Юстировка космического аппарата и комплекса его бортовых систем по большим выборкам навигационных данных и радиолокационных измерений

С.Г. Лиханский, С.Б. Алексеев

АО «Концерн «Вега»: 121170, Москва, Кутузовский проспект, д.34.; tatonika@inbox.ru.

Рассмотрен алгоритм юстировки датчика ориентации, устройства управления ориентацией и антенны радиолокатора космического базирования, уточнения эллипсоида инерции космического аппарата с бортовым оборудованием по данным системы позиционирования и датчика ориентации и данным измерений доплеровского сдвига частоты в радиолокаторе.

The algorithm of adjustment of space-based hardware (spaceship orientation sensor, spaceship orientation control device, space-based SAR antenna) and spaceship tensor of inertia closer definition is considered in the paper. The input data for this algorithm consists of space-based Positioning System data and Doppler frequency shift data being measured in SAR.

Введение

Для решения задач радиолокационной (РЛ) обработки (синтез РЛ изображения (РЛИ), межвитковая интерферометрия и т. д.) необходимо точно устанавливать луч антенны в выбранную на Земле точку. Неточность установки приводит к ошибке выбора снимаемого сюжета, ошибкам расчета опорных функций и снижению информативности обработки, что особенно заметно при синтезе РЛИ субметрового разрешения [6].

На точность установки луча влияют как случайные ошибки данных ориентации космического аппарата (КА), так и регулярные (почти неизменные во времени) ошибки, вызванные конструктивными погрешностями и ошибками установки на борту антенной системы (АС) радиолокатора с синтезированной апертурой (РСА), датчика ориентации (астродатчика) и системы управления ориентацией (УО). Неточность знания тензора инерции КА влияет на точность УО и, потому, на точность установки луча.

(На точность установки луча влияет и точность прогноза полета КА [1, 5, 7].)

Оценка регулярных ориентационных погрешностей бортовых систем КА – астродатчика, АС, устройства УО КА и других систем в процессе их функционирования в полете с целью последующего учета и компенсации этих погрешностей при проведении РЛ измерений, РЛ обработки и УО – называется юстировкой бортовых систем.

Цель статьи – разработка алгоритма юстировки бортовых систем КА по данным систем позиционирования (СП – типа GPS, ГЛОНАСС, Галилео [1, 2, 7]), результатам измерения доплеровского сдвига частоты в бортовом РСА и показаниям астродатчика.

Предлагаемый в статье новый подход к юстировке состоит проведении периодических (раз в ~2…3 недели) мероприятий по одновременному и взаимосвязанному уточнению ориентации всего комплекса бортовых систем КА и тензора инерции КА с бортовым оборудованием. Это уточнение проводится по итогам сопоставления и анализа больших выборок данных независимых одновременных измерений – координатных (СП), доплеровских (РСА) и ориентационных – в разных режимах ориентирования КА.

В статье широко использован аппарат кватернионов, подробно описанный в [3].

1. Геометрия базирования бортовых систем навигации и радиолокации и проводимых ими измерительных процедур

Рассмотрим взаимосвязь геометрии базирования бортовых систем КА и результатов измерений данных этими системами в различных системах координат (СК): АСК (антенной СК), ССК (связанной СК КА), ДСК (собственной системы координат астродатчика), ОСК (инерциальной орбитальной СК), ГСК (Гринвичской СК [1, 2, 3, 7]).

Предполагаем, что влияние конструктивных погрешностей устройств на их ориентацию учтено априорно. Тем не менее, истинные ориентации устройств в ССК все равно отличаются от расчетных ориентаций вследствие неточности установки устройств на корпусе КА и возможной деформации механической системы {КА+РСА+…}.

Отклонения ориентаций порождают паразитные множители в кватернионах [3] ориентации «связанных систем координат» бортовых устройств относительно ССК КА. Наличие этих множителей и их медленное изменение требует периодического проведения в полете юстировки бортовых устройств и калибровки тензора инерции самого КА.

Располагая единичными кватернионами [3] ортогональных замен базиса при переходах АСК→ССК (с регулярной ошибкой), ССК→ДСК (с регулярной ошибкой), ДСК→ОСК (без регулярной ошибки), ОСК→ГСК (без регулярной ошибки), выразим координаты вектора ГСК-скорости в ГСК через результаты доплеровских измерений.

Пусть АС – активная фазированная антенная решетка (АФАР) [2], формирующая три излучающих и принимающих по трем разным направлениям радиоимпульсы фазовых центра (ФЦ). Поскольку дальностная неоднозначность [2] нас не интересуют – измеряем только сдвиг Доплера, частоту повторения задаем по принципу «чем выше, тем лучше» при ограничениях, наложенных невозможностью приема при излучении из-за супрессии [1]. Длительность импульса задаем по принципу «чем короче, тем лучше» при неизменной энергии импульса с учетом ограничений на пиковую мощность.

Удобно было бы вести излучение и прием одновременно, не заботясь о стробе приема – или приемник и передатчик разделены, или единый приемо-передатчик способен работать без супрессии приема при излучении (что трудно реализуемо).

Сдвиг Доплера на выходе АЦП каждого ФЦ вычисляется алгоритмом БПФ [2, 6] по короткому путевому интервалу на сильно расширенной для повышения точности базе.

Пусть векторы визирования $\bar{n}_1(t), \bar{n}_2(t), \bar{n}_3(t)$ тройки лучей АС некомпланарны в каждый момент времени, а доплеровские сдвиги по лучам известны по итогам РЛ измерения: $\delta f_1(t), \delta f_2(t), \delta f_3(t)$. Тогда представления ГСК-вектора скорости $\bar{v}(t)$ в той же СК, в которой представлены $\bar{n}_1(t), \bar{n}_2(t), \bar{n}_3(t)$, удовлетворяют системе уравнений:

$$(\bar{n}_p(t), \bar{v}(t)) \equiv -\mathrm{Re}(\bar{n}_p(t)\cdot \bar{v}(t)) = 0{,}5c/f \cdot \delta f_p(t); \quad p = 1, 2, 3, \tag{1}$$

где c – скорость света,

f – несущая частота.

Решение системы уравнений (1) может быть представлено формулой:

$$\bar{v}(t) = -0{,}5c/f \cdot \mathrm{Im}\Big(\sum\nolimits_{\{i,\, j,\, k\}=\mathrm{cyclic}\{1,\, 2,\, 3\}} \delta f_i(t)\cdot \bar{n}_j(t)\cdot \bar{n}_k(t) \Big) \;/\; \mathrm{Re}\big(\bar{n}_1(t)\cdot \bar{n}_2(t)\cdot \bar{n}_3(t) \big). \tag{2}$$

Предполагаем, что направления лучей $\bar{n}_p^{\text{АСК}}$, $p = 1, 2, 3$ в АСК известны и неизменны в сеансе. Тогда формула (2) представляет вектор ГСК-скорости в АСК $\bar{v}^{\text{АСК}}(t)$.

