

**Диаграмма направленности неэквилистантной трехмерной антенной решетки со случайным пространственным расположением приемо-передающих элементов**

Булкин В.В.<sup>1</sup>, Терсин В.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Муромский институт Владимирского государственного университета

<sup>2</sup>АО «Муромский завод радиоизмерительных приборов»

*Исследовалась трехмерная антенная решетка, поверхность которой имеет сферическую форму. Каналы размещались случайным образом в узлах сетки с шагом по вертикали и горизонтали, равным 0,45 длин волн. Для равномерного заполнения сферы вводилось минимально допустимое расстояние между каналами, зависящее от числа каналов и размера сферы. От числа каналов зависит уровень максимального бокового лепестка. Для вычисления разности хода в заданном направлении производилось вращение системы координат так, чтобы одна из осей координат совпала с выбранным направлением. Для нахождения диаграммы направленности вычислялось скалярное произведение вектора амплитудно-фазового распределения, соответствующего направлению излучения сигнала, на комплексно-сопряженный вектор амплитудно-фазового распределения, соответствующего всем возможным направлениям прихода сигнала от внешнего источника.*

*Ключевые слова: антенная решетка, радиолокационные станции, амплитудно-фазовое распределение, диаграмма направленности, адаптивные компенсаторы активных помех*

**Radiation pattern of a non-equidistant three-dimensional antenna array with a random spatial arrangement of transmitting and receiving elements**

Bulkin V.V.<sup>1</sup>, Tersin V.V.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Murom Institute, Vladimir State University

<sup>2</sup>JSC "Murom Plant of Radio Measuring Instruments"

*A three-dimensional antenna array with a spherical surface was investigated. The channels were randomly placed at grid points with a vertical and horizontal step equal to 0.45 wavelengths. For uniform filling of the sphere, the minimum allowable distance between the channels was introduced, depending on the number of channels and the size of the sphere. The level of the maximum sidelobe depends on the number of channels. To calculate the travel difference in a given direction, the coordinate system was rotated so that one of the coordinate axes coincided with the selected direction. To find the radiation pattern, the scalar product of the amplitude-phase distribution vector corresponding to the direction of signal emission was calculated by the complex-conjugate vector of the amplitude-phase distribution corresponding to all possible directions of signal arrival from an external source.*

*Keywords: antenna array, radar stations, amplitude-phase distribution, radiation pattern, adaptive compensators of active interference*

**Введение**

В настоящее время двумерные (плоские) эквидистантные антенные решетки находят широкое применение в самолетных и корабельных радиолокационных станциях, а также в радиолокационных станциях предупреждения о ракетном нападении. Такие решетки позволяют выполнять электронное сканирование в двух плоскостях: по азимуту и углу места, формировать нули диаграммы направленности на постановщиков активных помех, подавляя, тем самым, помехи, получать малый уровень боковых лепестков диаграммы направленности с помощью весовой обработки

приемных каналов окном Хемминга, а также обеспечивать высокий коэффициент направленного действия и малый угловой размер элемента разрешения.

К сожалению, все эти замечательные возможности ограничены по направлению сканирования некоторыми секторами и не могут быть реализованы на все 360 градусов по азимуту. В обзорной радиолокационной станции такую решетку приходится вращать по азимуту, что весьма затруднительно из-за необходимости передачи информации от большого числа каналов через вращающееся сочленение и большой массы решетки для дециметрового и метрового диапазонов. Поэтому плоская решетка сразу превращается в линейную (одномерную) вертикальную решетку, в которой для дальнейшего снижения количества каналов передачи информации формируют диаграммы направленности 3-х или 4-х каналов приема по углу места непосредственно на сверхвысокой частоте с помощью фазовращателей с цифровым управлением.

