

Аппроксимация законов распределения вероятностей отклонений критической частоты слоя F2 ионосферы полиномами четвёртой степени

А.Г. Иванникова, Н.Г. Котонаева, В.В. Михайлов

ИИГ им. ак. Е.К. Фёдорова, 129128, г. Москва, ул. Ростокинская, 9,
E-mail: antanta-annett@yandex.ru

Определён оптимальный метод расчёта полиномиальных зависимостей для определения законов распределения вероятностей отклонений критической частоты слоя F2 ионосферы для долготной цепочки станций наблюдения в случаях, когда они отличны от нормального. Определена оптимальная степень аппроксимирующего полинома. Произведён расчёт полиномиальных коэффициентов. Рассчитан процент данных настоящего периода, выходящий за пределы полученных зависимостей в каждом конкретном случае. Проведён анализ полученных результатов, в результате которого определена возможности описания поведения ионосферы полученными зависимостями.

The optimal method for calculating polynomial dependencies for determining the laws of probability distribution of deviations of the critical frequency of the ionosphere layer F2 for the longitude chain of observation stations in cases when they are different from the normal one is determined. The optimal degree of the approximating polynomial is determined. Polynomial coefficients are calculated. The percentage of data from the present period that exceeds the limits of the obtained dependencies in each case is calculated. The analysis of the obtained results is carried out, as a result of which the possibility of describing the behavior of the ionosphere by the obtained dependencies is determined.

Введение

Описание и прогнозирование вариаций критической частоты слоя F2 ионосферы является одной из важных задач при её исследовании. Установление зависимостей между изменениями критической частоты слоя F2 ионосферы и различными внешними факторами позволяет определить оптимальные начальные условия для нахождения законов, которые можно использовать для описания поведения ионосферы в будущем. Например, в [1] и [2] анализируются суточный и сезонный ход отклонений значений критической частоты слоя F2 ионосферы от их медианных значений, анализируется влияние на её поведение внешних факторов, таких как солнечная и геомагнитная активность, географическое расположение ионосферной станции. В [3] показано, что закон распределения отклонений критической частоты слоя F2 ионосферы $foF2(T)$ от скользящей медианы этих значений $Me(foF2(T))$, вычисленной по предыдущим 27 суткам в моменты времени T при низкой солнечной и геомагнитной активности в различные сезоны, полученных по данным со станций Ленинград, Москва и Ростов в ряде случаев является нормальным или близок ему с большой долей вероятности. Кроме того, в [3] осуществлена проверка статистических гипотез о предполагаемых законах распределения, которая показала, что гистограммы не соответствуют ни одному из известных законов распределения.

Целью данного исследования является аппроксимация законов распределения вероятностей отклонений критической частоты слоя F2 ионосферы в момент времени T от скользящей медианы этих значений $Me(foF2(T))$, вычисленной по предыдущим 27 суткам для случаев, когда закон отличен от нормального. T в данном случае - 03, 09, 15 и 21 UT.

Аппроксимация законов распределения полиномами

Первая часть исследования проводилось с использованием часовых данных наблюдений $foF2$ по ионосферным станциям Москва, Ростов, Ленинград за период

наблюдений: с 1957 по 2017 год при низкой солнечной ($w < 75$) и геомагнитной активности (от 0 до 10).

Было проведено определение оптимальной степени полинома и осуществлён расчёт полиномиальных коэффициентов. Для этого были определены критерии выбора метода аппроксимации. Огибающая всех гистограмм распределения имеет параболический центральный участок и краевые области, значения которых близки к нулю. Таким образом, основным критерием выбора метода аппроксимации являлась близость полинома к центральной части огибающей гистограмм распределения. Дополнительным критерием являлась минимально возможная степень полинома, при которой можно было получить требуемую форму центральной части.

Рассмотрим аппроксимирующие полиномы третьей, четвертой и пятой степени. На примере одной из гистограмм проведен анализ данных полиномов (рис.1).

