

**Влияние земной атмосферы на когерентность отраженного от объектов на поверхности Земли сигнала в разнесенной космической системе РСА**

А.Г. Виноградов, А.Н. Геохаров

Радиотехнический институт имени академика А.Л. Минца,  
127083, г. Москва, ул. 8 Марта 10, стр. 1  
Институт физики атмосферы имени А.М. Обухова РАН,  
119017, Москва, Пыжевский пер., 3  
E-mail: vinogradov@rti-mints.ru, ateokharov@rti-mints.ru

*Проанализировано влияние неоднородности земной атмосферы на когерентность сигналов в бистатической космической системе РСА, отслеживающей земную поверхность. Получены оценки остаточной фазы, нарушающей когерентность сигналов. Приведены численные оценки потенциально возможного времени синтезирования для радиосигналов X, L, UHF и VHF диапазонов в случае сильных и слабых возмущений атмосферы.*

*Effect of Earth atmosphere inhomogeneity on signal coherence in a bistatic space SAR system observing Earth's surface is analyzed. The residual phase breaking signal coherence is estimated. The feasible synthesis time is estimated for signals of X, L, UHF, and VHF bands for both, strongly and weakly disturbed atmosphere.*

1. Схема обработки сигналов в разнесенной системе РСА

Рассмотрим синтез апертуры в разнесенной системе РСА на примере простейшего объекта, состоящего из  $n$  изотропных рассеивателей с различными комплексными амплитудами рассеяния  $\sigma_l$ . Передатчик (точнее – его антенна) расположен в точке  $\mathbf{r}_0$ , приемник – в точке  $\mathbf{r}_1$ , а условный центр объекта – в точке  $\mathbf{r}_c$ , относительно которой задаются радиус-векторы  $\mathbf{x}_l$  отдельных изотропных рассеивателей, составляющих объект, так что координата  $l$ -го рассеивателя есть  $\mathbf{r}_l = \mathbf{r}_c + \mathbf{x}_l$ .

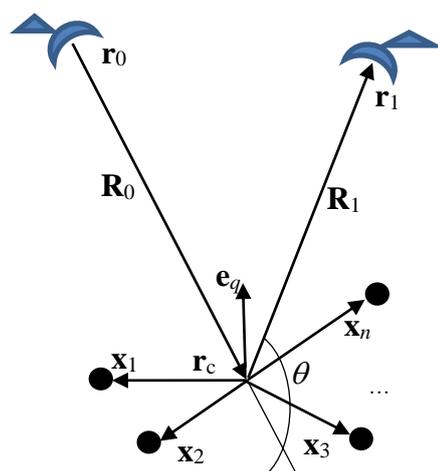


Рис.1. Геометрия задачи

Передатчик излучает последовательность сигналов на несущей частоте  $f_0 = \omega_0/2\pi$  и шириной полосы  $\Delta F$ , представимых в виде  $A(t-t_0)\exp\{-i\omega_0(t-t_0)\}$ , где  $A(t)$  – комплексная огибающая,  $t_0$  – «средний» момент излучения импульса, то есть  $A(t) \neq 0$  в интервале времени  $(-T_w/2, T_w/2)$ . В предположении, что объект находится в дальней зоне передатчика и приемника, падающее на объект и принятое приемником поля могут быть описаны направленной сферической волной с диаграммами направленности  $f_0(\mathbf{n})$  и  $f_1(\mathbf{m})$  соответственно, где  $\mathbf{n} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$  – единичный вектор, задающий направление от передающей антенны на точку  $\mathbf{r}$ , а  $\mathbf{m} = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r})/|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}|$  – единичный вектор, задающий направление от точки  $\mathbf{r}$  к приемной антенне. Если физический размер антенны  $L$  достаточно мал (точнее при  $2\pi\Delta FL/c \ll 1$ ), то частотной зависимостью диаграмм можно пренебречь и использовать их значение на несущей частоте  $f_0$ . То есть считаем, что на объект падает направленная сферическая волна

$$A(t-t_0 - |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|/c) \cdot \exp\{i[k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| - \omega_0(t-t_0)]\} \cdot f_0(\mathbf{n})/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|,$$

где  $k_0 = \omega_0/c = 2\pi/\lambda_0$  – волновое число на несущей частоте,  $\lambda_0$  – длина волны. Далее, при условии  $k_0 x_m^2/R_0 \ll 1$ , где  $R_0 = |\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_0|$ , а  $x_m$  – максимальное поперечное к лучу отклонение от  $\mathbf{r}_c$  координат рассеивателей в области совместной «засветки» передающей и приемной диаграмм, расстояние до  $l$ -го рассеивателя  $|\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_0|$  можно разложить в ряд Тейлора в окрестности условного центра объекта  $\mathbf{r}_c$  и ограничиться первыми двумя членами.

В аналогичных допущениях для приемной антенны сигнал на ее выходе можно представить в виде

$$A_s(t-t_0)e^{-i\omega_0(t-t_0)} = \Phi(t-t_0 - \tau_c^{(0)}, \mathbf{q}_c) e^{i\omega_0[\tau_c^{(0)} - (t-t_0)]} / (R_0 R_1),$$

где  $R_1 = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_c|$ ,

$$\Phi(t-t_0 - \tau_c^{(0)}, \mathbf{q}_c) = \sum_{l=1}^N f_0(\mathbf{n}_l) f_1(\mathbf{m}_l) \sigma_l A(t-t_0 - \tau_c^{(0)} - \mathbf{q}_c \mathbf{x}_l / \omega_0) e^{-i\mathbf{q}_c \mathbf{x}_l}$$

– отклик объекта на излученный сигнал,  $\tau_c^{(0)} = (R_0 + R_1)/c$  – полная задержка сигнала на трассе «передатчик  $\rightarrow \mathbf{r}_c \rightarrow$  приемник», а  $\mathbf{q}_c = k_0(\mathbf{n}_c - \mathbf{m}_c) = 2k_0 \sin(\theta/2) \mathbf{e}_q$  – вектор рассеяния,  $\theta$  – угол рассеяния,  $\mathbf{e}_q$  – единичный вектор в направлении вектора  $\mathbf{q}_c$ .