Радикальным решением проблемы передачи информации от антенной решетки к устройству обработки является использование трехмерной (объемной) неэквидистантной антенной решетки, выполняющей электронное сканирование всего пространства вращением системы координат по азимуту и углу места. Такая решетка называется «Вороньим гнездом» [1,2]. Название антенны было получено из обозначения «Воронье гнездо» для платформы в верхней части мачты парусного корабля, которая используется в качестве смотровой площадки для наблюдения во всех направлениях. Неэквидистантность трехмерной антенной решетки обеспечивается случайным размещением приемо-передающих каналов в пределах объема заданной формы.

Примером неэквидистантной трёхмерной антенной решётки является антенна, разработанная Институтом Фраунгофера высоких частот физики и техники радиолокации (FHR), приведённая на рисунке 1. Эта антенна реализована в сантиметровом диапазоне длин волн и имеет диаметр сферы 1,83 м, содержащей около 2000 одиночных излучающих элементов.

### **1. Амплитудно-фазовое распределение сигнала и диаграмма направленности трехмерной антенной решётки**

Амплитудно-фазовое распределение сигнала по элементам антенной решётки определяется разностью хода, то есть расстоянием между элементами решётки в направлении прихода сигнала. Расстояние является безразмерной величиной и задаётся в длинах волн.

Для вычисления разности хода в заданном направлении необходимо вращать систему координат так, чтобы одна из осей координат совпадала с выбранным направлением. Разность хода каждого элемента вычисляется относительно центра решётки и представляет собой его координату по этой оси.

Для расчёта разности хода изобразим графически направление прихода сигнала и один элемент решётки. Результаты представлены на рисунке 2.

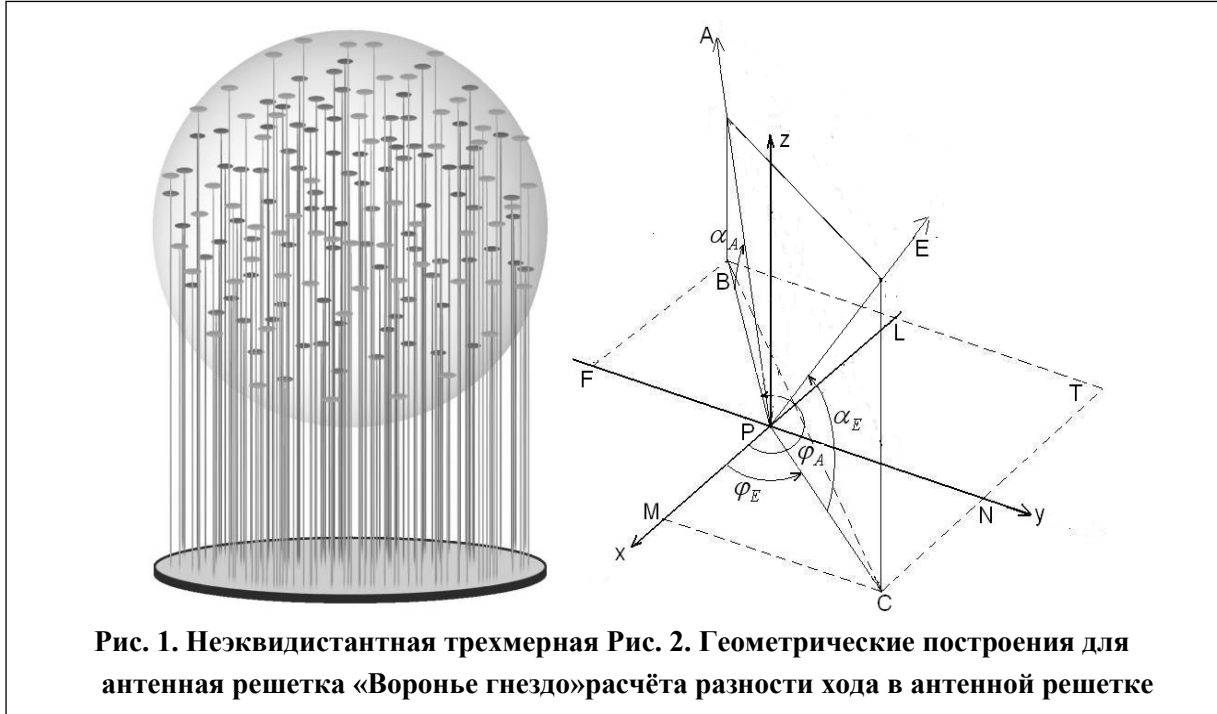
На этом рисунке  $A$  – направление прихода фронта волны,  $E$  – точка расположения приёмника сигнала. Чтобы узнать разность хода с направления  $A$  будем вращать систему координат так, чтобы прямая  $\overline{AP}$  стала вертикальной осью новой системы координат.

