Адаптивный синтез радиолокационного изображения в самолетной бистатической системе РСА при регулярном характере движения и грубых ошибках навигации

С.Б. Алексеев, А.М. Алексеева, Т.А. Лепёхина, С.Г. Лиханский, В.И. Николаев

АО «Концерн «Вега»: 121170, Москва, Кутузовский проспект, д.34; tatonika@inbox.ru.

В рамках задачи адаптивного синтеза радиолокационного изображения высокого разрешения в бистатической системе РСА исследована возможность однозначного восстановления законов движения самолетов-носителей при условии их регулярного движения. Предложен алгоритм прямолинейно-равномерной аппроксимации законов движения носителей путем сопоставления парциальных амплитуд РЛИ, полученных на субкадрах алгоритмом SPECAN в координатах дальность - сдвиг Доплера. Описан алгоритм апостериорной фокусировки первичного РЛИ по кадру.

The paper investigates possibility of regular moving aircraft carrier motion laws unambiguous restoration in the framework of task of high-resolution radar images adaptive synthesis in the bistatic SAR system. An algorithm for carrier motion laws straight-uniform approximation by comparing the radar image partial amplitudes obtained on the SPECAN algorithm sub-frames in the range - Doppler shift coordinates is proposed. The algorithm of the primary radar image posteriori focusing by frame is described.

Растущий интерес к бистатическим системам радиолокаторов с синтезированной апертурой (РСА), обусловленный их новыми возможностями [1], привел к разработке новых методов и режимов съёмки.

Одной из перспективных концепций разработки систем дистанционного зондирования Земли, осваиваемой ведущими разработчиками РСА в течение последнего десятилетия применительно к планируемым запускам РСА, является построение связки из полнофункционального активного радиолокатора и одного или нескольких небольших пассивных РСА, именуемых «попутчики», летящих по согласованным траекториям и работающих в бистатических парах с активным [2].

Европейским космическим агентством (ЕКА) были осуществлены два запуска спутников («Voice», «Habitat») для отработки бистатических систем [3,4]. Кроме того, ЕКА создала спутник-компаньон (SAOCOM-CS), который работает на прием от активного спутника SAOCOM [5]. В рамках запуска SAOCOM-CS компанией Meta-Sensing создана бистатическая система, состоящая из двух синхронизированных бортовых РСА L-диапазона [6], которая была сертифицирована и установлена на два самолета Cessna 208. Геометрия полета рассчитывалась масштабированием согласно предполагаемому спутниковому сценарию. Радиолокатор синхронизируются с помощью специальной высокоточной системы GPS. Кроме того, на носителях установлены высокопроизводительные устройства «GNSS-IMU» для точного отслеживания их навигации и положения. Каждый РСА попеременно передает и принимает сигнал на основе ЛЧМ импульса, что позволяет одновременно получать моно- и бистатические изображения. Полученные данные затем обрабатываются и анализируются с помощью процессора MetaSAR-MetaSensing для получения изображений с географической привязкой.

Различные возможные подходы к проблеме бистатического обзора относительно геометрической конфигурации описаны в [2–7]. Некоторые алгоритмы основаны на конкретных предположениях, таких как инвариантность передаточной функции системы. Это предположение подразумевает параллельные траектории и одинаковые скорости активных и пассивных РСА.

Предлагаемый метод восстановления законов движения носителей состоит в следующем. Используем знание качественного типа движения носителей, топографическую карты местности и возможность дешифрирования парциальных (синтезированных по субкадрам кадра) изображений характерных элементов местности (реперных точек), наличие (отсутствие) каких-либо данных навигации. Отслеживаем законы временной эволюции номеров отсчетов (в рамках массива РЛИ) изображений реперных точек от субкадра к субкадру. Используя их, решаем получаемую ниже систему уравнений и значительно уточняем первичные навигационные данные бистатической системы РСА и законы движения носителей.

Предполагаем, что самолеты движутся равномерно и прямолинейно под произвольным (постоянным) углом друг к другу на произвольных (не обязательно строго постоянных) высотах. Формирование цифровой радиоголограммы (ЦРГ) со сжатием по дальности выполняется в РСА-2. Рассматривается прожекторный режим (ПР) съёмки.

Алгоритмом спектрального анализа SPECAN [8–11] выполняется предварительный синтез парциальных РЛИ пониженного разрешения (~15…20 м), на которых возможно дешифрирование ряда (не менее трёх) отмеченных на локальной топографической карте характерных элементов местности (реперных точек).

Структура бистатической системы РСА представлена на рис. 1.

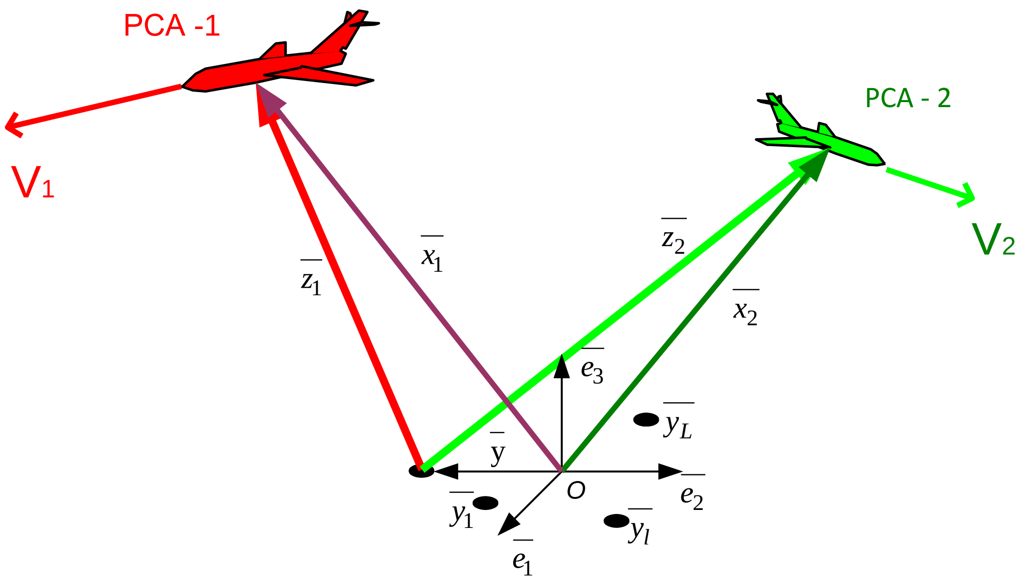

Рис. 1 – Структура бистатической системы РСА

Здесь $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{V}_1, \bar{V}_2$ – векторы начальных координат и скоростей носителей активного и пассивного РСА; X_1, X_2, V_1, V_2 – их модули. Векторы точек сцены: $\bar{y}$ – вектор произвольной точки; $\bar{y}_l$ – векторы реперных точек, где l=1…L.