При «медленной» зависимости от времени радиальных расстояний  $R_0(t)$  и  $R_1(t)$  можно использовать их разложение в ряд Тейлора в окрестности точки  $t = t_0$  внутри излученного импульса. Тогда при условиях  $(T\Delta F) |\dot{R}_0(t_0) + \dot{R}_1(t_1)| / (2c) \ll 1$  и  $|\ddot{R}_{0,1}(t_0)| \ll 4\lambda_0 / (\pi T^2)$  после согласованной обработки принятого сигнала получаем дальностный портрет объекта

$$\Pi(t-t_0 - \tau_c^{(0)}, \mathbf{q}_c) = \sum_{l=1}^N f_0(\mathbf{n}_l) f_1(\mathbf{m}_l) \sigma_l \chi(t-t_0 - \tau_c^{(0)} - \mathbf{q}_c \mathbf{x}_l / \omega_0) e^{-i\mathbf{q}_c \mathbf{x}_l},$$

где значения векторов и задержки берутся в момент времени  $t = t_0$ , а

$$\chi(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t' + \Delta t) A^*(t') dt'$$

– отклик согласованного фильтра на отражение от точечного рассеивателя.

«Дальностная» (или «радиальная») потенциальная разрешающая способность элементов объекта  $\delta x_{rad}$  (вдоль вектора рассеяния  $\mathbf{q}_c = k_0(\mathbf{n}_c - \mathbf{m}_c)$ ) определяется шириной спектра отдельного импульса  $\Delta F$ :

$$\delta x_{rad} = \frac{2c}{\Delta F |\mathbf{n}_c - \mathbf{m}_c|} = \frac{c}{\Delta F |\sin(\theta/2)|}.$$

Формирование поперечного разрешения объекта определяется алгоритмом синтеза. Пусть при синтезе апертуры излучается последовательность  $M$  сигналов  $A(t - t_m) e^{-i\omega_0(t - t_m)}$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ . Каждый из принимаемых сигналов будет подвергаться согласованной обработке, описанной выше с параметром времени  $t_0 = t_m$ .

Анализ изменения амплитудно-фазовой структуры рассеянного сигнала удобно проводить в системе отсчета, связанной с рассеивающим объектом, в которой векторы  $\mathbf{x}_l$  не зависят от времени (взаимное расположение его элементов не меняется), тогда как единичные векторы направлений зависят от моментов времени  $t_m$ :  $\mathbf{n}_c^{(m)} = \mathbf{n}_c(t_m)$  и  $\mathbf{m}_c^{(m)} = \mathbf{m}_c(t_m)$ .

Пусть объект наблюдается на интервале времени  $t_{s0} - T/2 \leq t \leq t_{s0} + T/2$  в  $M$  моментов времени  $t_m$ , равномерно заполняющих этот интервал, и предположим, что временные изменения суммарной дальности и радиальных скоростей компенсируются точно. В этом случае можно рассматривать только дальностные портреты по каждому импульсу. Здесь  $T$  – длительность интервала синтеза,  $t_{s0}$  – его середина.

В случае линейной зависимости вектора рассеяния  $\mathbf{q}_c(t_m)$  от времени  $t_m$  преобразование Фурье дальностных портретов даст радиоизображение объекта вдоль направления  $\mathbf{e}_{tr} = \dot{\mathbf{q}}_c(t_{s0}) / |\dot{\mathbf{q}}_c(t_{s0})| = [\dot{\mathbf{n}}_c(t_{s0}) - \dot{\mathbf{m}}_c(t_{s0})] / |\dot{\mathbf{n}}_c(t_{s0}) - \dot{\mathbf{m}}_c(t_{s0})|$ , причем размер элемента разрешения  $\delta x_{tr}$  вдоль вектора  $\mathbf{e}_{tr}$  определится как

$$\delta x_{tr} = 2\pi / (T |\dot{\mathbf{q}}_c(t_{s0})|) = \lambda_0 / (T |\dot{\mathbf{n}}_c(t_{s0}) - \dot{\mathbf{m}}_c(t_{s0})|).$$

Если же зависимость  $\mathbf{q}_c(t_m)$  от времени не является линейной, то можно разложить единичные векторы  $\mathbf{n}_c(t_m)$  и  $\mathbf{m}_c(t_m)$  в ряды Тейлора в окрестности середины интервала синтеза  $t_{s0}$  и при условии  $T_s^2 |\ddot{\mathbf{n}}_c(t_{s0}) - \ddot{\mathbf{m}}_c(t_{s0})| (\Delta x / 8\lambda_0) \ll 1$  ограничиться линейными членами разложения. Здесь  $\Delta x$  – характерный (освещенный) поперечный размер рассеивающего объекта.