Знаем (с ошибкой $\bar{q}_A$) кватернион $\bar{Q}_A$ ориентации базиса АСК относительно базиса ССК. Связь координатных представлений АСК→ССК такова:

$$\bar{v}^{\text{ССК}}(t) = \bar{q}_A^* \cdot \bar{Q}_A^* \cdot \bar{v}^{\text{АСК}}(t)\cdot \bar{Q}_A \cdot \bar{q}_A \quad \equiv \quad \bar{q}_A^* \cdot \bar{v}_{\text{err},A}^{\text{ССК}}(t)\cdot \bar{q}_A, \tag{3}$$

где $\bar{v}_{\text{err},A}^{\text{ССК}}(t) \equiv \bar{Q}_A^* \cdot \bar{v}^{\text{АСК}}(t)\cdot \bar{Q}_A$ – расчетное представление вектора скорости в ССК, вычисленное без компенсации неизвестной ошибки $\bar{q}_A$ ориентации АС на борту КА;

$\bar{v}^{\text{ССК}}(t)$ – неизвестные реальное представление вектора скорости.

Знаем (с ошибкой $\bar{q}_S$) кватернион $\bar{Q}_S$ ориентации базиса ДСК относительно базиса ССК. Связь координатных представлений ДСК→ССК такова:

$$\bar{v}^{\text{ССК}}(t) = \bar{q}_S^* \cdot \bar{Q}_S^* \cdot \bar{v}^{\text{ДСК}}(t)\cdot \bar{Q}_S \cdot \bar{q}_S \quad \equiv \quad \bar{q}_S^* \cdot \bar{v}_{\text{err}}^{\text{ССК}}(t)\cdot \bar{q}_S, \tag{4}$$

где $\bar{v}^{\text{ССК}}_{\text{ert},S}(t) \equiv \bar{Q}^*_S \cdot \bar{v}^{\text{ДСК}}(t) \cdot \bar{Q}_S$ – расчетное представление вектора скорости в ССК, вычисленное (независимым от Доплера способом – по данным СП) без компенсации неизвестной ошибки $\bar{q}_S$ ориентации датчика на борту КА.

По данным астродатчиков знаем текущий кватернион $\bar{S}(t)$ ориентации базиса ДСК относительно базиса инерциальной ОСК (относительно «карты звездного неба»).

Связь координатных представлений ДСК→ОСК такова:

$$\bar{v}^{\text{ОСК}}(t) = \bar{S}^*(t) \cdot \bar{v}^{\text{ДСК}}(t) \cdot \bar{S}(t) \tag{5}$$

В рамках статьи предполагаем, что кватернион ориентации базиса ОСК относительно базиса ГСК известен без ошибки в каждый момент времени и имеет вид:

$$\bar{O}(t) = \exp\left(0{,}5\Omega(t - \mathrm{T}_0) \cdot \bar{k}\right) \equiv \cos(0{,}5\Omega(t - \mathrm{T}_0)) + \sin(0{,}5\Omega(t - \mathrm{T}_0)) \cdot \bar{k}, \tag{6}$$

где Ω – угловая скорость (с$^{-1}$) вращения Земли в ОСК,

$\bar{k}$ – полярный орт ГСК.

Связь координатных представлений ОСК→ГСК такова:

$$\bar{v}^{\text{ГСК}}(t) = \bar{O}^*(t) \cdot \bar{v}^{\text{ОСК}}(t) \cdot \bar{O}(t) \tag{7}$$

Результирующее преобразование координатных представлений вектора ГСК-скорости при сквозном переходе АСК→ГСК по формулам (3–7) таково:

$$\bar{v}^{\text{ГСК}}(t) = \bar{O}^*(t) \cdot \bar{S}^*(t) \cdot \bar{Q}_S \cdot \bar{q}_S \cdot \bar{q}^*_A \cdot \bar{Q}^*_A \cdot \bar{v}^{\text{АСК}}(t) \cdot \bar{Q}_A \cdot \bar{q}_A \cdot \bar{q}^*_S \cdot \bar{Q}^*_S \cdot \bar{S}(t) \cdot \bar{O}(t)$$

$$\Leftrightarrow \ \bar{v}^{\text{ГСК}}(t) = \bar{G}^*(t) \cdot \bar{v}^{\text{АСК}}(t) \cdot \bar{G}(t), \tag{8}$$

где представление $\bar{v}^{\text{АСК}}(t)$ вектора скорости в АСК посчитано формулой (2) по доплеровским сдвигам $\delta f_p(t)$ и представлениям $\bar{n}_p(t) \equiv \bar{n}^{\text{АСК}}_p, \ p = 1, 2, 3$.

Результирующий кватернион $\bar{G}(t)$ формулы (8), возмущенный двумя регулярными ошибками: 1 – ошибка $\bar{q}_S$ ориентации КА относительно звездного неба, 2 – ориентационная ошибка $\bar{q}_A$ установки АС на борту КА, имеет вид:

$$\bar{G}(t) = \bar{Q}_A \cdot \bar{q}_A \cdot \bar{q}^*_S \cdot \bar{Q}^*_S \cdot \bar{S}(t) \cdot \bar{O}(t) \equiv \bar{Q}_A \cdot \bar{q}_{A/S} \cdot \bar{Q}^*_S \cdot \bar{S}(t) \cdot \bar{O}(t) \tag{9}$$

Кватернион (9) сопрягает пару известных (вычисляемых разными способами по данным независимых измерительных систем) представлений вектора скорости в разных СК – $\bar{v}^{\text{АСК}}(t)$ (по данным РСА) и $\bar{v}^{\text{ГСК}}(t)$ (по данным СП).

Формулы (8, 9) положены в данной статье в основу решения задачи юстировки АС и датчиков ориентации КА в ее упрощенном варианте. Эта задача представляет собой вычисление относительной ошибки $\bar{q}_{A/S} \equiv \bar{q}_A \cdot \bar{q}^*_S$ ориентации антенны относительно датчиков ориентации (уточнение положения АСК относительно ДСК) без уточнения положения осей ССК относительно АСК и относительно ДСК – в условиях неточного знания осей эллипсоида инерции механической системы {КА+РСА+…} в ССК.

