

## **Пространственная обработка сигналов при дистанционном зондировании группы объектов многопозиционной радиосистемой**

В. К. Ключко, К. Х. Нгуен

Рязанский государственный радиотехнический университет, Рязань, ул. Гагарина, 59/1, РГРТУ, e-mail: [klochkovk@mail.ru](mailto:klochkovk@mail.ru)

*Многопозиционная радиосистема принимает отраженные сигналы, излучаемые внешним источником на определенной частоте. Для данной системы предлагается алгоритм, который оценивает положение и скорость объектов путем измерения угловых координат и ортов направлений на объекты фазовым методом на выделенных доплеровских частотах, обнаруживает объекты по критерию сопряжения векторов направлений на объекты в стереопарах приемников, находит оценки дальностей до объектов и их пространственных координат, а также векторов скоростей объектов на основе решения систем алгебраических уравнений в текущий момент времени.*

*Multi-position radio system receives reflected signals emitted by external source at certain frequency. An algorithm is proposed for this system, which estimates position and speed of objects by measuring angular coordinates and orthes of directions to objects by phase method at selected Doppler frequencies; Detects objects according to the criteria of conjugation vectors direction to objects in stereo pairs of receivers; Finds estimates of ranges to objects and their spatial coordinates, as well as vectors of objects speed based on the solution of algebraic equations system at the current moment in time.*

### **Введение**

При построении многопозиционных радиотехнических систем наблюдения за группой движущихся объектов, разрешимых по доплеровской частоте, актуален пассивный режим “SilentSentrySystem” [1]. Система принимает отраженные сигналы, излучаемые внешним источником на определенной частоте, и осуществляет пространственную обработку сигналов с целью определения траекторных параметров объектов.

Известные методы определения положения объекта в доплеровских наземных или бортовых системах [2] основаны на использовании приемо-передающих антенн активного излучения сигналов, что не применимо для “SilentSentrySystem”. Известен также метод [3] пассивного определения положения и скорости одиночного объекта на основе эффекта стереопары в системе нескольких приемников, в котором для определения положения и скорости объекта на момент времени  $t_1$  в системе координат первого приемника требуется наблюдение за объектом в разные моменты времени  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ , разнесенные на большие промежутки. При этом точность оценок положения, скорости и ускорения зависит от правильного выбора моментов времени формирования ортов направлений на объект при составлении матрицы. За время наблюдения скорость объекта может измениться.

Цель работы – разработка алгоритма определения пространственных координат положения и скорости движения каждого объекта в группе на основе пространственной обработки сигналов, выделенных на доплеровских частотах многопозиционной системой приемников в текущий момент времени.

### Формализация и постановка задачи

Система представляет собой  $n$  ( $n \geq 4$ ) приемников, ориентированных относительно первого приемника базовыми векторами  $\tau_2 = (\tau_{2x}, \tau_{2y}, \tau_{2z})^T, \dots, \tau_n = (\tau_{nx}, \tau_{ny}, \tau_{nz})^T$  и матрицами поворота осей координат  $H_2, \dots, H_n$ .