## 2. Искажения радиосигналов в атмосфере

Основные искажения, которые вносит земная атмосфера в радиолокационные сигналы, сводятся к следующим эффектам:

- дополнительный набег фазы, вызванный отличием диэлектрической проницаемости атмосферы от единицы и приводящий к нарушению когерентности сигналов;
- задержка сигнала (групповая скорость в атмосфере  $v_g = |\partial \omega / \partial \mathbf{k}| < c$ ), дающая ошибку при измерении дальности до объекта;
- искривление лучевой траектории сигнала (рефракция) в атмосфере, ответственная за искажение угловых координат;

- дисперсионные искажения структуры (формы) широкополосного сигнала, вызванные частотной зависимостью диэлектрической проницаемости ионосферы.

Поскольку в разнесенной системе РСА разрешение по дальности определяется шириной полосы сигнала, а разрешение по кросс-дальности – когерентным накоплением сигнала в течение достаточно длительного времени, главную роль играют дополнительный набег фазы и дисперсионные искажения. Дисперсионные искажения подробно исследованы в работе [1], где предложено использовать антидисперсионный согласованный фильтр, позволяющий существенно уменьшить влияние этих искажений.

В данной работе рассматривается влияние дополнительного набега фазы. Для его оценки необходимо задаться моделью диэлектрической проницаемости атмосферы.

### 3. Диэлектрическая проницаемость атмосферы

В атмосфере Земли можно выделить две существенно отличающиеся по своим электрическим свойствам области: нижнюю часть, прилегающую к поверхности Земли, – тропосферу, и ионосферу, лежащую выше 60 км и простирающуюся до расстояний в несколько радиусов Земли. Для радиосигналов с длиной волны короче 20 см диэлектрическая проницаемость тропосферы и ионосферы отличается от единицы только в четвертом знаке, причем анизотропия ионосферной плазмы, вызванная влиянием магнитного поля Земли, становится несущественной. Поэтому можно считать диэлектрическую проницаемость атмосферы скалярной вещественной функцией

$$\varepsilon(\mathbf{r}, t) = 1 + \nu(\mathbf{r}, t),$$

где  $\nu(\mathbf{r}, t)$  – малая добавка, включающая плавную регулярную компоненту и мелкомасштабную флуктуационную компоненту. При этом тропосферу можно считать недиспергирующим диэлектриком, поправка  $\nu$  в которой не зависит от частоты, а в ионосфере эта поправка существенно зависит от частоты,

$$\nu(\mathbf{r}, t) \approx -[4\pi e^2 N(\mathbf{r}, t) / (m\omega^2)]$$

где  $e$ ,  $m$  и  $N$  – заряд, масса и текущая локальная концентрация электронов.

Для оценок искажений сигналов в регулярной тропосфере достаточно использовать простую экспоненциальную модель высотного профиля диэлектрической проницаемости [2]  $\varepsilon(z) = 1 + \nu_c \exp(-z/H_0)$ . Характерное приземное значение поправки  $\nu_c$  в тропосфере составляет  $0,5-0,8 \cdot 10^{-3}$ . Характерный масштаб  $H_0$  лежит от 7 до 9 км.

Для описания мелкомасштабных и быстрых изменений (флуктуационной компоненты) используются статистические методы [3–7] в предположении, что флуктуации диэлектрической проницаемости в тропосфере представляют собой локально-однородное случайное поле в интервале пространственных масштабов от миллиметров до сотен метров. Мы воспользуемся степенной анизотропной моделью подобия трехмерного пространственного спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости  $\Phi_\varepsilon(\mathbf{k})$  [8–10], удовлетворительно описывающей в инерционном интервале как колмогоровскую локально однородную изотропную турбулентность ( $\Phi_\varepsilon(\mathbf{k}) \sim |\mathbf{k}|^{-11/3}$ ) [11], так и развитую (устойчивую) стратифицированную приземную турбулентность ( $\Phi_\varepsilon(\mathbf{k}) \sim |\mathbf{k}|^{-5}$ ) [12, 13], а также промежуточные состояния.

Спектр ионосферных флуктуаций в инерционном интервале, как и в тропосфере, может быть описан степенной анизотропной моделью подобия  $\Phi_\varepsilon(\mathbf{k}) \sim |\mathbf{k}|^{-p}$  с параметром  $p = 2-3,6$  и внешним масштабом турбулентности  $l_m \approx 5-10$  км. Дисперсию диэлектрической проницаемости можно оценить по дисперсии концентрации

электронов  $\sigma_N^2$ . При максимуме солнечной активности дневные значения  $\sigma_N$  могут достигать  $(2-5) \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ , а в минимуме – на порядок меньше.

#### 4. Учет влияния регулярной компоненты в системе РСА

Потеря когерентности сигнала связана в первую очередь с фазовым сдвигом сигнала. В первом приближении метода геометрической оптики поправки к вакуумному значению фазового пути, обусловленные распространением в неоднородной атмосфере, представляют собой сумму интегралов от поправки к диэлектрической проницаемости вдоль соответствующих спрямленных лучей:

$$L_l = L_0' + L_1' \equiv \int_0^{|\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_0|} |\nu(\mathbf{r}_0 + \mathbf{n}_l \sigma)| d\sigma + \int_0^{|\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_1|} |\nu(\mathbf{r}_1 - \mathbf{m}_l \sigma)| d\sigma \equiv L_c + \Delta L_0' + \Delta L_1',$$