В формулах (8, 9) фигурирует частное $\bar{q}_{A/S} \equiv \bar{q}_A \cdot \bar{q}^*_S \equiv \bar{q}_A \cdot \bar{q}^{-1}_S$ парциальных кватернионов-ошибок $\bar{q}_A$, $\bar{q}_S$, и никаким другим образом парциальные ошибки в этих формулах не фигурируют. Выделение парциальных ошибок из совокупной ошибки $\bar{q}_{A/S}$ требует иных методов, отличных от упрощенного подхода, основанного на формулах (2 – 9) и доведенного до конечного результата в следующем разделе.

Один метод выделения парциальных ошибок описан в двух последних разделах статьи, он основан на изучении временной динамики показаний астродатчиков в режиме свободного вращения КА. Метод также уточняет ориентацию тензора инерции КА.

2. Вычисление ошибки взаимной ориентации антенны и астродатчика по представлениям вектора скорости в АСК и ГСК

В основе решения данной задачи лежит формула (8), связующая координатные представления ГСК-вектора скорости КА в АСК и ГСК в различные моменты времени: $\bar{v}^{\text{ГСК}}(t) = \bar{G}^*(t) \cdot \bar{v}^{\text{АСК}}(t) \cdot \bar{G}(t)$, а также формулы (2, 9).

Входные данные задачи – векторы-функции $\bar{v}^{\text{ГСК}}(t)$ и $\bar{v}^{\text{АСК}}(t)$.

Координатное представление $\bar{v}^{\text{АСК}}(t)$ считается формулой (2) по доплеровским сдвигам $\delta f_p(t)$, $p = 1,\ 2,\ 3$ и представлениям $\bar{n}_p^{\text{АСК}}$, $p = 1, 2, 3$ векторов визирования.

Координатное представление $\bar{v}^{\text{ГСК}}(t)$ в ГСК вычисляется как серия вторичных (скоростных, производных) оценок, использующих в качестве входных данных выборку большого объема показаний датчика СП. Алгоритм – в следующем разделе.

Располагая данными $\bar{v}^{\text{ГСК}}(t)$, $\bar{v}^{\text{АСК}}(t)$ и показаниями $\bar{S}(t)$ датчика ориентации КА в каждый момент, приступаем к рассмотрению t-параметрического семейства кватернионных уравнений (вытекают из (8, 9)) относительно неизвестного кватерниона «малой» относительной ошибки $\bar{q}_{A/S} \sim 1$ (см. выше):

$$\bar{v}^{\text{ГСК}}(t) = \bar{O}^*(t) \cdot \bar{S}^*(t) \cdot \bar{Q}_S \cdot \bar{q}_{A/S}^* \cdot \bar{Q}_A^* \cdot \bar{v}^{\text{АСК}}(t) \cdot \bar{Q}_A \cdot \bar{q}_{A/S} \cdot \bar{Q}_S^* \cdot \bar{S}(t) \cdot \bar{O}(t). \quad (10)$$

Введем обозначение неизвестного постоянного кватерниона ориентации АСК относительно ДСК, в котором учтена неизвестная (искомая) ошибка:

$$\bar{Q}_{A/S} \equiv \bar{Q}_A \cdot \bar{q}_{A/S} \cdot \bar{Q}_S^* \quad (11)$$

Тогда семейство уравнений (10) можно преобразовать к виду:

$$\bar{v}^{\text{ДСК}}(t) = \bar{Q}_{A/S}^* \cdot \bar{v}^{\text{АСК}}(t) \cdot \bar{Q}_{A/S}\ . \quad (12)$$

Представление $\bar{v}^{\text{АСК}}(t)$ известно из формулы (2), представление $\bar{v}^{\text{ДСК}}(t)$ получается из представления $\bar{v}^{\text{ГСК}}(t)$ в каждый момент времени по формуле:

$$\bar{v}^{\text{ДСК}}(t) = \bar{S}(t) \cdot \bar{O}(t) \cdot \bar{v}^{\text{ГСК}}(t) \cdot \bar{O}^*(t) \cdot \bar{S}^*(t). \quad (13)$$

Выбираем моменты t_1, t_2 на интервале наблюдения из условия «наибольшей неколлинеарности» разностей представлений скорости в ДСК и АСК $\left|\sin\left(\angle\left\{\bar{v}^{\text{ДСК}}(t_1) - \bar{v}^{\text{АСК}}(t_1),\ \bar{v}^{\text{ДСК}}(t_2) - \bar{v}^{\text{АСК}}(t_2)\right\}\right)\right| \to \max$ при условии, что эти разности существенно ненулевые: $\left|\bar{v}^{\text{ДСК}}(t_i) - \bar{v}^{\text{АСК}}(t_i)\right| \ge 0{,}25 \max\limits_t \left|\bar{v}^{\text{ДСК}}(t) - \bar{v}^{\text{АСК}}(t)\right|$, $i = 1,\ 2$. Полагаем, что $\left|\text{Im}\left(\bar{Q}_A \cdot \bar{Q}_S^*\right)\right| \ge 0{,}2$, $\text{Re}\left(\bar{Q}_A \cdot \bar{Q}_S^*\right) \ge \sqrt{2}/2$, в противном случае варьируем базис АСК подбором кватерниона $\bar{Q}_A$, при этом изменится $\bar{v}^{\text{АСК}}(t)$. Описанные манипуляции с выбором t_1, t_2, $\bar{Q}_A$ обеспечивают хорошую обусловленность задачи вычисления $\bar{Q}_{A/S}$.

Получаем систему двух (для t_1, t_2) уравнений относительно кватерниона $\bar{Q}_{A/S}$:

$$\bar{v}^{\text{ДСК}}(t_1) = \bar{Q}_{A/S}^* \cdot \bar{v}^{\text{АСК}}(t_1) \cdot \bar{Q}_{A/S}\ . \qquad \bar{v}^{\text{ДСК}}(t_2) = \bar{Q}_{A/S}^* \cdot \bar{v}^{\text{АСК}}(t_2) \cdot \bar{Q}_{A/S}\ . \quad (14)$$

Систему (14) лучше всего решать следующим геометрическим методом.