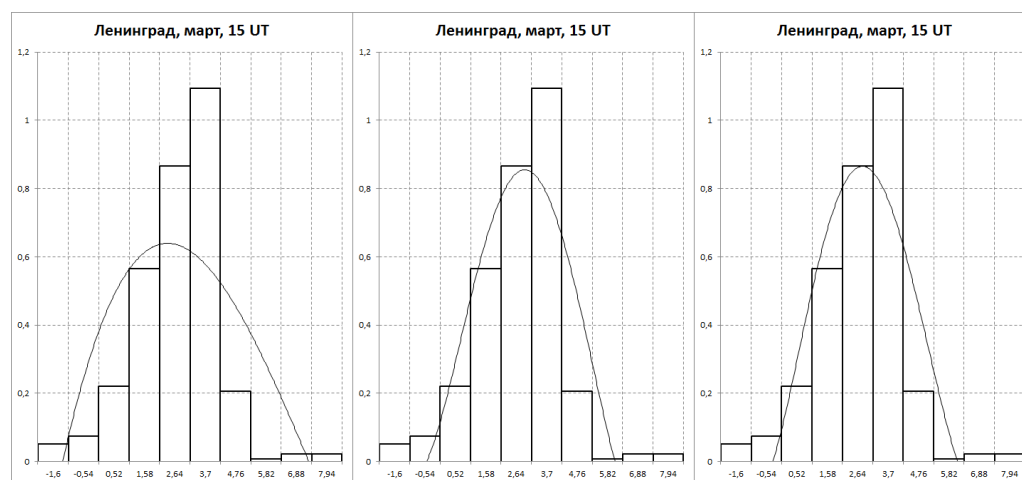


Рис. 1. Аппроксимация полиномами третьей, четвертой и пятой степени на примере одной гистограммы распределения

Из рисунка видно, что полином третьей степени не даёт удовлетворяющего результата, следовательно, не подходит по первому критерию. Между полиномом четвёртой и пятой степени практически нет различия, следовательно, по обоим критериям полином четвёртой степени лучше всего описывает исследуемые гистограммы. Таким образом, для решения поставленных задач была использована нелинейная аппроксимация полиномами четвёртого порядка. По методу наименьших квадратов были найдены полиномы для соответствующих гистограмм распределения. В таблице 1 для примера приведены полиномы для станции Москва в 03 UT.

Таблица 1. Полиномиальные зависимости для описания гистограмм распределения отклонений.

$y = 6.0293x^4 - 2.186x^3 - 5.6561x^2 + 0.8917x + 1.321$
$y = 0.4707x^4 - 1.352x^3 - 2.2456x^2 + 0.6921x + 1.0617$
$y = 2.788x^4 + 2.1608x^3 - 3.2507x^2 - 1.3914x + 1.1208$
$y = -0.0223x^4 - 0.345x^3 - 0.7921x^2 + 0.0222x + 0.7514$
$y = 0.2793x^4 + 0.22x^3 - 0.9136x^2 - 0.3472x + 0.7411$
$y = -0.0639x^4 - 0.5505x^3 - 1.2241x^2 - 0.3122x + 0.8587$
$y = 0.5535x^4 + 0.6176x^3 - 1.639x^2 - 1.2452x + 0.914$
$y = -0.1189x^4 - 1.6705x^3 - 1.6977x^2 + 0.8352x + 1.0304$
$y = 0.2467x^4 - 0.1273x^3 - 0.6706x^2 + 0.1097x + 0.4123$
$y = 0.08x^4 - 0.0617x^3 - 0.4967x^2 + 0.0836x + 0.5715$

Полиномы аналогичного вида описывают и остальные гистограммы распределения.

Проверка гипотезы о применении полиномов для описания ионосферы

Вторая часть исследования заключалась в определении возможности описания поведения ионосферы полученными зависимостями. Она проводилась с использованием полученных полиномиальных зависимостей, а также часовых данных наблюдений foF2 по ионосферным станциям Москва, Ростов, Ленинград за период наблюдений: с 2017 по 2019 год при той же солнечной и геомагнитной активности.

Были рассчитаны по полученным ранее функциям значения квантилей уровней 0,05, 0,03 при отрицательных отклонениях от медианы, и уровней 0,95, 0,97 при положительных отклонениях от медианы. После нахождения значений квантилей по новым данным (за период с 2017 по 2019 год) с тех же ионосферных станций, с теми же уровнями солнечной и геомагнитной активности, было рассчитано количество данных, которое выходит за пределы квантилей. Если за пределы квантиля уровня 0,03 или 0,97 выходило более трёх процентов данных, а за пределы квантиля уровня 0,05 или 0,95 более пяти процентов данных, использовать данную зависимость для исследования поведения ионосферы было нецелесообразно.