где  $L_c = L_0 + L_1 \equiv \int_0^{R_0} |\nu(\mathbf{r}_0 + \mathbf{n}_c \sigma)| d\sigma + \int_0^{R_1} |\nu(\mathbf{r}_1 - \mathbf{m}_c \sigma)| d\sigma$  – поправка от условного центра объекта  $\mathbf{r}_c$ . В результате принимаемый сигнал представляется в виде

$$A_s(t-t_0)e^{-i\omega_0(t-t_0)} = \Phi(t-t_0 - \tau_c^{(0)} - \tau_c^{(1)}, \mathbf{q}_c) e^{i\omega_0[(\tau_c^{(0)} + \tau_c^{(1)}) - (t-t_0)]} / (R_0 R_1),$$

где

$$\Phi(t-t_0 - \tau_c, \mathbf{q}_c) = \sum_{l=1}^N f_0(\mathbf{n}_l) f_1(\mathbf{m}_l) \sigma_l A(t-t_0 - \tau_c - \mathbf{q}_c \mathbf{x}_l / \omega_0) e^{-i\mathbf{q}_c \mathbf{x}_l + i\omega_0 \Delta \tau_l}$$

– отклик объекта на излученный сигнал,  $\Delta \tau_l = \tau_l^{(1)} - \tau_c^{(1)} = (L_l - L_c) / c$  – добавка к задержке сигнала от  $l$ -го рассеивателя относительно условного центра объекта, связанная с поправкой к  $\varepsilon$  вдоль спрямленной трассы.

Можно показать, что для характерных значений параметров атмосферы и задачи (высот передатчика и приемника над поверхностью Земли  $z_0, z_1 \sim 0,6-40$  тыс. км, углов места (скольжения)  $\varphi \geq 30^\circ$ , линейных размеров апертур антенн  $D_0 \sim D_1 \sim 12$  м)  $\omega_0 |\Delta \tau| \leq 0,065 \ll 1$  и фазовыми искажениями, вносимыми атмосферой при облучении пространственно-распределенного объекта одним сигналом, можно пренебречь.

Однако во время синтезирования перемещаются как передатчик, так и приемник, то есть меняются ракурсы цели. В ходе синтезирования меняются направления  $\mathbf{n}_c = \mathbf{n}_c(t)$ ,  $\mathbf{m}_c = \mathbf{m}_c(t)$  и дальности  $R_0 = R_0(t)$ ,  $R_1 = R_1(t)$  и, следовательно, групповые пути вдоль лучей до условного центра цели  $L_0, L_1$  и добавки к набегам фаз, вносимые атмосферой:  $\psi_0(t) = k_0(t)L_0(t)$ ,  $\psi_1(t) = k_0(t)L_1(t)$ . Оценки проведем в предположении, что передатчик и приемник двигаются при синтезировании с постоянными скоростями  $\mathbf{v}_0$  и  $\mathbf{v}_1$  относительно цели, отсчет времени ведется от середины траектории,  $-T/2 \leq t \leq T/2$ .

В выражениях для добавок к фазам можно выделить 3 первых члена разложения их по  $t$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $t = 0$ :

$$\begin{cases} L_0(t) = L_0^{(0)} + L_0^{(1)}t + (1/2)L_0^{(2)}t^2 + \delta L_0(t), \\ L_1(t) = L_1^{(0)} + L_1^{(1)}t + (1/2)L_1^{(2)}t^2 + \delta L_1(t), \end{cases}$$

где  $L_0^{(n)} \equiv dL_0^n(t) / dt^n |_{t=0}$ ,  $L_1^{(n)} \equiv dL_1^n(t) / dt^n |_{t=0}$ .

При использовании обработки принятого сигнала первые 3 члена компенсируются алгоритмом синтезирования с фокусировкой, и наша задача – оценить максимальные

отклонения фазовых путей  $\delta L_0 \equiv \max |\delta L_0(t)|$  и  $\delta L_1 \equiv \max |\delta L_1(t)|$  при  $|t| \leq T/2$ . При этом условия сохранения когерентности за время синтезирования  $T$  можно записать в виде

$$k_0 \delta L_0 = 2\pi \delta L_0 / \lambda \ll 1, \quad k_0 \delta L_1 = 2\pi \delta L_1 / \lambda \ll 1$$

Для оценок добавок к фазовому пути используем сферически симметричную модель диэлектрической проницаемости, хорошо описывающую ее поведение в достаточно больших географических областях атмосферы:  $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(z)$ , где  $z$  – текущая высота над поверхностью Земли (у нас – относительно центральной точки  $\mathbf{r}_c$ ). В условиях, когда характерная высота неоднородностей атмосферы  $z_m$  существенно меньше радиуса Земли  $R_e$  и достаточно больших углах места ( $\{\sin \varphi_0(t), \sin \varphi_1(t)\} \gg (2z_m R_e)^{1/2}$ ), можно воспользоваться приближением плоской Земли [2]

$$\Delta L_0(t) \approx \Delta L_{eff} / \sin \varphi_0(t), \quad \Delta L_1(t) \approx \Delta L_{eff} / \sin \varphi_1(t),$$

где  $\Delta L_{eff} = \int_0^\infty |v(z)| dz = \Delta L_{eff}^{trop} + \Delta L_{eff}^{iono}$  – вертикальный фазовый путь в атмосфере.

Для оценки тропосферной поправки используем экспоненциальную модель профиля с параметрами  $\nu_0 \approx 0,125 \cdot 10^{-6}$ ,  $H_0 \approx 8$  км, для которой  $\Delta L_{eff}^{trop} = \nu_0 H_0 \approx 0,1$  см.

Оценка ионосферной поправки выражается через электронное содержание (ТЕС) в вертикальном направлении и равна  $\Delta L_{eff}^{iono} \approx 80,6 \cdot \text{ТЕС} / f_0^2$ , где ТЕС измеряется в единицах  $\text{TECU} = 10^{12} \text{ см}^{-2}$ , несущая частота  $f_0$  – в ГГц, а фазовый путь – в см.