Найдем единичный вектор $\bar{m}$ оси поворота – ортогонального оператора сопряжения трехмерного пространства кватернионом $\bar{Q}_{A/S}$:

$$\bar{m} := \bar{p}/|\bar{p}|., \qquad \bar{p} \equiv \left[\left(\bar{v}^{\text{ДСК}}(t_1) - \bar{v}^{\text{АСК}}(t_1)\right) \times \left(\bar{v}^{\text{ДСК}}(t_2) - \bar{v}^{\text{АСК}}(t_2)\right)\right]. \quad (15)$$

Зная осевой вектор $\bar{m}$ (15), построим пару из единичных векторов, ортогональных оси поворота – исходного $\bar{e}$ и повернутого $\bar{e}_Q = \bar{Q}_{A/S}^* \cdot \bar{e} \cdot \bar{Q}_{A/S}$:

$$\bar{e} := \left[\bar{v}^{\text{АСК}}(t_1) \times \bar{m}\right] / \left|\left[\bar{v}^{\text{АСК}}(t_1) \times \bar{m}\right]\right|, \qquad \bar{e}_Q := \left[\bar{v}^{\text{ДСК}}(t_1) \times \bar{m}\right] / \left|\left[\bar{v}^{\text{ДСК}}(t_1) \times \bar{m}\right]\right|. \quad (16)$$

Угол поворота есть угол между векторами $\bar{e}$, $\bar{e}_Q$ (16) со знаком:

$$\alpha := 2\arcsin\left|\left[\bar{e} \times \bar{e}_Q\right]\right| \cdot \left(-\bar{m} \cdot \left[\bar{e} \times \bar{e}_Q\right] / \left|\left[\bar{e} \times \bar{e}_Q\right]\right|\right) = \pm 2\arcsin\left|\left[\bar{e} \times \bar{e}_Q\right]\right|. \quad (17)$$

Выражение в круглых скобках в (17) равно знаку угла поворота α. Если $\alpha > 0$, поворот вокруг вектора $\overline{m}$ – по часовой стрелке: тройка векторов $\overline{e}$, $\overline{e}_Q$, $\overline{m}$ – правая.

Зная (11, 15, 17), последовательно получаем кватернион $\overline{Q}_{A/S}$ ориентации АСК относительно ДСК с компенсированной ошибкой и кватернион самой ошибки $\overline{q}_{A/S}$:

$$\overline{Q}_{A/S} := \cos(0{,}5\ \alpha) + \sin(0{,}5\ \alpha) \cdot \overline{m}. \tag{18}$$

$$\overline{q}_{A/S} := \overline{Q}_A^* \cdot \overline{Q}_{A/S} \cdot \overline{Q}_S. \tag{19}$$

Формула (19) вместе с формулами (15–18) дает решение первого (основного) этапа юстировки антенны и астродатчиков – без разделения независимых факторов ошибки.

Второй (завершающий) этап юстировки изложен в двух последних разделах статьи.

3. Получение вторичных скоростных оценок по выборке большого объема координатных данных системы позиционирования

На входе: данные бортовых датчиков СП в виде серии (СП-выборки $\overline{\Theta} \equiv \{\ \overline{\Theta}_n \equiv \overline{\Theta}(t_n)\ \}$) независимых оценок координат КА в моменты времени t_n, $n = -\mathrm{N}/2, ..., \mathrm{N}/2$ (узлы) на интервале $-\mathrm{T}/2 \le t \le \mathrm{T}/2$ с шагом $t_{n+1} - t_n \equiv \Delta t = \mathrm{T}/\mathrm{N}$.

Оценками вектора скорости КА априорно не располагаем.

В основе данной процедуры лежит наилучшее квадратичное приближение траектории на длинном (до $\mathrm{T}\sim 2$ суток) интервале с мелким шагом ($\Delta t \sim 0{,}2 \ldots 1{,}0$ с) отрезком «оптимальной длины» разложения по базису Фурье (про «оптимизацию» – см. далее).

3.1. Аппроксимация траектории отрезком ряда Фурье на интервале

Разлагаем траекторию по ортонормированному базису Фурье с перенормировкой под длину T исследуемого временного интервала $-\mathrm{T}/2 \le t \le \mathrm{T}/2$: $\omega_{\mathrm{T},d}(t) \equiv \sqrt{1/\mathrm{T}} \cdot \exp\left(j \cdot (\pi/\mathrm{T}) \cdot d \cdot t\right)$, d – степень, $j \equiv \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Отрезок длины $2D+1$ разложения по базису Фурье имеет вид:

$$\overline{X}(t)\ \approx\ \sum\nolimits_{d=-D}^{D} \overline{c}_d\ \omega_{\mathrm{T},d}(t), \quad -\mathrm{T}/2 \le t \le \mathrm{T}/2, \tag{20}$$

где коэффициенты $\overline{c}_{-d} = \overline{c}_d^*$, $d = -D, ..., D$ – трехмерные комплексные векторы, «звездочка наверху» означает комплексное сопряжение.

3.2. Оптимальный выбор степени аппроксимации траектории по координате

Обозначим $\delta(\mathrm{T}, D)$ полученную моделированием траекторий [7] для часто используемых значений T зависимость СКО по координатам аппроксимации (20) траектории от величин T, D, СКО производной по времени формулы (20) обозначим $\delta_{(1)}(\mathrm{T}, D)$.

Формула СКО наилучшего при фиксированной степени D апостериорного квадратичного приближения траектории $(2D+1)$-отрезком ряда (9), построенного методом наименьших квадратов по некоррелированной СП-выборке $\overline{\Theta}$ объема N с СКО, равным $\sigma_{\text{СП}}$, и шагом Δt на интервале длительности $\mathrm{T} = \mathrm{N} \cdot \Delta t$ имеет вид [7]:

$$\sigma(D) \equiv \sigma_{\Delta t,\,\mathrm{N}}(D) = \sqrt{\delta^2(\mathrm{T}, D)\ +\ \sigma_{\text{СП}}^2 \cdot (2D+1)/\mathrm{N}}\,, \tag{21}$$

Оптимальный выбор степени D_{opt}, в смысле минимальности СКО знания координат траектории по итогам обработки СП-измерений, достигается минимизацией функции $\sigma(D)$ из (21): $\sigma(D_{\mathrm{opt}}) \le \sigma(D)$ прямым перебором $\sigma(D)$: $D = 0, 1, ...D_{\max}$, $D_{\max} \sim 2^{12}$.

3.3. Построение вторичных оценок путем наилучшего среднеквадратичного приближения траектории отрезком ряда Фурье оптимальной длины

По измеренным СП координатам узлов методом наименьших квадратов строим несмещенные оценки $2D_{\mathrm{opt}}+1$ коэффициентов отрезка разложения (29) и, далее, суммируя отрезок (20) в узлах, вычисляем наилучшее для степени D_{opt} среднеквадратичное приближение траектории по координате $\overline{\mathrm{X}}_n(\Theta)$ [7]. Оценку скорости $\overline{\mathrm{V}}_n(\Theta)$ далее получаем суммированием продифференцированного по времени отрезка ряда (20).

Матрица Грамма на дискретной временной сетке с шагом $\Delta t = \mathrm{T}/\mathrm{N}$ на интервале $-\mathrm{T}/2 \le t \le \mathrm{T}/2$, возникающая в процессе применения метода наименьших квадратов, есть единичная матрица размера $(\mathrm{D}_{\text{opt}}+1)$ x $(\mathrm{D}_{\text{opt}}+1)$.