С этой целью декартовы координаты точки  $E$ , которые вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}x_E &= R_T \cos \alpha_E \cos \varphi_E, \\y_E &= R_T \cos \alpha_E \sin \varphi_E, \\z_E &= R_T \sin \alpha_E,\end{aligned}\tag{1}$$

умножим сначала на матрицу поворота системы координат относительно оси  $Z$  на угол  $\varphi_A$  [3]. В результате получаем:

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi_A & \sin \varphi_A & 0 \\ -\sin \varphi_A & \cos \varphi_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_E \cos \varphi_A + y_E \sin \varphi_A \\ -x_E \sin \varphi_A + y_E \cos \varphi_A \\ z_E \end{pmatrix}.$$



**Рис. 1. Неэквидистантная трехмерная антенная решетка «Воронье гнездо»** **Рис. 2. Геометрические построения для расчёта разности хода в антенной решетке**

Умножая получившийся вектор на матрицу поворота системы координат относительно оси  $y$  на угол  $\alpha_A$ , находим вектор координат точки  $E$ :

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha_A & 0 & \sin \alpha_A \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_A & 0 & \cos \alpha_A \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_E \cos \varphi_A + y_E \sin \varphi_A \\ -x_E \sin \varphi_A + y_E \cos \varphi_A \\ z_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_A (x_E \cos \varphi_A + y_E \sin \varphi_A) + z_E \sin \alpha_A \\ -x_E \sin \varphi_A + y_E \cos \varphi_A \\ -\sin \alpha_A (x_E \cos \varphi_A + y_E \sin \varphi_A) + z_E \cos \alpha_A \end{pmatrix}.$$

Первая координата в полученном векторе это  $x$ , вторая —  $y$ , третья —  $z$ . Следовательно, разность хода относительно начала координат в направлении  $A$  вычисляется следующим образом:

$$x = \cos \alpha_A (x_E \cos \varphi_A + y_E \sin \varphi_A) + z_E \sin \alpha_A. \quad (2)$$

Полученную разность хода преобразуем в фазу сигнала, с помощью которой вычислим комплексную амплитуду сигнала, приходящего с направления  $A$  в точке  $E$  после вращения системы координат. В результате получается вектор распределения фаз по элементам антенной решетки, который зависит от выбранного направления:

$$B = (e^{-j2\pi x_1}, \dots, e^{-j2\pi x_n}). \quad (3)$$

Здесь  $X = (x_1, \dots, x_n)$  – вектор, образованный из разностей хода для каждого элемента антенной решётки, где  $n$  – количество элементов решётки.

Для нахождения диаграммы направленности необходимо вычислить скалярное произведение вектора амплитудно-фазового распределения, соответствующего главному лепестку диаграммы направленности (направлению излучения сигнала)  $B_g$  на комплексно-сопряженный вектор амплитудно-фазового распределения, соответствующего каждому направлению прихода принимаемого сигнала от внешнего источника  $B_s$ .

$$d = B_g \times B_s^* \quad (4)$$

Если принимаемый сигнал является результатом отражения излученного сигнала, то есть умножаемые векторы различаются только комплексным сопряжением, получаем максимальное значение диаграммы направленности.

$$d_{\max} = B_s \times B_s^* \quad (5)$$

Для расчета диаграммы направленности будем использовать имитационное моделирование.