Координаты векторов даны в евклидовой системе координат (СК) сцены. Оси направлены: на восток $\bar{e}_1$, на север $\bar{e}_2$, вверх $\bar{e}_3$; начало СК – точка визирования РСА-1.

В процессе восстановления данных навигации далее используются разностные векторы $\bar{Z}_k \equiv \bar{Z}_k(\bar{y}) \equiv \bar{X}_k - \bar{y}$ начальных координат самолетов-носителей относительно точек сцены $\bar{y}$, в частности, реперных точек $\bar{y}_l \equiv \bar{y}(l)$, и их величины (длины) $Z_k \equiv Z_k(\bar{y})$, где k=1, 2.

Законы движения носителей РСА-1 и РСА-2 представим уравнениями:

$$\bar{x}_1(t) \approx \bar{X}_1 + \bar{V}_1 \cdot t\,; \quad \bar{x}_2(t) \approx \bar{X}_2 + \bar{V}_2 \cdot t \tag{1}$$

Результирующий закон миграции дальности по лучу РСА-1→ {цель- $\bar{y}$ }→ РСА-2:

$$r(t) \equiv R(\bar{y};\, t) \approx \sum_{k=1}^{2} \sqrt{Z_k^2 + 2\cdot\left(\bar{Z}_k, \bar{V}_k\right)\cdot t + V_k^2 \cdot t^2}\,, \tag{2}$$

откуда, в частности, следует (очевидная) формула: $r(0) \approx Z_1 + Z_2$.

Радиальная скорость v_{rad} по лучу РСА-1→ {цель- $\bar{y}$ }→ РСА-2:

$$\begin{gathered} c \cdot f_{dopler}(t) / f_0 = v_{rad}(t) \equiv \dot{r}(t) \equiv \dot{R}(\bar{y};\, t) \approx \\ \approx \sum_{k=1}^{2} \left(\left(\left(\bar{Z}_k, \bar{V}_k\right) + V_k^2 \cdot t \right) \Big/ \sqrt{Z_k^2 + 2\cdot\left(\bar{Z}_k, \bar{V}_k\right)\cdot t + V_k^2 \cdot t^2} \right) \end{gathered} \tag{3}$$

откуда, в частности, следует формула: $v_{rad,0} \cdot Z_1 Z_2 \equiv v_{rad}(0) \cdot Z_1 Z_2 \approx Z_1 \cdot \left(\bar{Z}_2, \bar{V}_2\right) + Z_2 \cdot \left(\bar{Z}_1, \bar{V}_1\right)$ и где c – скорость света, f_0 – центральная несущая частота, f_{dopler} – сдвиг Доплера частоты.

Для восстановления конфигурации бистатической системы и законов движения следует найти векторные величины $\bar{X}_1,\, \bar{X}_2,\, \bar{V}_1,\, \bar{V}_2$.

Прежде всего, приведем формулу миграции (2) к удобному для анализа полиномиальному виду:

$$r^4 \approx \sum_{m=0}^{2} a_{2,m}\left(\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \bar{V}_1, \bar{V}_2\right) \cdot r^2 \cdot t^m + 2 \cdot \sum_{n=0}^{4} a_{0,n}\left(\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \bar{V}_1, \bar{V}_2\right) \cdot t^n \tag{4}$$

с априорно неизвестными 8 коэффициентами $a_{2,m}$ (3 штуки) и $a_{0,n}$ (5 штук), зависимыми от 4 неизвестных векторных величин $\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \bar{V}_1, \bar{V}_2$ согласно следующим 8 явным соотношениям:

$$\begin{gathered} a_{2,0} = 2\cdot\left(Z_1^2 + Z_2^2\right); \qquad a_{2,1} = 4\cdot\left(\left(\bar{Z}_1, \bar{V}_1\right) + \left(\bar{Z}_2, \bar{V}_2\right)\right); \qquad a_{2,2} = 2\cdot\left(V_1^2 + V_2^2\right); \\ a_{0,0} = -\left(Z_1^2 - Z_2^2\right)^2; \qquad a_{0,1} + 0{,}25\cdot a_{2,0}\cdot a_{2,1} = 8\cdot\left(Z_1^2\cdot\left(\bar{Z}_2, \bar{V}_2\right) + Z_2^2\cdot\left(\bar{Z}_1, \bar{V}_1\right)\right); \\ a_{0,2} + 0{,}5\cdot a_{2,0}\cdot a_{2,1} + a_{2,2}^2 = 16\cdot\left(\bar{Z}_1, \bar{V}_1\right)\cdot\left(\bar{Z}_2, \bar{V}_2\right) + 4\cdot\left(Z_1^2 V_2^2 + Z_2^2 V_1^2\right); \\ a_{0,3} + 0{,}25\cdot a_{2,1}\cdot a_{2,2} = 8\cdot\left(V_1^2\cdot\left(\bar{Z}_2, \bar{V}_2\right) + V_2^2\cdot\left(\bar{Z}_1, \bar{V}_1\right)\right); \quad a_{0,4} = -\left(V_1^2 - V_2^2\right)^2. \end{gathered} \tag{5}$$

Задача восстановления закона движения (ЗД) носителей свелась к решению для каждой реперной точки методом наименьших квадратов (МНК) переопределенной системы линейных уравнений относительно 8 коэффициентов из (4, 5) – элементов вектора-столбца $\bar{a} \equiv \begin{pmatrix} a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} & a_{0,4} \end{pmatrix}^T$:

$$r_i^4 \approx \sum_{m=0}^{2} a_{2,m} \cdot r_i^2 \cdot t_i^m + 2\cdot\sum_{n=0}^{4} a_{0,n}\cdot t_i^n\,; \quad i = -N/2, \ldots, N/2 - 1 \tag{6}$$

в количестве $N >> 8$ уравнений (каждому субкадру отвечает уравнение, $t_i \equiv i \cdot \Delta$ – момент центра i-субкадра, шаг времени следования Δ постоянен, субкадры могут быть с перекрытием) с последующим определением скалярных величин $Z_1, Z_2, V_1, V_2, (\overline{Z}_1, \overline{V}_1), (\overline{Z}_2, \overline{V}_2)$ для каждой реперной точки по вычисленным элементам $a_{2,m}$ (3 штуки) и $a_{0,n}$ (5 штук).