Оценку отклонений  $\delta L_0$ ,  $\delta L_1$  фазовых путей от квадратичного закона проведем в предположении о прямолинейном движении передатчика и приемника со скоростями  $\mathbf{v}_0$  и  $\mathbf{v}_1$ . Отклонение угла места  $\varphi_0(t)$  и  $\varphi_1(t)$  от его значения в средний момент времени зависит от поперечных к  $\mathbf{n}_c$  (для передатчика) и  $\mathbf{m}_c$  (для приемника) компонент скоростей  $\mathbf{v}_{0\perp}$ ,  $\mathbf{v}_{1\perp}$ . Введем пространственные интервалы когерентности при движении передатчика и приемника  $l_0$  и  $l_1$  соответственно и запишем условия на время синтезирования  $T$  в виде

$$T \ll \min\{l_0/|\mathbf{v}_{0\perp}|, l_1/|\mathbf{v}_{1\perp}|\}.$$

Используя оценку остаточного члена формулы Тейлора для косеканса, представим условия сохранения когерентности для пространственных интервалов в форме

$$l_0 = R_0 Q(\lambda), \quad l_1 = R_1 Q(\lambda),$$

где введен безразмерный множитель

$$Q(\lambda) = \sqrt[3]{\lambda / [4\pi \cdot \Delta L_{eff}(\lambda)]}$$

В таблицах 1 и 2 приведены оценки пространственного и временного интервалов когерентности  $l$ ,  $T = l/v$  в случае слабо (ТЕС = 1) и сильно (ТЕС = 20) возмущенной ионосферы для параметров тропосферы  $\nu_c \approx 0,125 \cdot 10^{-6}$ ,  $H_0 \approx 8$  км, углов места  $\varphi \geq 30^\circ$  и для двух характерных значений параметров передающей и приемной РЛС:

$$A: z = 30000 \text{ км}, v = 2,7 \frac{\text{км}}{\text{сек}},$$

$$B: z = 700 \text{ км}, v = 8 \frac{\text{км}}{\text{сек}}.$$

**Таблица 1. Интервалы и времена когерентности (слабо возмущенная ионосфера)**

Диапазон, $f_0$ , ГГц	$\lambda$ , см	$A: l$ , тыс.км	$A: T$	$B: l$ , км	$B: T$
X, 10	3	21,00	2ч. 09мин.	793	1мин. 39сек.
L, 1	30	10.13	1ч. 03мин.	382	48сек.
UHF, 0.5	60	8.4	50мин.	303	37сек.
VHF, 0.3	100	6.8	42мин.	256	32сек.

Из таблицы 1 можно сделать вывод, что в случае  $A$  (геосинхронная орбита РЛС) время синтезирования практически неограниченно и составляет от 40 мин. до 2 час., тогда как в случае  $B$  (низколетящие аппараты) оно составляет от 0,5 до 2 мин.

**Таблица 2. Интервалы и времена когерентности (сильно возмущенная ионосфера)**

Диапазон, $f_0$ , ГГц	$\lambda$ , см	$A: l$ , тыс.км	$A: T$	$B: l$ , км	$B: T$
X, 10	3	10.09	62мин.	381	48сек.
L, 1	30	4.70	29мин.	178	22сек.
UHF, 0.5	60	3.73	23мин.	141	18сек.
VHF, 0.3	100	3,15	19мин.	119	15сек.

В случае сильно возмущенной ионосферы допустимое время синтезирования уменьшается почти в 3 раза по сравнению со слабым возмущением. При этом в обоих случаях основной вклад в некомпенсируемую поправку вносит ионосфера.

5. Построение модели флуктуационных фазовых искажений сигнала при прохождении через турбулентную тропосферу и ионосферу

Случайная фаза принимаемого сигнала  $\psi(t) = \omega_0 \tau_c^{(1)} = k_0 L_c = \psi_0(t) + \psi_1(t)$  определяется флуктуационной компонентой диэлектрической проницаемости атмосферы. Здесь  $\psi_{0,1}(t) = k_0 L_{0,1}(t)$ . Существенно, что вклад крупномасштабных флуктуаций показателя преломления в набег фазы значительно превышает вклад мелких неоднородностей, так что каждую реализацию набег фазы можно считать близкой к линейной функции на достаточно длительных интервалах времени. Поэтому в случайном набеге фазы  $\psi(t)$  удобно выделить полином со случайными коэффициентами:

$$\psi(t) = \psi(0) + \alpha t + \beta t^2 + \varphi(t).$$

Через  $\varphi(t)$  здесь обозначен обусловленный мелкомасштабными флуктуациями остаток. Коэффициенты  $\psi(0)$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  выбираются так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать истинную реализацию. Фактически алгоритмы синтезирования и фокусировки в РСА учитывают эти коэффициенты, а  $\alpha$  и  $\beta$  определяют случайные поправки к доплеровской частоте и ее изменению; остаток же  $\varphi(t)$  определяет нарушение когерентности, и его оценка дает возможность определить максимально допустимую длительность когерентного накопления сигнала.