## 2. Влияние параметров трехмерной антенной решетки на диаграмму направленности

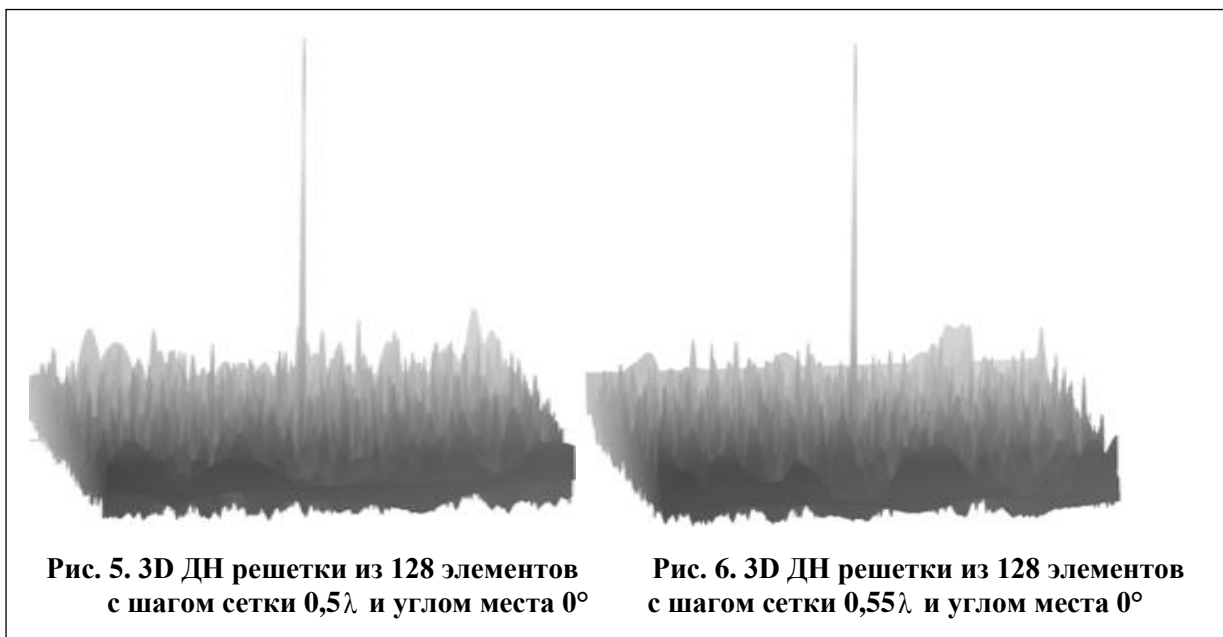
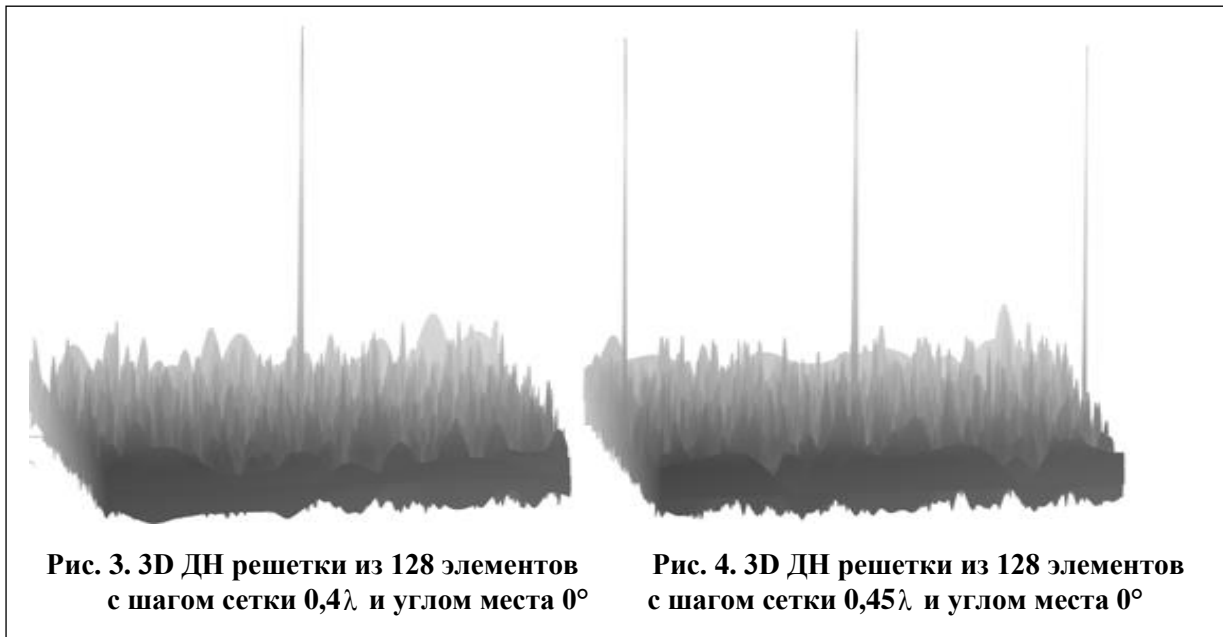
Ширина главного лепестка диаграммы направленности (ДН), исходящего из центра решетки зависит от её размера, то есть от диаметра сферы, в которой случайным образом размещаются приёмо-передающие элементы решётки. Поскольку сфера симметрична, то есть её размер по вертикали равен размеру по горизонтали, то после вращения системы координат ширина главного лепестка ДН в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, линия пересечения которых совпадает с направлением максимума ДН, будет одинаковой. Ширина главного лепестка ДН измеряется на уровне половинной мощности и равна 2 градусам при радиусе сферы  $12,5$  длин волн [4]. В исходной системе координат ширина главного лепестка ДН по азимуту зависит от угла места.

