

Эвристическое решение задачи дифракции на непрозрачной и полупрозрачной полуплоскости

М.В. Весник

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, vesnik@cplire.ru

Проведено сравнение двух аналитических эвристических решений задачи дифракции электромагнитных волн на полуплоскости с обобщенными импедансными граничными условиями. Эвристические формулы построены при помощи метода базовых компонентов, предполагающего проведение процедуры настройки, вносящей в формулы дополнительные структурные элементы.

Проанализирована зависимость структуры эвристических формул от вида граничных условий.

Two analytical heuristic solutions of the problem of electromagnetic wave diffraction on a half-plane with generalized impedance boundary conditions are compared with each other. Heuristic formulas are constructed using the method of fundamental components, which involves a tuning procedure that introduces additional structural elements into the formulas. The dependence of the structure of heuristic formulas on the type of boundary conditions is analyzed.

Введение

В отличие от математически строгих подходов, эвристические подходы [1, 2] основаны на физических представлениях об исследуемом процессе и позволяют получать простые, компактные и физически ясные аналитические формулы. По этим качествам эвристические формулы превосходят строгие аналитические формулы. Эвристические формулы можно использовать для повышения возможностей вычислителей (увеличение быстродействия, увеличение допустимых размеров исследуемых рассеивателей и т.п.), а также для физической интерпретации численных решений. Ряд новых подходов по построению эвристических решений предложен в [3, 4]. Эти подходы объединены в метод базовых компонентов (МБК), главное отличие которого от других эвристических подходов заключается в проведении процедур верификации и настройки [4].

Численное и эвристические решения

В работе [5] представлена выполненная С.Е. Банковым численная реализация аналитического решения [6] задачи дифракции на полуплоскости с обобщенными импедансными граничными условиями. На основе анализа строгого решения предложены приближенные эвристические соотношения, которые с приемлемой для многих ситуаций точностью описывают поведение рассеянного полуплоскостью поля в дальней зоне. Приведен сравнительный анализ двух аналитических эвристических решений для непрозрачной и полупрозрачной [7] полуплоскости.

Исследуемая структура показана на рис. 1. Задача двумерная, поле не зависит от координаты z . Углы рассеянной и падающей волн (φ , φ_0) отсчитываются от внутренней нормали к кромке полуплоскости. В двумерной структуре поле разделяется на электрические и магнитные волны, для которых граничная задача решается по отдельности. Оба решения аналогичны. Поэтому мы рассмотрим только случай электрических или E -волн. Такие волны имеют компоненты поля E_z , H_x , H_y .

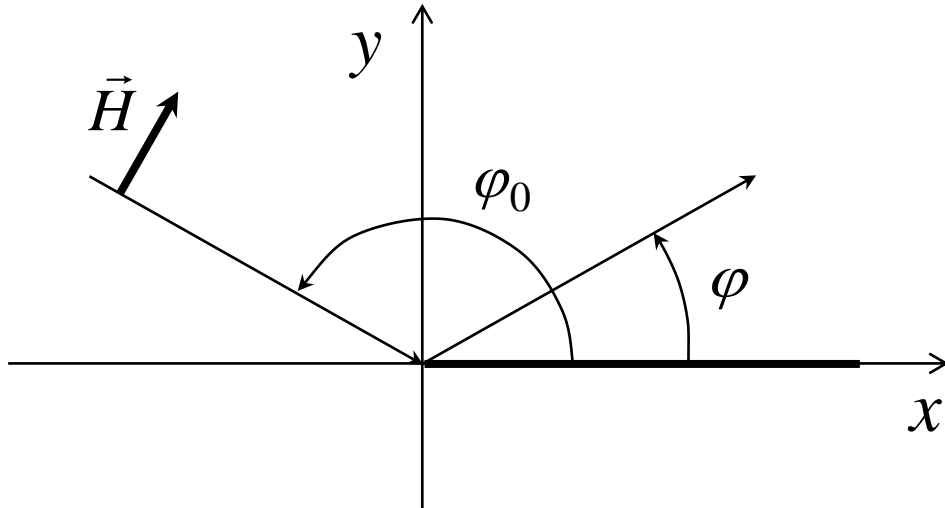


Рис. 1 Геометрия задачи дифракции ТН- волны на полупрозрачной полуплоскости

На симметричной полуплоскости при $x < 0$, $y = 0$ выполняются обобщенные импедансные двухсторонние граничные условия [5]:

$$\begin{cases} -Z_1 H_x^+ + Z_2 H_x^- = E_z^+ \\ -Z_2 H_x^+ + Z_1 H_x^- = E_z^- \end{cases}, \quad (1)$$

где $Z_{1,2}$ - импедансы полуплоскости, знак плюс соответствует полям на верхней ее поверхности, а минус на нижней. Импеданс Z_1 описывает собственные свойства поверхности, а импеданс Z_2 – связь полей на разных сторонах полуплоскости.

Применяя метод симметрии [8], последовательно решая две задачи для четного и нечетного возбуждения, можно из (1) получить два граничных условия для четного и нечетного возбуждения [5]:

$$\begin{cases} -Z_{ч,н} H_x^{ч,н} = E_z^{ч,н}, \text{ где} \\ Z_ч = (Z_1 + Z_2)/2 \\ Z_н = (Z_1 - Z_2)/2 \end{cases} \quad (2)$$

Индексы $ч,н$ показывают соответствие данной величины четному или нечетному возбуждению. Оба условия (2) получены для поля на верхней поверхности, поэтому индекс $+$ в них опущен.

Для граничных условий (1), (2) получено численное решение

$$fr(R, T, \varphi, \varphi_0), \quad (3)$$

с которым сравниваем эвристические решения

$$fg(R, T, \varphi, \varphi_0) = \frac{1}{2} \left(\frac{1-T}{-\cos \frac{\varphi-\varphi_0}{2}} + \frac{R}{-\cos \frac{\varphi+\varphi_0}{2}} \right) \quad (4)$$

и

$$fg^0(R, T, \varphi, \varphi_0) = \frac{1}{2} \left[(1-T) \frac{\sin \frac{\varphi-\varphi_0}{2}}{-\cos \frac{\varphi-\varphi_0}{2}} + R \frac{\sin \frac{\varphi+\varphi_0}{2}}{-\cos \frac{\varphi+\varphi_0}{2}} \right], \quad (5)$$

назовем формулы (4) и (5) ОДК и ФОДК соответственно.

При взаимодействии волны с безграничной поверхностью с граничными условиями (1), (2) коэффициенты отражения и прохождения R и T определяются так [5]

$$R = -\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \frac{Z_H q_0}{kW_0}}{1 + \frac{Z_H q_0}{kW_0}} + \frac{1 - \frac{Z_q q_0}{kW_0}}{1 + \frac{Z_q q_0}{kW_0}} \right), \quad T = -\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \frac{Z_H q_0}{kW_0}}{1 + \frac{Z_H q_0}{kW_0}} - \frac{1 - \frac{Z_q q_0}{kW_0}}{1 + \frac{Z_q q_0}{kW_0}} \right), \quad (6)$$

Здесь

$$Z_q = iX_q, \quad Z_H = iX_H, \quad |R|^2 + |T|^2 = 1. \quad (7)$$

Если $X_q = X_H$, то граничные условия (1), (2) описывают непрозрачную полуплоскость [5], причем при любых X_q выполняется $T=0$.