Условия максимизации амплитуды принимаемого при синтезировании (и фокусировке) сигнала в РСА приводит к условию минимизации остатка  $\varphi(t)$  в смысле среднеквадратичного отклонения на интервале синтезирования  $-T/2 \leq t \leq T/2$ :

$$\Delta = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \varphi^2(t) dt = \min.$$

Это означает, что оптимальным в указанном смысле является разложение фазы по полиномам, ортогональным на интервале  $(-T/2, T/2)$ , т. е. системе ортонормированных полиномов Лежандра  $\{p_n(\xi), \xi = 2t/T\}$ . Нетрудно показать, что поправка  $\Delta$  принимает вид

$$\Delta = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\psi(\xi T/2) - \psi(\xi' T/2)]^2 P_2(\xi, \xi') d\xi d\xi',$$

где  $P_2(\xi, \xi') = \sum_{n=0}^2 p_n(\xi)p_n(\xi')$ . Допустимое время когерентного накопления можно оценить по средней величине этой поправки, т.е. из неравенства

$$\langle \Delta \rangle = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 D_{\psi}^t(\xi T/2, \xi' T/2) P_2(\xi, \xi') d\xi d\xi' \lesssim (\pi/8)^2 \approx 0,1542,$$

где  $D_{\psi}^t(t, t') = \langle [\psi(t) - \psi(t')]^2 \rangle$  – временная структурная функция фазы сигнала в турбулентной атмосфере. В предположении о локальной однородности поля турбулентности и не очень больших изменений углов сканирования за время  $T$  структурная функция фазы зависит от разности аргументов,  $D_{\psi}^t(t, t') = D_{\psi}^t(t - t')$ , и условие упрощается:

$$\langle \Delta \rangle = 4 \int_0^1 d\eta (3 - 9\eta + 12\eta^3 - 6\eta^5) D_{\psi}^t(\eta T) \lesssim (\pi/8)^2.$$

Временную структурную функцию  $D_{\psi}^t(t - t')$  можно выразить через пространственную структурную функцию  $D_{\psi}(\Delta r)$ , которая зависит от допустимого поперечного лучу расстояния  $\Delta r_{\perp} = v_{\perp} T$  [2, **Error! Reference source not found., Error! Reference source not found.**] ( $v_{\perp}$  – поперечная скорость). Тогда

$$\langle \Delta \rangle = 4 \int_0^1 d\eta (3 - 9\eta + 12\eta^3 - 6\eta^5) D_{\psi}(\eta \Delta r_{\perp}).$$

Введя нормализованную функцию  $D_0(x)$  по формуле  $D_{\psi}(\Delta r_{\perp}) = \sigma_{\psi}^2 D_0(2\pi \Delta r_{\perp} / l_{\perp})$ , находим

$$\langle \Delta \rangle = 4\sigma_{\psi}^2 \int_0^1 d\eta (3 - 9\eta + 12\eta^3 - 6\eta^5) D_0(\eta \cdot 2\pi \Delta r_{\perp} / l_{\perp}) = 4\sigma_{\psi}^2 \cdot I_{\Delta}(2\pi \Delta r_{\perp} / l_{\perp}),$$

где  $l_{\perp}$  – характерный масштаб корреляции фазы в поперечном лучу направлении,  $\sigma_{\psi}^2$  – дисперсия фазы волны в направлении на объект, а

$$I_{\Delta}(x) \equiv \int_0^1 d\eta (3 - 9\eta + 12\eta^3 - 6\eta^5) D_0(\eta \cdot x).$$

Асимптотически при больших расстояниях  $\Delta r_{\perp} \gg L_{\perp}/2\pi$  имеем

$$I_{\Delta}(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} I_{\Delta \max} = 1 \quad \text{и} \quad \langle \Delta \rangle_{\Delta r_{\perp} \rightarrow \infty} \rightarrow \langle \Delta \rangle_{\max} = 4\sigma_{\psi}^2.$$

Для степенной анизотропной модели подобия [9, 10] максимальное значение поправки (и дисперсия фазы сигнала) дается формулой

$$\langle \Delta \rangle_{\max} = 4\sigma_{\psi}^2 \approx C\sigma_{\varepsilon}^2 k_0^2 s l_e.$$

где  $s$  – расстояние, пройденное сигналом в турбулентном слое, а  $l_e$  – характерный масштаб корреляции диэлектрической проницаемости (внешний масштаб турбулентности) в направлении  $\mathbf{e}$  на объект. Для колмогоровского спектра  $C \approx 0,475$ ; для стратифицированного спектра  $C \approx 1$ .

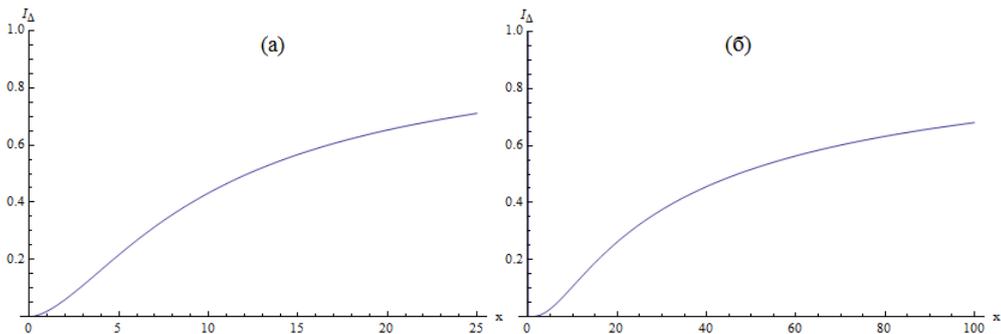
При малых расстояниях  $\Delta r_{\perp}$  ( $x = 2\pi\Delta r_{\perp}/l_{\perp} \ll 1$ ) асимптотически имеем

$$I_{\Delta}(x) \approx 0,02 \cdot x^{5/3} \approx 0,43 \cdot (\Delta r_{\perp} / l_{\perp})^{5/3} \quad \text{для колмогоровского спектра, и}$$

$$I_{\Delta}(x) \approx x^3 / 2520 \approx 0,0004 \cdot x^3 \approx 0,1 \cdot (\Delta r_{\perp} / l_{\perp})^3 \quad \text{для стратифицированного спектра.}$$