В формулах (6) величина $r_i \equiv R_0 + s_r \cdot (q_i - N_r / 2) \cdot c / F_q$ – текущая дальность от центра i-го субкадра очередной реперной точки. Здесь: s_r – шаг прореживания-сглаживания парциального РЛИ по дальности, определяемый разрешением по азимуту SPECAN, q_i – номер дальностного пикселя отметки реперной точки в прореженном парциальном РЛИ i-го субкадра, $R_0 \equiv c \cdot \tau_{delay}$ – дальность центра строба приема, τ_{delay} – временная задержка середины строба приема РСА-2, N_r – база ЦРГ по дальности, F_q – частота квантования АЦП РСА-2.

К системе (5) целесообразно добавить приведенные выше следствия формул (2, 3):

$$r_0 \approx Z_1 + Z_2; \qquad v_{rad,0} \cdot Z_1 Z_2 \approx Z_1 \cdot (\overline{Z}_2, \overline{V}_2) + Z_2 \cdot (\overline{Z}_1, \overline{V}_1). \tag{7}$$

Далее под системой (5) понимаем расширенную систему уравнений (5, 7).

Линейную систему уравнений (6) представим в матричном виде – через столбец $\overline{\rho}$ высоты $N >> 8$, где N – количество субкадров, и матрицу $\overline{B}$ ширины 8 и высоты N:

$$\begin{aligned}
&\overline{\rho} \approx \overline{B} \cdot \overline{a};\\
&\overline{\rho} \equiv \left(\dots\, r_i^4 \dots \right)^T,\\
&\overline{B} \equiv \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_i^2 & r_i^2 \cdot t_i & r_i^2 \cdot t_i^2 & 1 & t_i & t_i^2 & t_i^3 & t_i^4 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}; \; i = -\frac{N}{2} \dots \frac{N}{2} - 1.
\end{aligned} \tag{8}$$

Метод наименьших квадратов оценки $\overline{a}$ из переопределенной системы (8) приводит к решению линейной системы с матрицей Грама $\overline{M} \equiv \overline{B}^T \cdot \overline{B}$ размера 8 x 8:

$$\overline{B}^T \cdot \overline{\rho} \approx \overline{B}^T \cdot \overline{B} \cdot \overline{a} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{\xi} \approx \overline{M} \cdot \overline{a}. \tag{9}$$

Для разрешимости (9) необходима невырожденность матрицы Грама, что, как правило, имеет место в силу аналитичности матрицы $\overline{B}$ по t_0, Δ и её превращения в окрестности нуля в аналог невырожденной матрицы Вандермонда. Для достижения лучшей обусловленности матрицы $\overline{M}$ следует максимизировать детерминант матрицы Грама $\left|\det \overline{M}\right| \to \max$ в пространстве двух параметров {момент центра кадра t_0, интервал следования субкадров Δ} при рекомендуемых (по результатам моделирования) ограничениях вида $T/32 \le \Delta \le T/16 << T/8$, $-\Delta/2 < t_0 \le \Delta/2$, где T – время полета в рамках радиолокационной видимости.

Решение задачи восстановления данных навигации носителей выполняется в три этапа.

Этап 1. Решение невырожденной системы линейных уравнений (9).

Набор 8 коэффициентов $\bar{a}$, фигурирующих в левых частях уравнений (5), получается решением системы (9) по матричной формуле

$$\bar{a} \approx \bar{M}^{-1} \cdot \bar{\xi}, \tag{10}$$

Этап 2. Вычисление из расширенной системы (5), относящейся к l-й реперной точке, соответствующего ей набора скалярных баллистических величин $Z_1, Z_2, V_1, V_2, (\bar{Z}_1,\bar{V}_1), (\bar{Z}_2,\bar{V}_2)$.

Из пары уравнений $r_0 \approx Z_1 + Z_2$ и $a_{0,0} = -\left(Z_1^2 - Z_2^2\right)^2$ получаются две пары уравнений $r_0 \approx Z_1 + Z_2$ и $\pm\sqrt{-a_{0,0}}/r_0 \approx Z_1 - Z_2$, где смена знака соответствует перестановке РСА-1 и РСА-2. Для положительного случая получаем:

$$Z_1 \approx 0{,}5 \cdot \left(r_0 + \sqrt{-a_{0,0}}/r_0\right); \quad Z_2 \approx 0{,}5 \cdot \left(r_0 - \sqrt{-a_{0,0}}/r_0\right). \tag{11}$$

Далее, в предположении $Z_1 > Z_2 > 0$, из трёх уравнений $a_{2,1} = 4 \cdot \left((\bar{Z}_1,\bar{V}_1) + (\bar{Z}_2,\bar{V}_2)\right)$, $v_{rad,0} \cdot Z_1 Z_2 \approx Z_1 \cdot (\bar{Z}_2,\bar{V}_2) + Z_2 \cdot (\bar{Z}_1,\bar{V}_1)$ и $a_{0,1} + 0{,}25 \cdot a_{2,0} \cdot a_{2,1} = 8 \cdot \left(Z_1^2 \cdot (\bar{Z}_2,\bar{V}_2) + Z_2^2 \cdot (\bar{Z}_1,\bar{V}_1)\right)$ расширенной системы (5) формируем переопределенную систему относительно двух скалярных величин $(\bar{Z}_1,\bar{V}_1)$, $(\bar{Z}_2,\bar{V}_2)$, решаемую, как и (8), методом МНК. Приведем конечный результат:

$$\begin{pmatrix} (\bar{Z}_1,\bar{V}_1) \\ (\bar{Z}_2,\bar{V}_2) \end{pmatrix} \approx \left(A_{11} \cdot A_{22} - A_{12}^2\right)^{-2} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где $A_{ij} \equiv (-1)^{i+j} \cdot \sum_{k=0}^{2} Z_{3-i}^k Z_{3-j}^k$;

$B_m \equiv 0{,}25 \cdot a_{2,1} + v_{rad,0} \cdot Z_1 Z_2 \cdot Z_m + 0{,}125 \cdot \left(a_{0,1} + 0{,}25 \cdot a_{2,0} \cdot a_{2,1}\right) \cdot Z_m^2$.