Столбец правой части линейной системы уравнений, возникающей в процессе применения метода наименьших квадратов, состоит из комплексных трехмерных векторных элементов, считаемых по формуле:

$$\bar{c}_d(\Theta) := \sum_{n=-\mathrm{N}/2}^{\mathrm{N}/2} \overline{\Theta}(n\cdot\Delta t)\,\omega_{\mathrm{T},-d}(n\cdot\Delta t)\,\Delta t \;\equiv\; \sum_{n=-\mathrm{N}/2}^{\mathrm{N}/2} \overline{\Theta}(n\cdot\Delta t)\,\omega^{*}_{\mathrm{T},d}(n\cdot\Delta t)\,\Delta t,\quad |d| \le \mathrm{D}. \quad (22)$$

По оценкам (22) коэффициентов (20) строим оптимальную (СКО $\to$ min) вторичную уточненную оценку координат траектории в произвольный момент времени:

$$\bar{x}^{\text{ГСК}}(t) := \bar{\mathrm{c}}_0(\Theta)\cdot\omega_{\mathrm{T},0}(0) + 2\sum_{d=1}^{\mathrm{D}_{\text{opt}}} \mathrm{Re}\big(\bar{\mathrm{c}}_d(\Theta)\cdot\omega_{\mathrm{T},d}(t)\big), \quad -\mathrm{T}/2 \le t \le \mathrm{T}/2. \quad (23)$$

Тогда оценка вектора ГСК-скорости в произвольный момент времени имеет вид:

$$\bar{v}^{\text{ГСК}}(t) := 2\sum_{d=1}^{\mathrm{D}_{\text{opt}}} (\pi/\mathrm{T})\cdot d\cdot \mathrm{Im}\big(\bar{\mathrm{c}}_d(\Theta)\cdot\omega_{\mathrm{T},d}(t)\big), \quad -\mathrm{T}/2 \le t \le \mathrm{T}/2. \quad (24)$$

Значение СКО σ_{V} полученной в (24) искомой оценки вектора скорости в ГСК:

$$\sigma_{\mathrm{V}}^2 = \delta_{(1)}^2(\mathrm{T},\,\mathrm{D}_{\text{opt}}) + 2\pi^2/T^2 \cdot \sum_{d=1}^{\mathrm{D}_{\text{opt}}} d^2\cdot\sigma_{\text{СП}}^2 \cdot (2\mathrm{D}_{\text{opt}}+1)/\mathrm{N}. \quad (25)$$

4. Уточнение эллипсоида инерции космического аппарата с РСА на борту и расположения его осей относительно осей АСК и ДСК

Рассмотрена задача вычисления истинного (отличного от «расчетного») эллипсоида инерции системы {КА+РСА+…}, возмущенного механическими деформациями, погрешностями установки бортового оборудования КА и другими факторами, и расположения осей инерции относительно ДСК.

Поскольку положение осей АСК относительно осей ДСК известно из рассмотренного выше первого этапа юстировки, одновременно станет известно также и положение осей инерции относительно осей АСК.

Оценивание эллипсоида инерции относительно ДСК следует вести в режиме свободного вращения в отсутствие управления ориентацией КА по временной динамике показаний датчиков ориентации. В этом режиме не возникает дополнительной «паразитной» проблемы неточности знания приложенных к КА крутящих моментов сил, делающей задачу оценки тензора инерции КА неопределенной.

4.1. Вычисление элементов матрицы тензора инерции в ДСК

Рассмотрен метод уточнение тензора инерции (с точностью до постоянного множителя) в системе ДСК по временной динамике показаний датчика ориентации в режиме отключенного управления ориентацией (УО).

Метод использует постоянство во времени (в режиме без УО) вращательной части кинетической энергии ($H(t) = H = \text{const}$) системы {КА+РСА+…} [4]:

$$J_{11}\omega_1^2(t) + J_{22}\omega_2^2(t) + J_{33}\omega_3^2(t) + 2J_{12}\omega_1(t)\omega_2(t) + 2J_{13}\omega_2(t)\omega_3(t) + 2J_{31}\omega_3(t)\omega_1(t) = 2H, \quad (26)$$

где J_{ij}, $i, j = 1, 2, 3$ – элементы симметрического тензора инерции $\overline{\mathrm{J}}$ {КА+РСА} в ДСК,

$\overline{\omega}(t) \equiv (\omega_1(t),\,\omega_2(t),\,\omega_3(t))$ – мгновенный перенос угловой скорости вращения КА из ОСК в ДСК, вычисляемый через ортогональную матрицу $\overline{\mathrm{S}}(t)$ мгновенной ориентации базиса ДСК относительно базиса ССК и производную этой матрицы по времени:

$$\overline{\Omega}(t) \equiv \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3(t) & \omega_2(t) \\ \omega_3(t) & 0 & -\omega_1(t) \\ -\omega_2(t) & \omega_1(t) & 0 \end{pmatrix} = \overline{\mathrm{S}}^*(t)\dot{\overline{\mathrm{S}}}(t) \equiv \overline{\mathrm{S}}^*(t)\cdot\frac{d}{dt}\overline{\mathrm{S}}(t) \approx \overline{\mathrm{S}}^*(t)\cdot\frac{\overline{\mathrm{S}}(t+\delta t)-\overline{\mathrm{S}}(t)}{\delta t}, \quad (27)$$

где вектор $\overline{\omega}(t)$ получается в виде кососимметрической матрицы $\overline{\Omega}(t)$, см. [3, 4, 7].

Измеряя с наименьшим (в пределах возможностей астродатчика) шагом δt по времени ориентацию «вмороженного» в КА базиса ДСК, можно оценить вектор угловой скорости КА в последовательные моменты времени: t_n, $n=1, 2, 3, \ldots$; $t_{n+1}-t_n=\delta t$ согласно приближенному равенству правой части формулы (27).

Астродатчики измеряют ориентацию с ненулевой (хотя и малой) случайной ошибкой. Поэтому в ряде случаев целесообразнее вычислять матрицу ориентации $\overline{\mathrm{S}}(t)$ и производную матрицы $\overline{\mathrm{S}}(t)$ по времени $\dot{\overline{\mathrm{S}}}(t)$ способом, отличным от формулы (27).