Сигнал  $s_0(t) = U_0 \cos(2\pi f_0 t + \phi_0)$ , где  $U_0$  – амплитуда;  $f_0$  – несущая частота:  $f_0 = c/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны,  $c$  – скорость света;  $\phi_0$  – начальная фаза (неизвестная величина при приеме сигнала);  $t$  – текущее время, излучаемый внешним источником и отражаемый от  $i$ -х объектов ( $i = \overline{1, m}$ ,  $m$  – число объектов) принимается в  $q$ -х приемных элементах ( $q = \overline{1, Q}$ ,  $Q \geq 4$  – число приемных элементов) антенной решетки (АР) каждого  $k$ -го приемника ( $k = \overline{1, n}$ ) как сигнал  $s_{qik}(t)$  с фазой  $\psi_{qik} = \psi_{qik}(t, \varphi_{ik}, \theta_{ik})$ , описываемой моделью (символы  $i$  и  $k$  для удобства опускаем):  $\psi_q = 2\pi f_0(t - t_q) + \phi_0 + \varepsilon$ , где  $\varepsilon = \varepsilon(\varphi, \theta)$  – случайное изменение фазы при отражении сигнала от  $i$ -го объекта в направлении угловых координат азимута  $\varphi$  и угла места  $\theta$ ;  $t_q = [r_0(t) + r_q(t)]/c$ ,  $r_0(t)$  – расстояние, которое сигнал проходит от момента времени его излучения передатчиком до момента отражения от  $i$ -го объекта;  $r_q(t) = r_q(t, \varphi, \theta)$  – расстояние, которое сигнал проходит после отражения от движущегося объекта в  $\varphi, \theta$ -м угловом направлении до попадания на  $q$ -й элемент АР  $k$ -го приемника, причем  $r_0(t) = R_0 + v_{r0}t$ ,  $r_q(t) = R - \delta_q + v_r t$ ,  $R_0$  и  $R$  – радиальные дальности до объекта соответственно от передатчика и от центра приемника, если бы объект был неподвижен;  $v_{r0}$  и  $v_r$  – проекции вектора скорости  $\vec{v}$  объекта в направлении передатчика и приемника;  $\delta_q = \delta_q(\varphi, \theta)$  – отклонение сигнала, достигшего  $q$ -го элемента АР, относительно центра АР [4]:

$$\delta_q(\varphi, \theta) = x_q \cos \theta \sin \varphi + y_q \sin \theta = (x_q x + y_q y) / R, \quad (1)$$

где  $x_q, y_q$  – координаты центра  $q$ -го приемного элемента АР;

$x, y$  – координаты объекта отражения в системе АР;

угол  $\varphi$  отсчитывается в горизонтальной плоскости ОХZ относительно оси ОZ, направленной в сторону объектов, а угол  $\theta$  – относительно плоскости ОХZ в направлении оси ОY.

Фаза сигнала, принятого в  $\varphi, \theta$ -м направлении, запишется как

$$\psi_q = \psi_q(t, \varphi, \theta) = 2\pi f_0[(1 - v_{r\Sigma})/c]t - 2\pi f_0[(R_0 + R)/c + 2\pi f_0 \delta_q / c + \phi_0 + \varepsilon].$$

Дифференцированием  $\psi_q$  по  $t$  получается суммарная доплеровская частота

$$f_\Sigma = d\psi_q / dt = f_0(1 - v_{r\Sigma} / c),$$

которая зависит от суммы радиальных скоростей  $v_{r\Sigma} = v_{r0} + v_r$ .

С учетом измеряемого доплеровского сдвига частот в  $k$ -м приемнике:  $F_k = f_0 - f_\Sigma = f_0 v_{r\Sigma} / c = v_{r\Sigma} / \lambda$  фаза будет:

$$\psi_q(\varphi, \theta) = 2\pi f_0 t - 2\pi F_k t - (2\pi/\lambda)(R_0 + R) + (2\pi/\lambda)\delta_q + \phi_0 + \varepsilon.$$

В процессе прохождения тракта первичной обработки несущая частота  $f_0$  снимается. После дискретизации по времени  $t_j, j = \overline{1, N}$ , где  $N$  – количество временных отсчетов, фаза (2) принимает вид

$$\psi_q = 2\pi F_k t_j - (2\pi/\lambda)\delta_q + \xi_q, \quad \xi_q = (2\pi/\lambda)(R_0 + R) - \phi_0 - \varepsilon + \eta_q, \quad (2)$$

где  $\eta_q$  - фазовый шум;

$\xi_q = \xi_q(\varphi, \theta)$  – случайная величина.

После того, как временная последовательность значений сигнала проходит через быстрое преобразование Фурье, получается частотная последовательность, из которой выделяются составляющие спектра с амплитудами, превышающими порог обнаружения полезного сигнала во всех  $q$ -х каналах ( $q = \overline{1, Q}$ ). Фазы выделенных  $i$ -х составляющих ( $i = \overline{1, m}$ ,  $m$  – число выделенных частот  $F_{ik}$ ) в  $q$ -м элементе АР  $k$ -го приемника:

$$\psi_{qik} = -(2\pi/\lambda)\delta_{qik} + \xi_{qik}, \quad (3)$$

где  $\delta_{qik}$  и  $\xi_{qik}$  даны в (2).