Из уравнений $a_{2,2} = 2 \cdot \left(V_1^2 + V_2^2\right)$ и $a_{0,4} = -\left(V_1^2 - V_2^2\right)^2$ системы (5) восстанавливаем скоростные скалярные величины с неопределенностью выбора знаков (противоположных):

$$V_1 \approx \sqrt{0{,}25 \cdot a_{2,2} \pm 0{,}5 \cdot \sqrt{-a_{0,4}}}, \quad V_2 \approx \sqrt{0{,}25 \cdot a_{2,2} \mp 0{,}5 \cdot \sqrt{-a_{0,4}}} \tag{13}$$

Неопределенность относительно транспозиции значений $V_1 \leftrightarrow V_2$ в формулах (13) можно разрешить при помощи следующих уравнений системы (5): $a_{0,2} + 0{,}5 \cdot a_{2,0} \cdot a_{2,1} + a_{2,2}^2 = 16 \cdot (\bar{Z}_1,\bar{V}_1) \cdot (\bar{Z}_2,\bar{V}_2) + 4 \cdot \left(Z_1^2 V_2^2 + Z_2^2 V_1^2\right)$, $a_{0,3} + 0{,}25 \cdot a_{2,1} \cdot a_{2,2} = 8 \cdot \left(V_1^2 \cdot (\bar{Z}_2,\bar{V}_2) + V_2^2 \cdot (\bar{Z}_1,\bar{V}_1)\right)$.

Таким образом, для очередной реперной точки вычислена совокупность 6 скалярных баллистических величин $Z_1, Z_2, V_1, V_2, (\bar{Z}_1,\bar{V}_1), (\bar{Z}_2,\bar{V}_2)$.

Этап 3. Использование набора скалярных решений систем (5), относящихся к различным реперным точкам, для восстановления векторных данных навигации.

Число дешифрированных на парциальных РЛИ реперных точек должно быть $L \geq 3$, иначе излагаемый далее метод не сработает. Расположение точек должно быть таким, чтобы системы линейных уравнений были невырожденными (например, при $L = 3$ точки не должны лежать на одной прямой).

Предположим, что влияние рельефа незначительно, а высота отражающих объектов неизвестна. Тогда целесообразно пренебречь высотой: $\bar{y}_l \equiv \bar{y}(l) \approx (y_1(l) \quad y_2(l) \quad 0)$, $1 \le l \le L$.

Для каждой точки $\bar{y}_l \equiv \bar{y}(l), 1 \le l \le L$ на этапах 1 и 2 найдены 6 скалярных величин:

$$\sqrt{X_1^2 + 2\cdot(\bar{X}_1, \bar{y}(l)) + y^2(l)},\ \sqrt{X_2^2 + 2\cdot(\bar{X}_2, \bar{y}(l)) + y^2(l)},\ V_1,\ V_2,\ (\bar{X}_1 + \bar{y}(l), \bar{V}_1),\ (\bar{X}_2 + \bar{y}(l), \bar{V}_2), \quad (14)$$

где $y^2(l) \approx y_1^2(l) + y_2^2(l)$ – квадрат модуля $y(l)$ вектора $\bar{y}(l)$, поскольку $y_3(l) \approx 0$.

Ясно, что чисто скоростные величины (13) (в (14)) от реперной точки не зависят.

Временно введем иные обозначения величин: $Z(k;l) \equiv Z_k(l)$, $X(k;l) \equiv X_k(l)$, $V(k) \equiv V_k$, $\bar{X}(k) \equiv (x_1(k) \quad x_2(k) \quad x_3(k)) \equiv X_k$, $\bar{V}(k) \equiv (v_1(k) \quad v_2(k) \quad v_3(k)) \equiv \bar{V}_k$, $S(k;l) \equiv (\bar{Z}(k;l), \bar{V}(k))$, $\bar{Z}(k;l) \equiv (z_1(k;l) \quad z_2(k;l) \quad z_3(k)) \equiv \bar{Z}_k$, $k = 1, 2$ (носитель), $1 \le l \le L$ (реперная точка).

Составим (переопределенную при $L \ge 4$) линейную систему из $L-1$, $L \ge 3$ уравнений относительно координат $x_1(k)$, $x_2(k)$ координатного 3-мерного вектора k-го носителя:

$$(y_1(l) - y_1(1))\cdot x_1(k) + (y_2(l) - y_2(1))\cdot x_2(k) \approx 0{,}5\cdot(Z^2(k;l) - y^2(l) - Z^2(k;1) + y^2(1)), \quad (15)$$

для номеров $2 \le l \le L$ реперных точек.

Посредством МНК получаем из (15) координаты 1 и 2 каждого носителя $k = 1,\ 2$:

$$\begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{pmatrix} \approx 0{,}5\cdot(\alpha_{11}\cdot\alpha_{22} - \alpha_{12}^2)^{-2}\cdot\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \cdot \sum_{l=2}^{L} \beta_l \cdot \begin{pmatrix} y_1(l) - y_1(1) \\ y_2(l) - y_2(1) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где

$\alpha_{ij} \equiv (-1)^{i+j}\cdot\sum_{l=2}^{L}(y_{3-i}(l) - y_{3-i}(1))\cdot(y_{3-j}(l) - y_{3-j}(1))$;

$\beta_l \equiv Z^2(k;l) - y^2(l) - Z^2(k;1) + y^2(1)$.

Исходя из 1 и 2 выражений (14), вычисляем высотные координаты $x_3(k)$ векторов $\bar{X}(k)$ по формулам (для носителей $k = 1,\ 2$):

$$x_3(k) \approx \sqrt{Z^2(k;l) - y^2(l) - 2\cdot(y_1(l)\cdot x_1(k) + y_2(l)\cdot x_2(k)) - x_1^2(k) - x_2^2(k)}. \quad (17)$$

Начальные координаты $\bar{X}(k) \equiv (x_1(k) \quad x_2(k) \quad x_3(k))$, $k = 1,\ 2$ найдены (16, 17).