Следует аппроксимировать методом наименьших квадратов временную зависимость элементов матрицы $\overline{\mathrm{S}}(t)$ отрезками ряда Фурье на интервале измерения по алгоритму, аналогичному изложенному выше (формулы (20–25)), после чего перемножить транспонированную аппроксимацию $\overline{S}^*_{\mathrm{Four}}(t)$ матрицы ориентации $\overline{S}(t)$ и производную от нее по времени $\dot{\overline{\mathrm{S}}}^*_{\mathrm{Four}}(t)$: $\overline{\Omega}(t) \approx \overline{\mathrm{S}}^*_{\mathrm{Four}}(t)\cdot\dot{\overline{\mathrm{S}}}_{\mathrm{Four}}(t)$. Детали опускаем, по смыслу они повторяют изложенный выше материал (20 – 25) по аппроксимации траектории КА.

В дальнейшем потребуется также формула производная угловой скорости по времени: $\dot{\overline{\Omega}}(t) \approx \overline{\mathrm{S}}^*_{\mathrm{Four}}(t)\cdot\ddot{\overline{\mathrm{S}}}_{\mathrm{Four}}(t) + \dot{\overline{\mathrm{S}}}^*_{\mathrm{Four}}(t)\cdot\dot{\overline{\mathrm{S}}}_{\mathrm{Four}}(t)$, ее вычисляем через почленное дифференцирование аппроксимирующего матрицу $\overline{S}(t)$ отрезка ряда Фурье.

В связи с неопределенностью значения энергии $H>0$ целесообразно перейти к величинам $g_{ij} \equiv 0{,}5 J_{ij}/H$, $i, j = 1, 2, 3$ физической размерности м^{-2}.

Тогда t-семейство (26) принимает вид t-семейства линейных уравнений относительно шести независимых элементов нормированного тензора инерции $\overline{G} \equiv (g_{ij})$:

$$\omega_1^2(t)\cdot g_{11} + \omega_2^2(t)\cdot g_{22} + \omega_3^2(t)\cdot g_{33} + 2\omega_1(t)\omega_2(t)\cdot g_{12} + 2\omega_2(t)\omega_3(t)\cdot g_{23} + 2\omega_3(t)\omega_1(t)\cdot g_{31} = 1. \quad (28)$$

Система (28) решается методом наименьших квадратов, как сильно переопределенная (для большой выборки моментов времени $t=t_n$, $n=1, 2, \ldots$) линейная неоднородная система относительно шести независимых элементов симметрической матрицы $\overline{\mathrm{G}}$.

Опуская детали решения (28) считаем, что матрица $\overline{\mathrm{G}}$ вычислена:

$$\overline{\mathrm{G}} \equiv (g_{ij}) \equiv (\overline{g}_1 \quad \overline{g}_2 \quad \overline{g}_3) >> 0 \quad (\text{симметричная, положительно определенная}) \quad (29)$$

4.2. Вычисление положения осей инерции относительно осей ДСК и АСК

Перейдем от матрицы (29) к матрице с нулевым следом:

$$\overline{\mathrm{G}}^{(0)} \equiv \overline{\mathrm{G}} - \mathrm{Tr}(\overline{\mathrm{G}})/3 \cdot \overline{1} \equiv (\overline{g}_1^{(0)} \quad \overline{g}_2^{(0)} \quad \overline{g}_3^{(0)}) \quad (\text{симметричная, след нулевой}) \quad (30)$$

Характеристическое уравнение собственных чисел матрицы (30)

$$\mathrm{Det}(\overline{\mathrm{G}}^{(0)} - \lambda\cdot\overline{1}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda^3 - a\lambda = b \quad (31)$$

имеет коэффициенты a, b следующего вида (равенство $\mathrm{Tr}(\overline{\mathrm{G}}^{(0)})=0$ учтено):

$$a = 0{,}5\cdot\left((g_{11}^{(0)})^2 + (g_{22}^{(0)})^2 + (g_{33}^{(0)})^2\right) + (g_{12}^2 + g_{23}^2 + g_{31}^2) > 0, \quad b = \mathrm{Re}(\overline{g}_1^{(0)}\cdot\overline{g}_2^{(0)}\cdot\overline{g}_3^{(0)}). \quad (32)$$

Максимальный вещественный корень характеристического уравнения (31) равен:

$$\lambda_1 \equiv \lambda_{\max} = 2\sqrt{a/3}\cdot\cos\left(\left(\arccos\sqrt{27b^2/(4a^3)}\right) / 3\right) > \sqrt{a/3} = \mu_1 \equiv \mu_{\max} > 0, \quad (33)$$

где $\sqrt{a/3} \equiv \mu_{\max} > 0$ – максимальная точка экстремума характеристического полинома.

Общее кубическое уравнение (31) и его решение (33) получаются масштабированием неизвестной $x \equiv \cos\alpha$ в специальном уравнении $4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha = c \Leftrightarrow \cos(3a) = c$.

Главный момент нормированного тензора инерции $\overline{\mathrm{G}}$ равен:

$$G_1 \equiv G_{\max} = \mathrm{Tr}(\overline{\mathrm{G}})/3 + \lambda_{\max}, \qquad (34)$$

где числа $a,\ b;\ \lambda_{\max}$ определены по формулам (32, 33), а $\mathrm{Tr}(\overline{\mathrm{G}}) \equiv g_{11} + g_{22} + g_{33}$.

Координатное представление в ДСК направляющего вектора главной оси инерции системы {КА+РСА+…} определено (с точностью до знака) формулой:

$$\overline{m}_1^{\text{ДСК}} \equiv \overline{m}_{\max}^{\text{ДСК}} := \pm\overline{p}/|\,\overline{p}\,|, \qquad \overline{p} \equiv \left[\left(\overline{g}_1^{(0)} - \lambda_{\max}\cdot\overline{e}_1\right)\times\left(\overline{g}_2^{(0)} - \lambda_{\max}\cdot\overline{e}_2\right)\right]. \qquad (35)$$

где $\overline{e}_1,\ \overline{e}_2,\ \overline{e}_3$ – стандартный евклидов базис (столбцы единичной трехмерной матрицы).

Координатное представление в АСК направляющего вектора главной оси инерции:

$$\overline{m}_1^{\text{АСК}} \equiv \overline{m}_{\max}^{\text{АСК}} := \overline{Q}_{A/S}\cdot\overline{m}_{\max}^{\text{ДСК}}\cdot\overline{Q}_{A/S}^{*}, \qquad (36)$$

где кватернион $\overline{Q}_{A/S}$ ориентации АСК в ДСК с компенсированной ошибкой определен формулой (18), а мнимый кватернион $\overline{m}_{\max}^{\text{ДСК}}$ – формулой (35).