Отметим, что в анизотропной атмосфере  $l_e$  зависит от направления на объект  $\mathbf{e}$ , тогда как  $l_{\perp}$  зависит еще и от направления поперечной скорости [9, 10]. В частности, для горизонтально однородной атмосферы с коэффициентом вертикального сжатия  $\alpha \equiv l_{xy}/l_z \geq 1$  масштаб  $l_e = l_z / (\sin^2 \varphi + \alpha^2 \cos^2 \varphi)^{1/2}$ . Здесь  $l_{xy}$ ,  $l_z$  – характерные масштабы корреляции диэлектрической проницаемости (внешний масштаб турбулентности) в горизонтальном и вертикальном направлениях,  $\varphi$  – угол места.

На рис. 3 приведены графики функции  $I_{\Delta}(x)$ , через которую выражается некомпенсируемая автофокусировкой фазовая поправка в зависимости от поперечного расстояния синтезирования (база синтезирования), для колмогоровского (а) и стратифицированного (б) спектра флуктуаций,



**Рис.3. Нормализованная некомпенсируемая фазовая поправка**

6. Оценка времени когерентности сигнала, прошедшего через турбулентный слой.

Приведем численную оценку турбулентных флуктуаций фазы сигнала и их влияние на интервалы когерентности при разных значениях параметров.

I. В случае колмогоровского спектра с внешним масштабом турбулентности  $l_e \sim 100$  м имеем оценку дисперсии диэлектрической проницаемости в тропосфере:

- сильная турбулентность  $C_{\varepsilon}^2 \sim 10^{-13} \text{ см}^{-2/3}$ ,  $\sigma_{\varepsilon}^2 \sim 7 \cdot 10^{-12}$ ;
- умеренная турбулентность  $C_{\varepsilon}^2 \sim 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ ,  $\sigma_{\varepsilon}^2 \sim 7 \cdot 10^{-14}$ ;
- слабая турбулентность  $C_{\varepsilon}^2 \sim 10^{-17} \text{ см}^{-2/3}$ ,  $\sigma_{\varepsilon}^2 \sim 7 \cdot 10^{-16}$ .

Здесь  $C_\varepsilon^2$  – структурная характеристика показателя преломления, связанная с дисперсией флуктуаций диэлектрической проницаемости и внешним масштабом турбулентности соотношением  $C_\varepsilon^2 = 3 \cdot 2^{2/3} \pi^{1/6} \Gamma(5/6) \cdot l_e^{-2/3} \cdot \sigma_\varepsilon^2 \approx 6,5 \cdot l_e^{-2/3} \cdot \sigma_\varepsilon^2$ . На трассе  $s \approx 10$  км получаем:

**Таблица 3. Стандарт флуктуаций фазы в колмогоровской тропосфере**

Диапазон, $f_0$ , ГГц	$\lambda$ , см	$2\sigma_\psi$ , слабая турбулентность	$2\sigma_\psi$ , умеренная турбулентность	$2\sigma_\psi$ , сильная турбулентность
X, 10	3	$0.382 \cdot 10^{-2}$	$0.382 \cdot 10^{-1}$	0.382
L, 1	30	$0.382 \cdot 10^{-3}$	$0.382 \cdot 10^{-2}$	$0.382 \cdot 10^{-1}$
UHF, 0,5	60	$1.91 \cdot 10^{-4}$	$1.91 \cdot 10^{-3}$	$1.91 \cdot 10^{-2}$
VHF, 0,3	100	$1.15 \cdot 10^{-4}$	$1.15 \cdot 10^{-3}$	$1.15 \cdot 10^{-2}$

Из таблицы 3 видно, что фазовые флуктуации, вызванные тропосферой, существенны только в X-диапазоне в условиях сильной турбулентности.

II. В случае стратифицированного спектра (внутренние гравитационные волны в тропосфере) с характерным масштабом турбулентности  $l_e \sim 30$  м для тех же оценок дисперсии диэлектрической проницаемости в тропосфере получаем таблицу 4, из которой следует, что фазовые флуктуации, вызванные внутренними гравитационными волнами, как и в случае колмогоровской турбулентности, заметны только в X-диапазоне в условиях сильной турбулентности.

III. В ионосфере оценки проводим для сильной и слабой солнечной активности:

- слабая турбулентность  $\sigma_N \sim 2 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$ ,  $\sigma_\varepsilon^2 \sim 2,6 \cdot 10^{-2} f_0^{-4}$ ,  $[f] = \text{МГц}$ ;
- сильная турбулентность  $\sigma_N \sim 5 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ ,  $\sigma_\varepsilon^2 \sim 16 f_0^{-4}$ ,  $[f] = \text{МГц}$ .

На характерной трассе  $s = 400 \text{ км}$  с  $l_z = 30$  км получаем таблицу 5, из которой видно, что ионосферные флуктуации фазы существенны во всех диапазонах и ограничивают допустимое время синтезирования.