Составим (переопределенную) линейную систему из $L-1$, $L \ge 4$ уравнений относительно координат 1 и 2 скоростного (3-мерного) вектора k-го носителя – $v_1(k)$, $v_2(k)$:

$$(y_1(l) - y_1(1))\cdot v_1(k) + (y_2(l) - y_2(1))\cdot v_2(k) \approx S(k;l) - S(k;1), \quad (18)$$

для номеров $2 \le l \le L$ реперных точек.

Посредством МНК получаем из (18) скорости 1 и 2 каждого носителя $k = 1,\ 2$:

$$\begin{pmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \end{pmatrix} \approx \left(\alpha_{11}\cdot\alpha_{22}-\alpha_{12}^2\right)^{-2}\cdot\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} \end{pmatrix}\cdot\sum_{l=2}^{L}\gamma_l\cdot\begin{pmatrix} y_1(l)-y_1(1) \\ y_2(l)-y_2(1) \end{pmatrix}, \qquad (19)$$

где $\alpha_{i\,j} \equiv (-1)^{i+j}\cdot\sum_{l=2}^{L}\left(y_{3-i}(l)-y_{3-i}(1)\right)\cdot\left(y_{3-j}(l)-y_{3-j}(1)\right)$; $\gamma_l \equiv S(k;l)-S(k;1)$.

Исходя из выражений 5 и 6 системы (14), вычисляем вертикальные скорости $v_3(k)$ векторов $\overline{X}(k)$ по формулам:

$$v_3(k) \approx \left(S(k;l)-z_1(k;l)\cdot v_1(k)-z_2(k;l)\cdot v_2(k)\right)/\,z_3(k;l). \qquad (20)$$

Таким образом, найдены векторы скорости $\overline{V}(k)\equiv\left(v_1(k) \quad v_2(k) \quad v_3(k)\right)$, $k=1,\ 2$ (19, 20), получены оценки первичных данных навигации (16, 17, 19, 20) самолетов-носителей и линейные аппроксимации их законов движения.

Оценки координат и скоростей (16, 17, 19, 20) получены в идеальной линейной модели движения (1) с игнорированием малых векторов ускорений. Эти ускорения порождены регулярными ошибками управления и метеоусловиями. Так как число ускорений, необходимое для точного восстановления ЗД, априорно неизвестно, проведём *дофокусировку первичного РЛИ* в пространстве вторичных параметров баллистики.

Временно примем найденную выше равномерно-прямолинейную аппроксимацию ЗД носителей с параметрами $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \overline{V}_1, \overline{V}_2$ за «точную модель» полета.

Этап 1. Априорные вычисления (до синтеза).

Шаг 1. Компенсация в законах миграции дальности для всех точек сцены единой линейной части для центра сцены и момента времени середины полного кадра.

Формируем эволюции «центрально-компенсированной» радиальной скорости из формулы (3), вычитая из правой части центральную радиальную скорость [7– 9].

Шаг позволяет формально математически, на уровне семейства законов миграции (2), свести любой бистатический обзор к эквивалентно-боковому обзору, в котором бистатичность явно не проявляет себя и для которого применимы «моностатические» алгоритмы синтеза РЛИ в ПР [7, 8] (космос) с важной модификацией: законы миграции и их преобразования Лежандра заданы массивами, а не рядами Тейлора [10].

Шаг 2. Построение обратного геокодирующего отображения из горизонтальных координат сцены в путевые координаты обзора.

Данное отображение (IGM – Inverse Geocoding Map) строится в линейном приближении в виде квадратной матрицы размера 2×2 [7– 9].

Путевые координаты точки сцены: {минимальная (центрально-компенсированная) дальность точки, момент времени достижения точкой минимальной дальности}.

Отображение IGM позволяет по разрешению в путевых координатах (определяемому заданной частотой повторения) определить максимально достижимое разрешение в координатах сцены – анализом IGM-деформации отклика точечной цели формулами из [4, 5]. IGM «встроена» в интегральную формулу синтеза РЛИ по ЦРГ [7–9].

Шаг 3. Вычисление временного интервала синтеза (длительности кадра).

Интервал синтеза должен быть таким, чтобы вариация сдвига Доплера на нем равнялась частоте повторения для достижения максимального разрешения без стробэффекта [7, 8, 11].

Шаг 4. Вычисление базы синтеза и когерентное накопление ЦРГ.

При известной частоте повторения база синтеза – минимальная степень двойки, при которой вариация сдвига Доплера на соответствующих интервалах времени превышает ширину сцены по Доплеру. На этой базе делаем когерентное накопление ЦРГ по пути [7, 8, 11].

Шаг 5. Вычисление преобразования Лежандра центрально-компенсированного закона миграции дальности и его первых вариаций по координатам сцены [7 – 9].

Вычисляем одномерные массивы «обратных функций» к функции (3) с центральной компенсацией – массивы зависимости времени от центрированной радиальной скорости. Эти массивы считаются на интервале значений радиальной скорости с шагом, отвечающем вычисленной базе синтеза [7, 8], для трёх точек сцены: для ее центра и для двух близких к центру сцены точек [7 – 9] на осях СК сцены. Для каждого из массивов формируем одномерный массив преобразования Лежандра (ПЛ) [7 – 9].

Получаем три массива ПЛ: «центральный» и два «сдвинутых по осям» [7 – 9], каждый массив ПЛ – функция радиальной скорости. По этим массивам вычисляем вариации ПЛ первого порядка по осям СК в виде двух массивов [10, 11].

Шаг 6. Вычисление семейства двумерных спектральных опорных функций для синтеза «в эйкональном приближении» для всех точек сцены.

Используя связь сдвига Доплера и радиальной скорости (3), ***для всех парциальных частот*** рабочего диапазона [7 – 9] переводим ПЛ из одномерно-скоростной области в двумерно-частотную область {парциальная частота, сдвиг Доплера}. Частоты переводим в номера отсчетов с учетом частот квантования и повторения. Преобразованное так ПЛ по-прежнему табулировано одномерным массивом, только «номер» радиально-скоростного отсчета в нем вторичен и является корректно масштабированным дробным отношением сдвига Доплера к парциальной частоте. Значение ПЛ в «дробном отсчете» считаем линейной интерполяцией между соседними целыми отсчетами.