Неглавные моменты и оси инерции находятся так. Не максимальные собственные значения матрицы (30) – корни квадратного уравнения $\lambda^2 + \lambda_{\max}\lambda - b/\lambda_{\max} = 0$. Значения этих корней и неглавных моменты нормированного тензора инерции $\overline{\mathrm{G}}$ равны:

$$\lambda_{2,3} = 0{,}5\cdot\left(-\lambda_{\max} \pm \sqrt{\lambda_{\max}^2 + 4b/\lambda_{\max}}\right), \qquad G_{2,3} := \mathrm{Tr}(\overline{\mathrm{G}})/3 + \lambda_{2,3}. \qquad (37)$$

Координатные представления в ДСК и АСК направляющих векторов неглавных осей инерции {КА+РСА} определены формулами:

$$\overline{m}_{2,3}^{\text{ДСК}} = \pm\overline{p}/|\,\overline{p}\,|, \quad \overline{p} \equiv \left[\left(\overline{g}_1^{(0)} - \lambda_{2,3}\cdot\overline{e}_1\right)\times\left(\overline{g}_2^{(0)} - \lambda_{2,3}\cdot\overline{e}_2\right)\right]; \quad \overline{m}_{2,3}^{\text{АСК}} = \overline{Q}_{A/S}\cdot\overline{m}_{2,3}^{\text{ДСК}}\cdot\overline{Q}_{A/S}^{*}. \qquad (38)$$

Условно назовем «вмороженную» в КА систему координат из ортогональных осей инерции с положительной ориентацией базиса «инертной СК» и обозначим ее ИСК.

Ортогональная матрица ориентации ИСК относительно ДСК такова:

$$\overline{\mathrm{M}}^{I/S} \equiv \left(M_{ij}^{I/S}\right) \equiv \left(\overline{m}_1^{\text{ДСК}} \quad \overline{m}_2^{\text{ДСК}} \quad \overline{m}_3^{\text{ДСК}}\right), \quad 1 \le i, j \le 3. \qquad (39)$$

Единичный кватернион ориентации ИСК относительно ДСК

$$\overline{Q}_{I/S} \equiv q_0^{I/S} + q_1^{I/S}\cdot\overline{i} + q_2^{I/S}\cdot\overline{j} + q_3^{I/S}\cdot\overline{k} \qquad (40)$$

имеет следующие выражаемые через элементы матрицы (39) компоненты:

$$q_0^{I/S} = 0{,}5\cdot\sqrt{\mathrm{Tr}\left(\overline{\mathrm{M}}^{U/I}\right)+1}, \quad q_i^{I/S} = 0{,}25\cdot\left(M_{jk}^{I/S} - M_{kj}^{I/S}\right)/q_0^{I/S}, \quad \{\,i,\ j,\ k\,\} = \mathrm{cyclic}\{\,1,\ 2,\ 3\,\}. \qquad (41)$$

Формулы (41) вытекают из выведенной в работах [3, 5] формулы соответствия между преобразующей трехмерное пространство ортогональной матрицей $\overline{\mathrm{O}}$ и порождающим это преобразование сопрягающим кватернионом $\overline{q}$:

$$\overline{\mathrm{O}} = \left(2q_0^2 - 1\right)\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} + 2q_0\begin{pmatrix}0 & q_3 & -q_2\\ -q_3 & 0 & q_1\\ q_2 & -q_1 & 0\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}q_1^2 & q_1q_2 & q_1q_3\\ q_2q_1 & q_2^2 & q_2q_3\\ q_3q_1 & q_3q_2 & q_3^2\end{pmatrix}. \qquad (42)$$

5. Юстировка системы управления ориентацией КА

Игнорируя конкретные конструктивные особенности различных устройств управления ориентацией (УО) КА, рассмотрим обобщенную ситуацию.

Предполагаем, что УО сводится к приложению крутящих моментов сил по трем фиксированным (относительно строительных осей КАортогональным осям. Считаем, что эти оси образуют базис «вмороженной» в КА системы координат, которую условно назовем «СК управления» и обозначим ее УСК.

Процедуру уточнения кватерниона ориентации УСК относительно ИСК, ДСК и АСК назовем юстировкой устройства управления ориентацией КА.

Напомним динамические уравнения Эйлера вращения твердого тела (в нашем случае, это – КА с жестко закрепленными РСА, АС и другим оборудованием) с (практически) неизменным тензором инерции (предположение, принятое в статье).

Эти уравнения определяют временную динамику вектора $\overline{\varpi}$ мгновенного переноса угловой скорости в связанную систему координат (ССК), роль которой может выполнять любая «вмороженная» в КА система координат (ДСК, ИСК, АСК) и имеют вид [4]:

$$\overline{\mathrm{J}}\dot{\overline{\varpi}} + \left[\, \overline{\varpi} \times \overline{\mathrm{J}}\overline{\varpi} \,\right] = \overline{N} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{\overline{M}} + \left[\, \overline{\varpi} \times \overline{M} \,\right] = \overline{N}\,, \tag{43}$$

где $\overline{M} \equiv \overline{\mathrm{J}}\overline{\varpi} = \begin{pmatrix} M_1 & M_2 & M_3 \end{pmatrix}$ – вектор момента импульса КА относительно его центра масс в подвижном базисе ССК, ДСК, ИСК или АСК,

$\overline{N} = \begin{pmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \end{pmatrix}$ – вектор крутящего момента сил, приложенных со стороны устройства УО.

Из всех подвижных базисов КА наиболее простую форму уравнения Эйлера принимают в базисе ИСК, вычисленном в предыдущем разделе [4]:

$$G_i\, \dot{\omega}_i^{\text{ИСК}}(t) + \left(G_k - G_j\right) \omega_j^{\text{ИСК}}(t)\omega_k^{\text{ИСК}}(t) = 0{,}5\; N_i^{\text{ИСК}}(t)/H \equiv n_i^{\text{ИСК}}(t),\;\; \{\, i,\, j,\, k \,\} = \text{cyclic}\{\, 1,\, 2,\, 3 \,\}, \tag{44}$$

где $G_m \equiv 0{,}5 \cdot J_m / H,\;\; m = 1,\, 2,\, 3$ – осевые моменты инерции (J_m), вычисленные в предыдущем разделе с точностью до неопределенного множителя $0{,}5/H$, где H – кинетической энергии свободного вращения КА в режиме вычисления нормированного тензора инерции $\overline{\mathrm{G}}$ в ДСК через данные астродатчика,

Координатное представление вектора угловой скорости КА в ИСК, фигурирующее в (44), определено формулой:

$$\overline{\varpi}^{\text{ИСК}}(t) = \overline{Q}_{I/S} \cdot \overline{\varpi}^{\text{ДСК}}(t) \cdot \overline{Q}^{*}_{I/S} \equiv \overline{Q}_{I/S} \cdot \overline{\varpi}(t) \cdot \overline{Q}^{*}_{I/S}\,, \tag{45}$$

где кватернион $\overline{Q}_{I/S}$ ориентации ИСК относительно ДСК вычислен выше формулой (40), а координаты вектора угловой скорости КА в ДСК $\overline{\varpi}^{\text{ДСК}}(t) \equiv \overline{\varpi}(t)$ измеряются датчиком ориентации в моменты времени $t = t_n$, $n = 1,\, 2,\, 3,\, \ldots .$ в рассматриваемом здесь режиме юстировки устройства УО.