Задача заключается в нахождении угловых координат  $\varphi_{ik}, \theta_{ik}$  направлений на  $i$ -е объекты в  $k$ -х приемниках на основе фаз (3), определении ортов направлений на объекты, оценивании пространственных координат положения и скорости движения объектов.

### Алгоритм пространственной обработки при определении положений объектов

Предлагается следующий алгоритм.

1. В соответствии с фазовым методом измерения угловых координат берутся разности фаз  $\psi_q$  в (3) с учетом (1) и базового расстояния  $d$  между приемными элементами АР:

$$\Delta\psi_X = \psi_1 - \psi_3 = \frac{2\pi d}{R\lambda} x + \Delta\eta_1, \quad \Delta\psi_Y = \psi_2 - \psi_4 = \frac{2\pi d}{R\lambda} y + \Delta\eta_2, \quad (4)$$

где  $\Delta\eta_1 = \xi_1 - \xi_3$  и  $\Delta\eta_2 = \xi_2 - \xi_4$ , и находятся координаты  $x$  и  $y$  из (4), пренебрегая ошибками  $\Delta\eta_1$  и  $\Delta\eta_2$ :  $x = \Delta\psi_X R\lambda / (2\pi d)$ ,  $y = \Delta\psi_Y R\lambda / (2\pi d)$ .

Затем вычисляются координаты орта  $a_{ik} = (a_x, a_y, a_z)^T$  направления на  $i$ -й объект отражения сигнала в  $k$ -м приемнике:

$$a_x = \frac{x}{R} = \Delta\psi_X \frac{\lambda}{2\pi d}, \quad a_y = \frac{y}{R} = \Delta\psi_Y \frac{\lambda}{2\pi d}, \quad a_z = \sqrt{1 - a_x^2 - a_y^2}. \quad (5)$$

2. Составляется матрица  $A$  и вектор  $B$  вида

$$A = \begin{bmatrix} (n-1)a_1^T a_1 & -a_1^T H_2 a_2 & -a_1^T H_3 a_3 & \dots & -a_1^T H_n a_n \\ a_1^T H_2 a_2 & -a_2^T a_2 & 0 & \dots & 0 \\ a_1^T H_3 a_3 & 0 & -a_3^T a_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^T H_n a_n & 0 & 0 & \dots & -a_n^T a_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a_1^T \sum_{k=2}^n \tau_k \\ a_2^T H_2^T \tau_2 \\ a_3^T H_3^T \tau_3 \\ \dots \\ a_n^T H_n^T \tau_n \end{bmatrix}$$

и вычисляется вектор  $X = (r_1, r_2, \dots, r_n)^T$  оценок дальностей до объектов по формуле  $X = A^{-1}B$ , отвечающий критерию минимума показателя  $J$  суммы квадратов ошибок сопряжения  $e_k$ :

$$J = \sum_{k=2}^n \|e_k\|^2 = \sum_{k=2}^n \|r_1 a_1 - r_k H_k a_k - \tau_k\|^2. \quad (6)$$

3. Осуществляется перебор вариантов соединения ортов  $a_{ik}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $k = \overline{1, n}$ , найденных в (5). Для каждого варианта вычисляются оценки дальностей до объектов  $r_{ik}$ ,  $k = \overline{1, n}$ , в соответствии с п. 4 и последовательно выбираются  $\hat{m}$  неповторяющихся вариантов соединения ортов с наименьшими показателями (6). Для  $\hat{m}$  выбранных вариантов соединения ортов находятся пространственные координаты  $\hat{m}$  объектов  $M_{ik} = r_{ik} a_{ik1}$ ,  $i = \overline{1, \hat{m}}$ , в системах  $k$ -х приемников, где  $\hat{m}$  – оценка числа обнаруженных объектов.