В результате проведённого исследования была подтверждена возможность описания поведения ионосферы полученными полиномами для всех гистограмм, кроме станций:

- Ленинград - 10 из 44, особенно в 15 UT в зимний и осенний период;
- Москва - 5 из 44;
- Ростов - 4 из 44.

В остальных случаях за пределы квантилей уровня 0,03 и 0,97 выходило более трёх процентов данных. Однако в нескольких случаях (Ростов, август, 09 UT; Москва, октябрь, 15 UT; Москва, апрель, 09UT; Ленинград, июль, 03UT; Ленинград, ноябрь, 15UT; Москва, ноябрь, 15UT) при расчёте выхода данных за пределы квантилей уровней 0,05 и 0,95, количество данных за пределами не увеличилось и составило менее пяти процентов (рис. 2). В первых четырёх случаях речь идёт о положительных отклонениях, в пятом и шестом – об отрицательных.

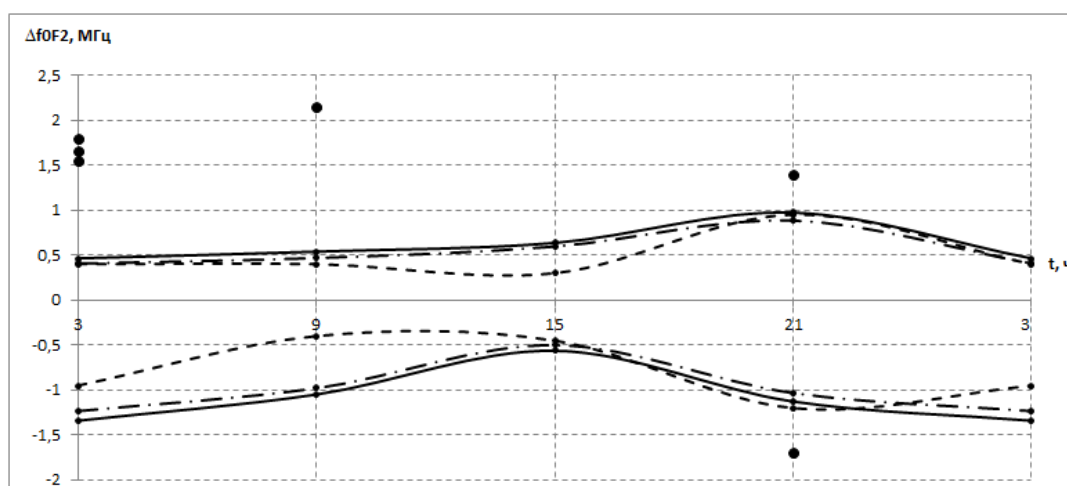


Рис.2. Суточная зависимость квантилей рассчитанного полинома для станции Ленинград, июль. На рисунке обозначено: сплошная линия – квантили рассчитанной зависимости уровня 0,03 и 0,97; штрих-пунктирная линия - квантили рассчитанной зависимости уровня 0,05 и 0,95. Отдельные точки – предположительно ошибочные данные. Пунктирная линия – границы соответствующих выборок данных за 2017-2019 год.

Перечисленные случаи имеют единичные выбросы, значительно удалённые от остальных данных выборки и не имеют каких-то определённых временных и сезонных зависимостей. В связи с этим можно было предположить, что рассчитанные зависимости правильно описывают исследуемые гистограммы, а наличие данных, попадающих за пределы квантилей, связаны с ошибкой оператора.

Объёмы полученных выборок в нескольких случаях (Ленинград 03UT 1-3, 9-12 и 21UT 1-3, 11-12) оказались недостаточно значимыми, для них возможность проверки данным способом невозможна.

На рисунке 3 представлен пример графика суточной зависимости квантилей распределения 0,03 и 0,97 и границы соответствующих выборок данных за 2017-2019 год для станции Москва в феврале.