Спектральные опорные функции строятся по формуле временных так: фигурирующую в фазе миграцию дальности заменяем ПЛ, выраженным через пару частот – Доплера и парциальную, а центральную несущую заменяем переменной парциальной частотой [7 – 9].

Шаг 7. Вычисление массивов масштабирующих коэффициентов и сдвигов обобщенного преобразования Столта (GST – Generalized Stolt Transform [7 – 9]).

Интегральная формула синтеза РЛИ (в отсчетах сцены) по двумерному спектру ЦРГ отличается от формулы обратного преобразования Фурье (ОПФ) произведения спектра ЦРГ на центральную спектральную опору двумя факторами: наличием функций спектральных переменных, аддитивно возмущающих спектральные переменные под знаком «мнимой экспоненты», и аффинной трансформацией возмущенных спектральных переменных, обусловленной преобразованием IGM отсчетов сцены под знаком «мнимой экспоненты» [7 – 9].

Преобразование GST нелинейной заменой спектральных переменных, вид которой ясен из интегральной формулы синтеза [7 – 9], компенсирует эти «возмущения» и «трансформации», приводя формулу к виду «чистого» ОПФ. Преобразование GST разлагается в пять одномерных замен координат: масштабирование по «азимуту», масштабирование со сдвигом по «дальности», нелинейная единая замена «азимута», масштабирование по «азимуту», масштабирование по «дальности» [7 – 9].

Этап 2. Синтез «первичного» РЛИ сцены по кадру в горизонтальных координатах сцены алгоритмом Omega-KA-M [7 – 9].

Шаг 1. Вычисление спектра когерентно-накопленной ЦРГ двумерным БПФ.

Шаг 2. Умножение (поэлементное) массива спектра ЦРГ на опорную функцию, отвечающую центру сцены и считаемую на проходе с использованием массива ПЛ.

Шаг 3. Обобщенное преобразование Столта [7 – 9] центрально-компенсированного массива спектра ЦРГ – пять последовательных одномерных замен переменных по строкам или столбцам методом усеченной интерполяции Котельникова [7 – 9].

Шаг 4. Применение ОБПФ к GST спектра ЦРГ, на выходе – первичное РЛИ. Если первичное РЛИ на выходе шага 4 синтеза недостаточно сфокусированное, что можно отследить визуально и (или) методом «скользящего окна» в двумерном спектре, необходима апостериорная дофокусировка. В этом случае делаем «шаг назад» и работаем с двумерным спектром на выходе GST. Задаемся круговым «скользящим окном» существенно меньшего диаметра, чем размер массива спектра, но позволяющим получать дешифрируемые парциальные РЛИ пониженного разрешения – при любом положении «окна». (Например, 1/8 размера массива).

Когда мы двигаем круговое «окно» по двумерному спектру на выходе GST [7 – 9] и в каждом положении «окна» делаем двумерное ОБПФ от спектра, получаем (А)РЛИ, почти идентичные исходному, но сдвинутые и аффинно-искаженные. При сдвиге «окна» опознанные на АРЛИ изображения реперных точек сдвигаются, но немного поразному – в зависимости от координат (номеров отсчетов) реперных точек в массиве РЛИ.

Зададимся вначале одной реперной точкой с текущими координатами (x, y) в СК сцены и изучим зависимость вектора сдвига РЛИ от вектора $(\delta_{n,1}, \delta_{n,2})$, $n = 1,\ldots, \mathrm{N}$ сдвига «окна» относительно середины двумерного спектра (на выходе GST – шага 3 синтеза (выше)). Для повышения достоверности результата используем N сдвигов «окна».

Изучая зависимость вектора $(\zeta_{n,1}, \zeta_{n,2})$ сдвига РЛИ от вектора сдвига «окна» относительно середины двумерного выходного спектра (x, y фиксированы), можно получить оценки значений (для реперной точки) тройки функциональных x, y-зависимых коэффициентов $\alpha \equiv \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \mathrm{x} + \alpha_2 \cdot \mathrm{y}$, $\beta \equiv \beta_0 + \beta_1 \cdot \mathrm{x} + \beta_2 \cdot \mathrm{y}$, $\gamma \equiv \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \mathrm{x} + \gamma_2 \cdot \mathrm{y}$ остаточного неучтенного семейства фазовых множителей (в ЛЧМ-приближении) в спектре первичного РЛИ, полученного на выходе шага 4 . Это остаточное семейство имеет вид:

$$\Psi_{\mathrm{output\text{-}spec\text{-}residual},0}(\mathrm{x},\ \mathrm{y};\ w, z) \approx \exp\left(j \cdot \pi / N \cdot \left(\alpha(\mathrm{x},\ \mathrm{y}) \cdot w^2 + 2 \cdot \beta(\mathrm{x},\ \mathrm{y}) \cdot w \cdot z + \gamma(\mathrm{x},\ \mathrm{y}) \cdot z^2\right)\right), \tag{21}$$

где N – база синтеза ($N \times N$ – размер массива РЛИ и его спектра), w, z –отсчеты массива спектра. Для определения остаточных коэффициентов α, β, γ в (21) по известному набору векторов $(\zeta_{n,1}, \zeta_{n,2})$ сдвига фиксированной реперной точки, отвечающих набору N векторов сдвига «окна» спектра $(\delta_{n,1}, \delta_{n,2})$ методом наименьших квадратов «решаем» переопределенную систему 2N линейных уравнений (минимизируем ее невязку в 2N-евклидовом пространстве), сводя ее к определенной системе трёх уравнений и получая в итоге ее решение:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \delta_1^2 & (\bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2) & 0 \\ (\bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2) & \delta_1^2 + \delta_2^2 & (\bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2) \\ 0 & (\bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2) & \delta_2^2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} (\bar{\delta}_1, \bar{\zeta}_1) \\ (\bar{\delta}_2, \bar{\zeta}_1) + (\bar{\delta}_1, \bar{\zeta}_2) \\ (\bar{\delta}_2, \bar{\zeta}_2) \end{pmatrix};\ \bar{\delta}_k \stackrel{def}{\equiv} \begin{pmatrix} \ldots \\ \delta_{n,k} \\ \ldots \end{pmatrix},\ \bar{\zeta}_k \stackrel{def}{\equiv} \begin{pmatrix} \ldots \\ \zeta_{n,k} \\ \ldots \end{pmatrix};\ \begin{matrix} n = 1\ldots\mathrm{N}; \\ \mathrm{k} = 1,\ 2 \end{matrix} \tag{22}$$

