеоднородных средах // Изв. МВ и ССО СССР (Радиофизика). 1986. Т. 29. № 1. С. 79 - 88.
19. Крюковский А.С., Растягаев Д.В. О необходимых и достаточных условиях образования каспидных катастроф. // Распространение и дифракция волн в неоднородных средах. Сб./ М.:МФТИ 1989. С. 56-60.
20. Крюковский А.С., Растягаев Д.В. Исследование устойчивых фокусировок, возникающих при нарушении симметрии волнового фронта. // Дифракция и распространение электромагнитных волн. Сб./ М.: МФТИ, 1993. С. 20-37.
21. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере. // Космические исследования, 1967. Т. 5. Вып. 4. С. 593–600.
22. Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Применение метода характеристик для численного решения задач распространения радиоволн в неоднородной и нелинейной среде. // Радиотехника и электроника, 1969. Т. 14. № 9. С. 1673–1677.
23. Крюковский А.С. Равномерная асимптотическая теория краевых и угловых волновых катастроф. Монография. М.: РосНОУ, 2013.– 368 с.
24. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Применение теории катастроф для описания пространственно-временной структуры частотно-модулированного сигнала в плазме // Электромагнитные волны и электронные системы. 2013. Т. 18. № 8. С. 18-23.
25. Дорохина Т.В., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Информационная система «Волновые катастрофы в радиофизике, акустике и квантовой механике». // Электромагнитные волны и электронные системы. 2007. Т.12. № 8. С.71-75.