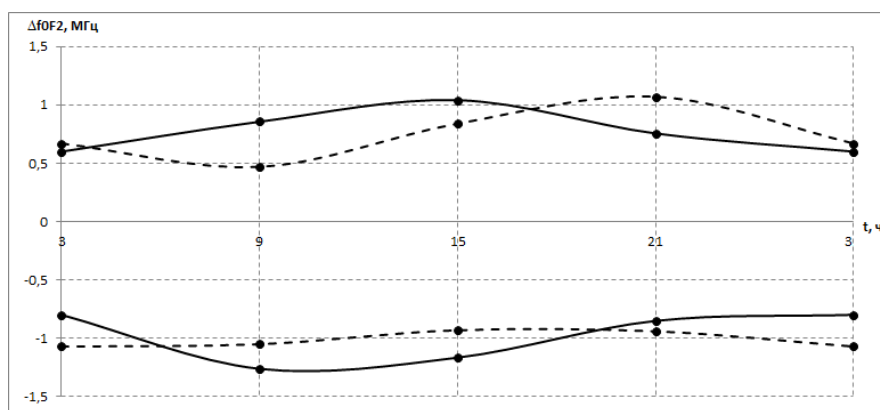


Рис.3. Суточная зависимость квантилей рассчитанных полиномов для станции Москва, февраль. На рисунке обозначено: сплошная линия – квантили рассчитанной зависимости уровня 0,03 и 0,97. Пунктирная линия – границы соответствующих выборок данных за 2017-2019 год.

В данном случае зависимость для 03 UT требует коррекции, остальные правильно моделируют поведение ионосферы в соответствующие моменты времени, т.к. процент данных за границами квантилей составляет менее 3. В большинстве случаев, когда рассчитанные полиномы не описывают исследуемые гистограммы, требуется коррекция полиномов в части определения краевых участков другой функцией (рис. 4).

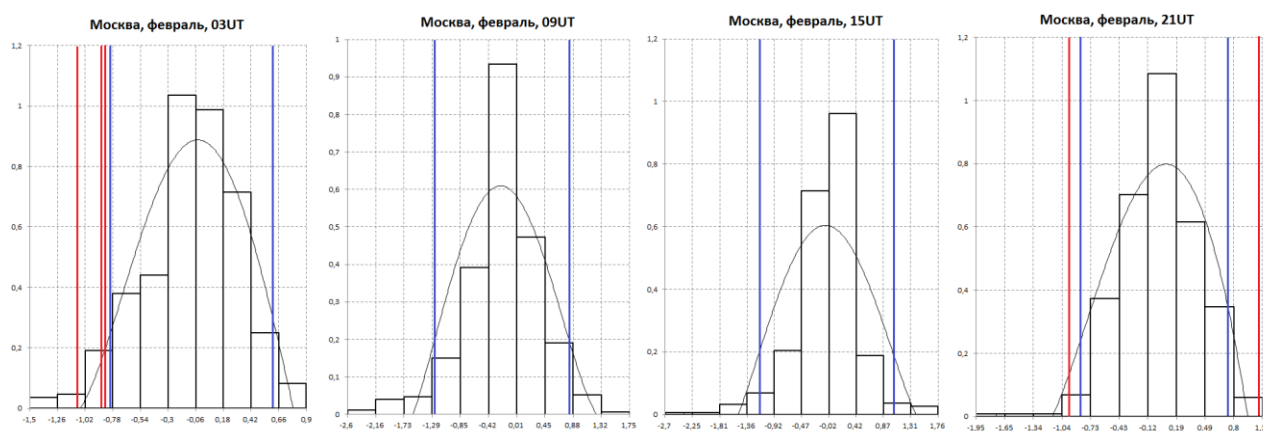


Рис. 4. Гистограммы распределения отклонений для станции Москва, в 03, 09, 15 и 21 UT в феврале с нанесёнными на них графиками полученных зависимостей. На рисунке обозначено: вертикальными линиями – квантили уровня 0,03 и 0,97, а также, выходящие за их границы значения.

Не в полной мере описывают исследуемые гистограммы зависимости, рассчитанные по данным со станций:

- Ленинград, 21 UT, апрель; Ленинград, 21 UT, июнь; Ленинград, 21 UT, август; (положительные отклонения) Ленинград 09, UT май (отрицательные отклонения);
- Москва, 03 UT, февраль; Москва, 03 UT, сентябрь;
- Ростов, 21 UT, февраль и ноябрь (и положительные и отрицательные отклонения), август (положительные отклонения).