Простейший случай: задав 3 сдвига $(\delta, 0), (0, \delta), (\delta, \delta)$ «окон» спектра, для фиксированной реперной точки (x,y) определим набор α, β, γ простыми формулами:

$$\alpha \approx \zeta_{1,1} / (N \cdot \delta),\quad \gamma \approx \zeta_{2,2} / (N \cdot \delta),\quad \beta \approx (\zeta_{3,1} - \alpha \cdot \zeta_{2,2} - \beta \cdot \zeta_{1,1}) / (N \cdot \delta). \tag{23}$$

Увеличение числа сдвигов «окна» уменьшает ошибку определения значений α, β, γ пропорционально $\sim 1/\sqrt{\mathrm{N}}$.

Для вычисления констант функциональных коэффициентов по набору реперных точек представим семейство остаточных фазовых множителей в виде:

$$\begin{aligned}&\Psi_{\text{output-spec-residual}}(w,\ z;\ \mathrm{x},\ \mathrm{y}) \approx \exp\left(j\cdot\pi/N\cdot\left(\alpha_0\cdot w^2+2\cdot\beta_0\cdot w\cdot z+\gamma_0\cdot \mathrm{z}^2\right)\right)\times\\ &\times\exp\left(j\cdot\pi/N\cdot \mathrm{x}\cdot\left(\alpha_1\cdot w^2+2\cdot\beta_1\cdot w\cdot \mathrm{z}+\gamma_1\cdot \mathrm{z}^2\right)\right)\times\\ &\times\exp\left(j\cdot\pi/N\cdot \mathrm{y}\cdot\left(\alpha_2\cdot w^2+2\cdot\beta_2\cdot w\cdot \mathrm{z}+\gamma_2\cdot \mathrm{z}^2\right)\right)\end{aligned},\tag{24}$$

где, по данным экспериментов, $\max\{|\alpha_0|,|\beta_0|,|\gamma_0|\} << \min\{|\alpha_1|,|\alpha_2|,|\beta_1|,|\beta_2|,|\gamma_1|,|\gamma_2|\}$.

Приведем вычисление констант $\alpha_k .\ k=0,1,2$ (24) по трём реперным точкам. Если из (22) найдены 3 значения: $\alpha(\mathrm{x}_l,\ \mathrm{y}_l),\ l=1,2,3$, то из системы трёх линейных уравнений получаем:

$$\begin{aligned}\alpha(\mathrm{x}_1,\ \mathrm{y}_1)&\equiv\alpha_0+\alpha_1\cdot \mathrm{x}_1+\alpha_2\cdot \mathrm{y}_1\\ \alpha(\mathrm{x}_2,\ \mathrm{y}_2)&\equiv\alpha_0+\alpha_1\cdot \mathrm{x}_2+\alpha_2\cdot \mathrm{y}_2\\ \alpha(\mathrm{x}_3,\ \mathrm{y}_3)&\equiv\alpha_0+\alpha_1\cdot \mathrm{x}_3+\alpha_2\cdot \mathrm{y}_3\end{aligned} \quad\Rightarrow\quad \begin{pmatrix}\alpha_0\\ \alpha_1\\ \alpha_2\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}1 & \mathrm{x}_1 & \mathrm{y}_1\\ 1 & \mathrm{x}_2 & \mathrm{y}_2\\ 1 & \mathrm{x}_3 & \mathrm{y}_3\end{pmatrix}^{-1}\cdot\begin{pmatrix}\alpha(\mathrm{x}_1,\ \mathrm{y}_1)\\ \alpha(\mathrm{x}_2,\ \mathrm{y}_2)\\ \alpha(\mathrm{x}_3,\ \mathrm{y}_3)\end{pmatrix}.\tag{25}$$

Константы $\beta_k .\gamma_k,\ k=0,1,2$ (24) считаются (по тройкам β и γ) аналогично (25).

Интегральная формула, выражающая искомое кондиционно сфокусированное РЛИ $I(\mathrm{x},\ \mathrm{y})$ через центрально дофокусированный (первым фазовым множителем формулы (24)) спектр $S_0(w,\ z)$ первичного РЛИ (выхода Шага 4 синтеза, см. выше), имеет вид:

$$\begin{aligned}I(\mathrm{x},\ \mathrm{y})\approx\iint dwdz\cdot S_0(w,\ z)\cdot\exp\left(j\cdot 2\pi/N\cdot\left(w+0{,}5\cdot\left(\alpha_1\cdot w^2+2\cdot\beta_1\cdot w\cdot z+\gamma_1\cdot \mathrm{z}^2\right)\right)\cdot \mathrm{x}\right)\times\\ \times\exp\left(j\cdot 2\pi/N\cdot\left(\mathrm{z}+0{,}5\cdot\left(\alpha_2\cdot w^2+2\cdot\beta_2\cdot w\cdot z+\gamma_2\cdot \mathrm{z}^2\right)\right)\cdot \mathrm{y}\right).\end{aligned}\tag{26}$$

Если в интегральной формуле (26) выполнить замену переменных

$$W:=w+0{,}5\cdot\left(\alpha_1\cdot w^2+2\cdot\beta_1\cdot w\cdot z+\beta_1\cdot z^2\right);\quad Z:=z+0{,}5\cdot\left(\alpha_2\cdot w^2+2\cdot\beta_2\cdot w\cdot z+\gamma_2\cdot z^2\right),\tag{27}$$

она принимает вид ОБПФ:

$$I(\mathrm{x},\ \mathrm{y})\approx\iint dWdZ\cdot Jac(w(W,Z),\ z(W,Z))\cdot S(w(W,Z),\ z(W,Z))\cdot\exp\left(j\cdot 2\pi/N\cdot(W\cdot \mathrm{x}+Z\cdot \mathrm{y})\right),\tag{28}$$

где $Jac(w,\ z)$ – якобиан замены (27), $S_0(w,\ z)$ – спектр из формулы (26) (см. комментарии).