Значение для $\arg(R)$ подставляем в формулу ОДК и проводим настройку. В результате получаем функцию

$$fgH(R, T, \varphi, \varphi_0) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{-\cos \frac{\varphi-\varphi_0}{2}} + \frac{1 - 2 \arg(R)/\pi + C}{-\cos \frac{\varphi+\varphi_0}{2}} \right) \cong fr(R, T, \varphi, \varphi_0). \quad (8)$$

По мере изменения параметра X_q от 0 до ∞ граничные условия на непрозрачной полуплоскости меняются таким образом, что комплексное значение коэффициента отражения R изменяется от -1 до 1 , а выражение для обобщенного дифракционного коэффициента ОДК (4) меняется от $fr(-1, 0, \varphi, \varphi_0) = f(\varphi, \varphi_0)$ к $fr(1, 0, \varphi, \varphi_0) = g(\varphi, \varphi_0)$ [5]. Дифракционные коэффициенты $f(\varphi, \varphi_0)$ и $g(\varphi, \varphi_0)$ характеризуют рассеяние соответственно ТН- и ТЕ- поляризованной волны на идеально проводящей полуплоскости [3, 9].

Если $X_H = 0$, $X_q = 2X$, то граничные условия (1), (2) описывают полупрозрачную полуплоскость [7, 10].

Значения для R и T подставляем в формулу ОДК и проводим настройку. При этом вводим функцию полупрозрачности

$$cx(X, \varphi) = 1 - x(X) \left\{ 1 - \cos \left[\frac{\pi - \varphi}{1 + x(X)} \right] \right\}, \quad x(X) = 1 - \exp(-0.003|X|). \quad (9)$$

По мере изменения параметра X от 0 до ∞ полуплоскость становится все более прозрачной, т.е. R изменяется от -1 до 0 , а формула ОДК переходит в формулу ФО, или $f(\varphi, \varphi_0)$ переходит в $f^0(\varphi, \varphi_0)$ [7].

В результате получаем функцию

$$fg(R, T, \varphi, \varphi_0) \frac{cx(X, \varphi_s)}{cx(X, \varphi)} \cong fr(\varphi, \varphi_0, R, T), \quad (10)$$

здесь φ_s – значение углового параметра в точке сингулярности $fg(R, T, \varphi, \varphi_0)$.

Результаты сравнения строгого расчета (3) с эвристическими формулами ОДК (4) и ФОДК (5) приведены в [5, 7].

Следует отметить, что формулы, аналогичные ОДК (4) и ФОДК (5), встречались и ранее. Первые работы на эту тему появились на заре математической теории дифракции. Так, в [11] рассмотрена дифракция на непрозрачном металлическом экране. В [12] рассмотрена дифракция на неидеально проводящей полуплоскости, получены формулы, аналогичные ОДК. В [13] рассмотрена дифракция на тонкой диэлектрической пластине в высокочастотном приближении равномерной геометрической теории дифракции (ГТД). Результаты сравнивались со строгим расчетом и показали хорошее совпадение при условии ряда ограничений, наложенных на геометрию задачи. Было использованы формулы, аналогичные ОДК. В работе [14] с помощью равномерной ГТД рассмотрена дифракция на клине с конечной проводимостью. Применялись формулы типа ОДК для случая $T = 0$. Приближение, аналогичное ФОДК (5), применялось в [15]. В работе [16] исследовались формулы, аналогичные ФОДК и ОДК. Показано, что ОДК лучше подходит для идеально проводящего рассеивателя. В работе [17] исследовалась дифракция на полупрозрачном экране методом отражений и при помощи численных методов. Подтверждены результаты работ [18, 19]. В [20] рассмотрена дифракция на неидеально проводящем клине. Показано, что наилучшее совпадение со строгими результатами достигнуто для формулы ОДК.

Заключение

Как следует из физической интерпретации результатов численного расчета (3) при помощи эвристических формул (8) и (10) (см. комментарии после соответствующих эвристических формул), в зависимости от вида граничных условий (1), (2) существенные отличия имеет не только поведение решений, но и вид эвристических формул, прошедших процедуру настройки.

Таким образом, МБК [4] имеет преимущества перед эвристическими методами, позволяя достичь более высокую точность по сравнению с подходами, не предполагающими процедуры настройки решения.