В нескольких случаях, требуется нахождение абсолютно другого полинома. Это может свидетельствовать об изменении поведения ионосферы на данном географическом участке в соответствующий период (рис.5). Эти случаи наблюдаются на станции Ленинград, в 15 UT, в январе, феврале, марте, сентябре, октябре, а также в 09 UT в апреле. При этом во всех данных случаях речь идёт об отрицательных отклонениях.

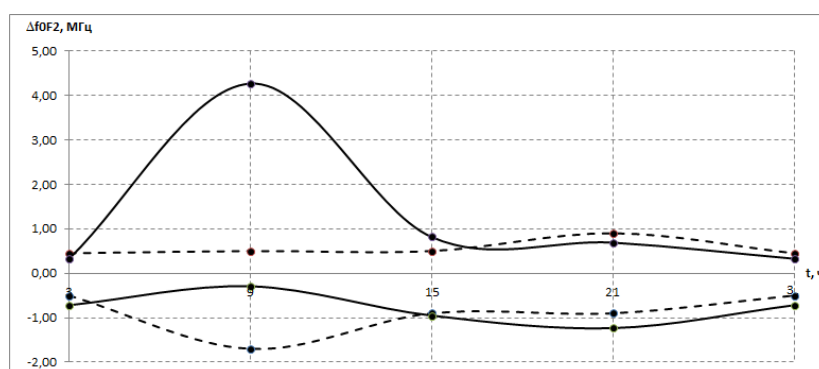


Рис.5. Суточный ход квантилей рассчитанного полинома для станции Ленинград, апрель. На рисунке обозначено: сплошная линия – квантили рассчитанной зависимости уровня 0,03 и 0,97. Пунктирная линия – границы соответствующих выборок данных за 2017-2019 год.

Выводы

Проведённое исследование позволяет сделать следующие выводы.

1. Нормальный закон распределения имеют преимущественно гистограммы распределения, полученные по данным со станции Ростов, в большей степени в 03, 09 и 15 UT, а также гистограммы по данным со станции Москва в 21 UT.

2. Рассчитанные в данной статье аппроксимирующие полиномы полностью определяют поведение ионосферы на станциях:

- Москва почти всех случаях, кроме описываемых нормальным законом и двух случаев в 03 UT в различные сезоны;

- Ростов во всех случаях, кроме описываемых нормальным законом и трёх случаев в 21 UT, два из которых в зимнее время имеют как положительные, так и отрицательные отклонения, выходящие за пределы рассчитанных квантилей;

- Ленинград в 26 случаях из 44, причем преимущественно в 03 и 09 UT и в летнее время

и могут использоваться для описания поведения ионосферы в соответствующие периоды времени.

3. Для девяти гистограмм полиномов четвёртой степени недостаточно, чтобы описать закон распределения вариации критической частоты. Для них требуется коррекция рассчитанных полиномов в части задания краевых участков функции. В Ростове это гистограммы только в 21 UT, в Ленинграде преимущественно в 21 UT. Эти случаи не имеют сезонной зависимости. Поскольку в Москве в 21 UT практически все

случаи могут быть описаны нормальным законом, можно предположить, что гистограммы в 21 UT имеют форму, более близкую к нормальному закону, чем остальные.

4. Поведение ионосферы в ряде случаев нельзя определить с помощью полученных зависимостей. Эти случаи наблюдаются на станции Ленинград, осенне-зимний период в 15UT, а также в 09 UT в апреле. Они имеют чёткую временную, сезонную и географическую зависимость, что позволяет предположить изменение поведения ионосферы в указанные периоды.

Дальнейшие исследования будут представлены в последующих публикациях.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-05-80023 Опасные явления.

Литература

1. Н.Г. Котонаева, В.И. Денисова, В.В. Михайлов, Е.С. Перминова Сравнение вариаций критической частоты слоя F2 ионосферы на ионосферных станциях Москва и Калининград при спокойных геофизических условиях //VI Всероссийские Армандовские чтения. Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред . Материалы VII Всероссийской научной конференции. –Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ. - 2016. - С.87.
2. К.Г. Ратовский Сравнение ионосферной возмущенности в высоких и средних широтах //Труды конференции РРВ-26, 1-6 июля 2019, Казань.
3. Anna Polyakova, Nadezhda Kotonaeva, Vadim Mikhailov. Testing of Statistical Hypotheses about The Distribution Laws of Deviations Probabilities of The F2 Layer Critical Frequency for The Longitudinal Chain of Observation Stations //IEEE. -2019.