### Алгоритм пространственной обработки при определении векторов скоростей

Рассмотрим многопозиционную систему, состоящую в общем случае из нескольких  $n$  приемников ( $n \geq 3$ ) и нескольких  $m$  передатчиков ( $m \geq 1$ ), определяющих вектор скорости каждого обнаруженного объекта в текущий момент времени  $t$ . Алгоритм сводится к следующему.

1. Приемники ориентируются в пространстве относительно единой системы координат  $OXYZ$  матрицами  $H_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ , поворота осей антенных систем координат относительно единой системы.

2. Размещаются  $s$ -е передатчики общим числом  $m$  ( $s = \overline{1, m}$ ), удаленные от приемников и ориентированные относительно системы координат  $OXYZ$  матрицами  $H_{0s}$ ,  $s = \overline{1, m}$ , поворота осей.

3. Излучаются сигналы от передатчиков с разной длиной волны  $\lambda_s$  последовательно с малой задержкой в моменты времени  $t_s$  относительно текущего момента  $t$ . Определяются орты  $\vec{b}_s = (b_{sx}, b_{sy}, b_{sz})$  направлений на объект со стороны  $s$ -х передатчиков на основе измеренных угловых координат объекта азимута и угла места

(амплитудно-фазовым методом) и пересчитываются орты в единую систему координат в матричной форме:

$$b'_s = H_{0s} b_s = (b'_{sx}, b'_{sy}, b'_{sz})^T, \quad s = \overline{1, m}.$$

4. Вычисляются в моменты времени  $t_s$ ,  $s = \overline{1, m}$ , орты  $\vec{a}_{ks} = (a_{kx}, a_{ky}, a_{kz})$  векторов направлений на объект в системах координат  $k$ -х приемников на основе измеренных угловых координат объекта азимута и угла места (амплитудно-фазовым методом) и пересчитываются в единую систему координат в матричной форме:

$$a'_{ks} = H_k a_{ks} = (a'_{ksx}, a'_{ksy}, a'_{ksz})^T, \quad k = \overline{1, n}.$$

5. Измеряются сдвиги доплеровских частот  $f_{ks}$  в моменты  $t_s$  в  $k$ -х приемниках:

$$f_{ks} = f_0(v_{0s} + v_{ks})/c, \quad s = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, n}, \quad (7)$$

где  $v_{0s} = np_{b'_s} \vec{v}$  и  $v_{ks} = np_{\vec{a}_{ks}} \vec{v}$  – соответственно проекции вектора скорости  $\vec{v}$  на направления к объекту от  $s$ -го передатчика и  $k$ -го приемника в момент  $t_s$ .

6. Вычисляются проекции скорости с помощью скалярных произведений:

$$\begin{aligned} v_{0s} &= \vec{v} \cdot \vec{b}'_s = v_x b'_{sx} + v_y b'_{sy} + v_z b'_{sz}, \\ v_{ks} &= \vec{v} \cdot \vec{a}'_{ks} = v_x a'_{ksx} + v_y a'_{ksy} + v_z a'_{ksz}. \end{aligned} \quad (8)$$

Система  $mn$  уравнений (5), (6) записывается в матричной форме:

$$AV = \Lambda F \Leftrightarrow \begin{bmatrix} b'_{1x} + a'_{1x} & b'_{1y} + a'_{1y} & b'_{1z} + a'_{1z} \\ \dots & \dots & \dots \\ b'_{1x} + a'_{nx} & b'_{1y} + a'_{ny} & b'_{1z} + a'_{nz} \\ \dots & \dots & \dots \\ b'_{mx} + a'_{1x} & b'_{my} + a'_{1y} & b'_{mz} + a'_{1z} \\ \dots & \dots & \dots \\ b'_{mx} + a'_{nx} & b'_{my} + a'_{ny} & b'_{mz} + a'_{nz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 f_{1,1} \\ \dots \\ \lambda_1 f_{1,n} \\ \dots \\ \lambda_m f_{m,1} \\ \dots \\ \lambda_m f_{m,n} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $\Lambda$  –  $(mn \times mn)$ -диагональная матрица,