Литература

1. Н. Hönl, A.W. Maue, K. Westpfahl, вкн. "Handbuchger physic", Springer, Berlin, 1961, Vol. 25/1. (См. перевод Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль Теория дифракции. М.: Мир, 1964. - 428с.)
2. Yury A. Kravtsov, Ning Yan Zhu "Theory of Diffraction: Heuristic Approaches" Alpha Science International Ltd. Oxford, U.K., 2010
3. Michael V. Vesnik, "The Method of the Generalized Eikonal. New Approaches in the Diffraction Theory.", Walter de Gruyter GmbH, Berlin/Boston, 2015, ISBN 978-3-11-031112-9
4. М.В. Весник, «Физическая интерпретация математически строгого решения задачи дифракции при помощи эвристических формул», Современная математика. Фундаментальные направления. Том 62 (2016).с. 32 – 52

- 5.С. Е. Банков, М. В. Весник, В. Ф. Кравченко, Эвристическое решение задачи дифракции на сверхпроводящей полуплоскости, Радиотехника и электроника, 2020, том 65, № 4, с. 363–371, DOI: 10.31857/S0033849420040014
6. Senior T. B. A., Diffraction tensors for imperfectly conducting edges, Radio Sci. 1975. V. 10. №10. P. 911-919.
- 7.Весник М.В., Применение метода базовых компонентов для получения эвристического решения задачи дифракции на полуплоскости с неидеальными граничными условиями, Радиотехника и электроника, 2019, том 64, № 11, с. 1103–1109, DOI: 10.1134/S003384941911024X
8. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. Школа. 1988.
- 9.Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Сов.радио, 1962. - 243с.
- 10.С.Е. Банков, Интегральная СВЧ-оптика. М.: Физматлит, 2018.
- 11.C. V. Raman, K. S. Krishnan, The Diffraction of Light by Metallic Screens, Proc. R. Soc. Lond. A 1927 Vol.116 254 – 267; DOI: 10.1098/rspa.1927.0135. Published 1 October 1927
- 12.J. Shmoys, Diffraction by a Half-Plane with a Special Impedance Variation, IRE Trans. on Antennas and Propagation Vol.7, No.5, December 1959, pp.88 – 90
- 13.W. D. Burnside and K. W .Burgener, "High frequency scattering by a thin lossless dielectric slab," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-31, pp. 104 – 110, Jan. 1983
- 14.R. J. Luebbers, "Finite conductivity uniform GTD versus knife edge diffraction in prediction of propagation path loss," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-32, pp. 70–76, Jan. 1984
- 15.П.Я. Уфимцев, Дифракция электромагнитных волн на черных телах и на полупрозрачных пластинах, Известия высших учебных заведений, Радиофизика, т.11, №6, 1968, с.912 – 931.
- 16.В.А. Калошин, К.К. Клионовски 2015, Об излучении слабонаправленных осесимметричных антенн с круглыми экранами, Радиотехника и электроника, 2015, Т.60, № 10, с.1015 – 1024
- 17.Ахияров В.В., Калошин В.А., Решение задачи дифракции плоской волны на полубесконечном полупрозрачном экране методом отражений, Труды III Всероссийской Микроволновой конференции, 25-27 ноября 2015г., ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, стр. 346 – 350
- 18.М.В. Весник, «Эвристическое выражение для дифракционного коэффициента полупрозрачной полуплоскости», Сборник трудов III Всероссийской Микроволновой конференции, ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН, 25-27 ноября 2015 г., стр. 281 – 285
- 19.М.В. Весник, «Новые возможности повышения эффективности эвристических аналитических формул в физической теории дифракции», Сборник трудов IV Всероссийской Микроволновой конференции, ИРЭ им. В.А.КотельниковаРАН, 23-25 ноября 2016 г., стр. 332 – 336
- 20.Hassan M. El-Sallabi, Ioannis T. Rekanos and PerttiVainikainen, "A New Heuristic Diffraction Coefficient for Lossy Dielectric Wedges at Normal Incidence", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 1, 2002, pp. 165 – 168