**Таблица 4. Стандарт флуктуаций фазы, вызванных внутренними гравитационными волнами**

Диапазон, $f_0$ , ГГц	$\lambda$ , см	$2\sigma_\psi$ , слабая турбулентность	$2\sigma_\psi$ , умеренная турбулентность	$2\sigma_\psi$ , сильная турбулентность
X, 10	3	$0,3 \cdot 10^{-2}$	$0,3 \cdot 10^{-1}$	0,3
L, 1	30	$0,3 \cdot 10^{-3}$	$0,3 \cdot 10^{-2}$	0,03
UHF, 0,5	60	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,015
VHF, 0,3	100	$0,91 \cdot 10^{-4}$	$0,91 \cdot 10^{-3}$	0,0091

**Таблица 5. Стандарт флуктуаций фазы в колмогоровской ионосфере**

Диапазон, $f_0$ , ГГц	$\lambda$ , см	$2\sigma_\psi$ , слабая турбулентность	$2\sigma_\psi$ , сильная турбулентность
X, 10	3	0,036	0,9
L, 1	30	0,36	9
UHF, 0,5	60	0,72	18
VHF, 0,3	100	1,2	30

Проведем оценку допустимого времени синтезирования отдельно в случае сильной и слабой турбулентности. для двух характерных значений параметров передающей и приемной РЛС:

- A:  $z = 40000 \text{ км}$ ,  $v = 3 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$ ,
- B:  $z = 700 \text{ км}$ ,  $v = 8 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$ .

В условиях сильной турбулентности в ионосфере фазовые флуктуации велики, поэтому используем асимптотику функции  $I_{\Delta}(x)$  при малых значениях аргумента. Результаты для максимальной базы синтезирования  $\Delta r$  и максимального времени синтезирования  $\Delta t$  приведены в таблице 6.

**Таблица 6. Максимальная база и время синтезирования в условиях сильной возмущенности ионосферы**

Диапазон, $f_0$ , ГГц	$\lambda$ , см	$2\sigma_{\psi}$ , сильная турбулентность	$\Delta r$ , км	A: $\Delta t$ , сек	B: $\Delta t$ , сек
X, 10	3	0,9	19	300	2,5
L, 1	30	9	1,14	15	0,16
UHF, 0,5	60	18	0,53	7	0,07
VHF, 0,3	100	30	0,27	3	0,04

Жесткие ограничения на допустимое время синтезирования в X-диапазоне при условиях A хорошо согласуется с известным фактом, что во время сильных магнитных бурь нарушается функционирование систем ГЛОНАСС и GPS.

Аналогичные данные для слабо турбулентной ионосферы приведены в таблице 7. В этих условиях максимально допустимое время синтезирования в X-диапазоне практически неограниченно в обоих вариантах.

**Таблица 7. Максимальная база и время синтезирования в условиях слабо возмущенной ионосферы**

Диапазон, $f_0$ , ГГц	$\lambda$ , см	$2\sigma_{\psi}$ , сильная турбулентность	$\Delta r$ , км	A: $\Delta t$ , сек	B: $\Delta t$ , сек
X, 10	3	0,036	878	12000	120
L, 1	30	0,36	55,4	750	7,5
UHF, 0,5	60	0,72	24,12	300	3,0
VHF, 0,3	100	1,2	13,07	150	1,5

### Литература

1. Виноградов А.Г., Лучин А.А., Теохаров А.Н. Обработка сверхширокополосных сигналов и формирования радиолокационных изображений в РЛС дальнего обнаружения L-диапазона // Научные технологии, т. 14, № 9, 2013, с. 32–36, – М.: Радиотехника.
2. Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли, М.: Радио и связь, 1983, 224 с.
3. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере, – М.: Наука, 1967.
4. Чукин В.В. Исследование атмосферы методом электромагнитного просвечивания, – СПб.: РГГМУ, 2004.
5. Высоковский Д.М. Некоторые вопросы дальнего тропосферного распространения ультракоротких радиоволн, – М.: Изд-во АН СССР, 1958.
6. Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радио-волн / Под ред. Б. А. Введенского, М. А. Колосова, А. И. Калинина, Я. С. Шифрина, – М.: Сов. радио. 1965.
7. Есепкина Ю.А., Корольков Д.В., Парийский Ю.Н. Радиотелескопы и радиометры, — М.: Наука, 1975.
8. Виноградов А.Г., Теохаров А.Н. Модель подобия диэлектрической проницаемости в турбулентной атмосфере с анизотропными неоднородностями // Труды XXVI Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн», (РРВ-26), Казань, 1–6 июля 2019 г., том II, стр. 469–472.
9. Виноградов А.Г., Теохаров А.Н. Корреляция флуктуаций фазы волны, распространяющейся в анизотропной турбулентной атмосфере // Труды XXVI Всероссийской

открытой научной конференции «Распространение радиоволн», (РРВ-26), Казань, 1–6 июля 2019 г., том II, стр. 465–468.

10. Виноградов А. Г., Теохаров А.Н. Модель подобия пространственных спектров случайных анизомерных неоднородностей диэлектрической проницаемости атмосферы и ее приложение к задачам распространения волн // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана, 2020, Т, 56, № 1, стр. 76–88.

11. Обухов А. М. Турбулентность и динамика атмосферы. – Л: Гидрометеиздат, 1988, 414 с.

12. Госсард Э.Э., Хук У.Х. Волны в атмосфере: Инфразвук и гравитационные волны в атмосфере – их возникновение и распространение, – М.: Мир, 1978, Т. 1–2.

13. Guvich A.S., Chunchuzov I.P. Parameters of the fine density structure in the stratosphere obtained from spacecraft observations of stellar scintillations // J. Geophys. Res. 2003. V. 108, No. D5, 4166. doi:10.1029/2002JD002281.