Формула (28) дает на выходе прецизионно дофокусированное изображение.

Заметна аналогия (28) с GST, только данное преобразование – еще более общее и сложное, чем GST (но выполняет ту же функцию, что и GST).

Преобразование (27) можно разложить на 2 одномерных нелинейных масштабирования: по оси абсцисс, а затем (в уже преобразованных координатах) – по оси ординат.

Последовательные одномерные замены переменных при такой факторизации:

$$\begin{aligned}&W:=w+0{,}5\cdot\left(\alpha_1\cdot w^2+2\cdot\beta_1\cdot w\cdot \mathrm{z}+\gamma_1\cdot \mathrm{z}^2\right); &&(\textit{в каждом (исходном) сечении } z)\\ &Z:=\mathrm{z}+0{,}5\cdot\left(\alpha_2\cdot \mathrm{w}^2(W,\ z)+2\cdot\beta_2\cdot \mathrm{w}(W,\ z)\cdot \mathrm{z}+\gamma_2\cdot \mathrm{z}^2\right), &&(\textit{в каждом (новом) сечении } W)\end{aligned}\tag{29}$$

где функция от 2 переменных $\mathrm{w}(W,\ z)$ во 2 формуле (29) имеет следующий (явный) вид:

$$\mathrm{w}(W,\ z) = \left(W - 0{,}5 \cdot \gamma_1 \cdot z^2\right) \cdot\ \ 2\ /\ \left(\left(1 + \beta_1 \cdot z\right) + \sqrt{\left(1 + \beta_1 \cdot z\right)^2 + \alpha_1 \cdot \left(2 \cdot W - \gamma_1 \cdot z^2\right)}\right), \qquad (30)$$

получаемый из 1 формулы (29), рассматриваемой как квадратное уравнение относительно w.

Таким образом, предложенный алгоритм позволяет осуществлять предварительную фокусировку в условиях неточного знания навигационных данных или их отсутствия, используя топографическую карту, восстанавливать закон движения носителя, а затем выполнять дофокусировку РЛИ.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы

Предложенный для условий регулярного линейного закона движения носителей с возможным малым регулярным возмущением при неточной навигации алгоритм адаптивного синтеза РЛИ в бистатической системе может быть обобщён для более сложных типов регулярного движения (кругового, эллиптического, гиперболического и т.п.).

Практическая ценность алгоритма, основанного на априорной фокусировке РЛИ по восстановленным первичным данным навигации, заключается в возможности использования рядов Тейлора законов миграции дальности и фаз опорных функций вместо массивов, так как законы движения носителей при сделанных предположениях хорошо представимы малым числом векторных членов ряда Тейлора.

Моделирование подтверждает возможность восстановления первичных данных навигации и аппроксимации законов движения носителей до синтеза РЛИ по полному кадру на этапе априорной фокусировки РЛИ при известном качественном типе движения и использовании топографической карты.

Предложенный алгоритм апостериорной дофокусировки получаемых РЛИ с использованием малых остаточных вторичных баллистических параметров, аналогичный обобщённому преобразованию Столта, обладает меньшей математической сложностью.

Разработанные алгоритмы априорной фокусировки и дофокусировки РЛИ после получения первичного изображения являются новыми и нуждаются в дальнейшем развитии и обобщении.

Литература

1. Алексеев С.Б., Лиханский С.Г., Тарасенко А.М. Влияние конфигурации радиолокационной бистатической системы на ее разрешающую способность // Ural Radio Engineering Journal, Том 2, Номер 4, 2018 г. стр. 7-19.

2. A.Valentino, D. D’Aria, R. Piantanida, E. De Witte Data Focusing Solutions For Future Spaceborne Bi-static SAR Missions: the SAOCOM-CS// EUSAR 2018 case// ISBN 978-3-8007-4636-1 / ISSN 2197-4403 pp.810-815.

3. Massonnet D, Moreira A, Bamler R, Souyris JC, Voice: volumetric interferometry cart-wheel experiment, proposal to European Space Agency for a mission to retrieve vegetation structure parameters and above ground forest biomass using a passive polarimetric SAR interferometry cart- wheel configuration, 2002.

4. Krieger, G. (2006, May). Advanced bistatic and multistatic SAR concepts and applications. In European Conference on Synthetic Aperture Radar (EUSAR) (pp. 1-101). VDE.

5. Gebert, N., Dominguez, B. C., Davidson, M. W., Martin, M. D., & Silvestrin, P. (2014, June). SAOCOM-CS-A passive companion to SA- OCOM for single-pass L-band SAR interferometry. In EUSAR 2014; 10th European Conference on Synthetic Aperture Radar; Proceedings of (pp. 1-4). VDE.

6. A. Meta, C. Trampuz, A. Coccia, S. Placidi, I. Hendriks, M. Davidson, D. Schuettemeyer Bistatic Airborne SAR Acquisitions at L-Band by MetaSensing: First Results// EUSAR 2018 case//ISBN 978-3-8007-4636-1 / ISSN 2197-4403 pp.1368-1372.
7. J. Elgy, D. Andre, I.L. Morrow, M. Finnis Remote Determination of Building Material Characteristics Using Asymmetric Bistatic Radar Geometries// EUSAR 2018 case// ISBN 978-3-8007-4636-1 / ISSN 2197-4403 pp.843-846.
8. Алексеев С.Б., Лиханский С.Г. Лепёхина Т.А., Николаев В.И. Алгоритм синтеза радиолокационного изображения наземной обстановки в РСА при самолетном бистатическом обзоре // Материалы VIII Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем МЭС-2018» г. Москва, Зеленоград 01-05 октября 2018 г.стр. 127-134
9. Алексеев С.Б., Лиханский С.Г. Исследование влияния взаимного движения носителей на качество радиолокационного изображения в бистатической системе РСА // Материалы 28-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» КрыМиКо 2018, г. Севастополь, 09-15 сентября 2018 г. стр.1591-1597.
10. Mittermayer J., Moreira A., Loffeld O. High Precision Processing of Spotlight SAR Data Using the Extended Chirp Scaling Algorithm. EUSAR’98, pp. 561-564, Friedrichshafen, Germany, May 1998.
11. Ian G. Cumming, Frank H. Wong. Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data. Algorithms and Implementation. ArtechHouse, Boston & London, 1992.