Юстировку устройства УО, а именно, уточнение положения осей УСК относительно осей ИСК, проделываем так.

Прикладываем крутящий момент силы с фиксированным временным законом последовательно: (только) к 1-й оси, (только) ко 2-й оси, (только) к 3-й оси устройства УО – на непересекающихся интервалах времени (1-м, 2-м, 3-м).

Измеряем на каждом интервале временную динамику угловой скорости и ее производной в ДСК. По формуле (45) переводим полученные координатные представления $\overline{\varpi}^{\text{ДСК}}(t),\;\; \dot{\overline{\varpi}}^{\text{ДСК}}(t)$ в ИСК – находим $\overline{\varpi}^{\text{ИСК}}(t),\;\; \dot{\overline{\varpi}}^{\text{ИСК}}(t)$.

Подставляя на 1-м, 2-м и 3-м интервалах времени (введенных выше) значения $\overline{\varpi}^{\text{ИСК}}(t),\;\; \dot{\overline{\varpi}}^{\text{ИСК}}(t)$ в формулы (44), получаем в каждый момент времени векторы правых частей, из которых (как из столбцов, после нормировки) формируем матрицу, являющуюся матрицей ориентации УСК относительно ИСК:

$$\overline{\mathrm{n}}^{U/I} \equiv \left(n_{ij}^{U/I}\right) \equiv \left(\overline{n}_1^{\text{ДСК}}(t_1)/\left|\overline{n}_1^{\text{ДСК}}(t_1)\right| \quad \overline{n}_2^{\text{ДСК}}(t_2)/\left|\overline{n}_2^{\text{ДСК}}(t_2)\right| \quad \overline{n}_3^{\text{ДСК}}(t_3)/\left|\overline{n}_3^{\text{ДСК}}(t_3)\right|\right). \tag{46}$$

Единичный кватернион ориентации УСК относительно ИСК

$$\overline{Q}_{U/I} \equiv q_0^{U/I} + q_1^{U/I} \cdot \bar{i} + q_2^{U/I} \cdot \bar{j} + q_3^{U/I} \cdot \bar{k} \tag{47}$$

имеет следующие выражаемые через элементы матрицы (46) компоненты:

$$q_0^{U/I} = 0{,}5 \cdot \sqrt{\mathrm{Tr}\left(\overline{\mathrm{n}}^{U/I}\right) + 1},\;\; q_i^{U/I} = 0{,}25 \cdot \left(n_{jk}^{U/I} - n_{kj}^{U/I}\right)/\, q_0^{U/I}\,, \quad \{\, i,\, j,\, k \,\} = \text{cyclic}\{\, 1,\, 2,\, 3 \,\}. \tag{48}$$

При выводе формулы (48) снова задействована формула (42) (взятая из [3, 5]).

Задачу юстировки устройства управления ориентацией КА в общем виде (безотносительно к конструкции конкретного устройства) можно считать решенной.

6. Заключение

В процессе решения поставленной в статье задачи выявился тот факт, что задача точного прицеливания луча радиолокатора не может быть решена компенсацией регулярной ошибки установки на борту одной только антенны.

Поскольку ориентация луча антенны в пространстве определена целым набором также и других факторов (регулярные ошибки установки на борту датчика ориентации, устройства управления ориентацией и т. д., а также ошибка знания эллипсоида инерции космического аппарата), необходима взаимосвязанная компенсация целого набора регулярных ошибок.

Для такой компенсации необходим целый комплекс измерительных процедур (РСА, датчиками системы позиционирования и датчиками ориентации) и сопоставление их результатов от разных устройств в различных режимах: стандартном режиме ориентирования КА в Гринвичской системе координат (для обеспечения бокового обзора), режиме свободного вращения КА, режимах управления ориентацией по разным осям устройства управления ориентацией.

По результатам этих процедур в ходе вычислений получаются кватернионы (или матрицы) истинной ориентации антенной системы, устройства управления ориентацией и эллипсоида инерции – относительно собственной системы координат датчика ориентации. Одновременно получается уточненное значение тензора инерции.

В ходе решения задач юстировки выявилась некоторая априорная «эфемерность» понятия системы строительных осей КА (ССК). Поскольку ССК является «нефизической» (не связана с каким-либо измерительным или управляющим устройством), ошибки ее ориентация не определены однозначно, и в конечном результате юстировки ССК не фигурирует. Поэтому под ССК лучше всего изначально понимать либо АСК (связана с антенной), либо ДСК (связана с астродатчиком), либо УСК (связана с устройством управления ориентацией), либо (уточненный) базис осей инерции КА – в зависимости от характера решаемой радиолокационной, навигационной или управленческой задачи.

Данная статья существенно дополняет и уточняет ранее опубликованную статью [3] по юстировке антенной системы. В частности, она решает ряд задач, сформулированных, но не решенных в статье [3] из-за ограничений на объем.

Литература

1. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. М.: ООО «Дрофа», 2004.

2. Верба В.С., Неронский Л.Б., Осипов И.Г., Турук В.Э. Радиолокационные системы землеобзора космического базирования. М.: Радиотехника, 2010.

3. Лиханский С.Г. Алгоритмы юстировки антенны космического РСА по результатам неодновременных доплеровских и дальностных измерений при наличии нерегулярных ошибок ориентации космического аппарата / Информационно-измерительные и управляющие системы, № 7, 2012.

4. Френкель Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа. -М.: Издательская группа URSS, 2010. -440 с.

5. Лиханский С.Г. Уточнение начальных условий и корректировка ориентации космического аппарата по данным серии доплеровских измерений и эволюции данных датчиков ориентации / С.Г. Лиханский // Материалы XXXVIII военно-научной конференции по проблемным вопросам военно-космической обороны в НИЦ 4 ЦНИИ МО России. – 2012.

6. Лиханский С.Г. Синтез геокодированного изображения высокого разрешения с учетом полного набора искажающих факторов в прожекторном режиме в РСА воздушного и космического базирования / С.Г. Лиханский // Журнал «Успехи современной радиоэлектроники». – 2015. – С.88–96.

7. Лиханский С.Г. Высокоточное баллистическое прогнозирование космического аппарата по длинной выборке данных бортовых датчиков системы позиционирования / С.Г. Лиханский // Научно методический сборник ЦНИИ ВКО МО РФ. – 2017 – №2(248).