$F$  –  $mn$ -вектор-столбец:

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_1, \dots, \lambda_m, \dots, \lambda_m), \quad F = (f_{1,1}, \dots, f_{1,n}, \dots, f_{m,1}, \dots, f_{m,n})^T.$$

7. Решается система (9) методом наименьших квадратов с учетом невязок правых частей и вычисляется вектор  $\hat{V}$  оценок координат вектора скорости  $\vec{v}$  объекта в матричной форме:

$$\hat{V} = (\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{v}_z)^T = (A^T A)^{-1} A^T \Lambda F. \quad (10)$$

8. Если при  $m > 1$  и  $n > 3$  отказывает какой-либо приемник или передатчик, то соответствующие им строки в матрице  $A$  и векторе  $F$  исключают и все операции повторяют.

9. Векторы  $V$ , полученные для каждого объекта по формуле (10), вместе с векторами  $M$  оценок пространственных координат объектов, передаются на сопровождение объектов.

### Замечание

Увеличение числа удаленных передатчиков приводит к снижению ошибок оценок скорости, а также повышению надежности – вероятности  $P_m$  работы хотя бы одного из  $m$  передатчиков при вероятности  $p$  безотказной работы каждого из них:

$$P_m = 1 - (1 - p)^m.$$

Так, при  $p = 0,7$  и  $m = 3$  получаем надежность  $P_3 = 0,97$ .

Погрешность оценок скорости можно характеризовать СКО  $\sigma[\Delta v_x]$  центрированной ошибки  $\Delta v_x$  оценивания отдельной координаты вектора скорости с усреднением по числу  $mn$  на основе следа ( $Tr$ ) ковариационной матрицы вектора ошибок  $\Delta V = V - \hat{V}$  по формуле:

$$\sigma[\Delta v_x] = \sigma_{\Delta f} \sqrt{\text{Tr}(A^T A)^{-1} A^T \Lambda^2 A (A^T A)^{-1} / mn}, \quad (11)$$

где  $\sigma_{\Delta f}$  – СКО измерения доплеровского сдвига частоты.

В частном случае использования одного передатчика с длиной волны  $\lambda$  формулы (9) – (11) упрощаются и принимают вид

$$AV = \lambda F \Leftrightarrow \begin{bmatrix} b'_x + a'_{1x} & b'_y + a'_{1y} & b'_z + a'_{1z} \\ \dots & \dots & \dots \\ b'_x + a'_{nx} & b'_y + a'_{ny} & b'_z + a'_{nz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} f_1 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix}, \quad (12)$$

### Заключение

Увеличение числа приемников и передатчиков, а также учет направлений на объект со всех точек пеленгации приводит к повышению точности оценок координат вектора скорости объекта и надежности работы системы в целом, что подтверждается расчетами (11) при моделировании. Предложенные алгоритмы могут найти применение в существующих многопозиционных радиотехнических системах обнаружения и траекторного сопровождения объектов [5], работающих в режиме “SilentSentrySystem”. В докладе приводятся результаты аналитического и экспериментального исследований работы алгоритма.

### Литература

1. Oikonomou D., Nomikos P., Limnaios G., Zikidis K. Passive Radars and their use in the Modern Battlefield. Journal of computation & Modelling. Vol. 9, no.2, 2019, p. 37 – 61.
2. Бакулев П.А. Радиолокационные системы: учеб. для вузов. М.: Радиотехника, 2007. 376 с.

3. Ключко В. К. Обнаружение движущихся объектов пассивной сканирующей системой // Автометрия. 2019. Т. 55, № 1 . С. 62 – 69.
4. Ключко В.К. Трехмерное радиовидение на базе бортовой доплеровской РЛС // Радиотехника. № 5. 2015. С. 35 – 40.
5. Ключко В. К., Нгуен К. Х. Алгоритмы траекторного сопровождения нескольких объектов в пассивных системах радиовидения // Радиотехника. 2019. № 6. С. 168 – 173.