При вычислении ДН азимут изменяем от 0 до 359 градусов, а угол места от  $-90^\circ$  до  $+90^\circ$ . В результате при шаге дискретизации по углу равном 0,5 градусов диаграмма направленности будет представлять собой массив из 361 строки и 720 столбцов для каждого угла места и азимута соответственно. При оценке влияния шага сетки на диаграмму направленности предполагалось, что внутри сферы расположено случайным образом одно и то же количество элементов решётки равное 128. При размещении минимальное расстояние между элементами выбиралось максимально возможным, но таким, чтобы внутри сферы выбранного объема могло разместиться заданное количество элементов. Для 128 элементов решетки при радиусе сферы  $12,5\lambda$  таким расстоянием будет  $3,3\lambda$ . Шаг сетки будем изменять от 0,4 до 0,55 через 0,05 длин волн.

Нормированные ДН, полученные в результате экспериментов при указанных условиях, приведены на рисунках 3, 4, 5 и 6, где азимут цели выбран равным  $180^\circ$ , а угол места –  $0^\circ$ . На переднем плане каждого из рисунков расположена строка, соответствующая углу места  $+90^\circ$ , на заднем –  $-90^\circ$ .

Из анализа перечисленных рисунков следует, что изменение шага сетки не влияет на ширину диаграммы направленности, которая оказалась равной  $2^\circ$  при выбранном размере апертуры решётки в  $12,5$  длин волн. Исключением является шаг сетки равный 0,5 длин волн, который используется в качестве максимально возможного в линейных и плоских решётках. При таком шаге сетки, как показано на рисунке 5, диаграмма направленности имеет два одинаковых главных лепестка, один – в выбранном направлении, другой – в противоположном по азимуту, причем последний разрезан на

две части для  $0^\circ$  и  $359^\circ$ . Заметим, что ширина боковых лепестков по азимуту возрастает с увеличением величины угла места по модулю, однако, высота боковых лепестков остается в среднем такой же, как и при малых углах места.



Поскольку случайность размещения элементов решетки должна влиять на величину максимального бокового лепестка ДН, представляет большой интерес вычисление его среднего значения и величины среднеквадратического отклонения (СКО)  $\sigma$ . Знание величины СКО позволит оценить возможность уменьшения на  $3\sigma$  уровня максимального бокового лепестка с помощью перебора всех возможных расположений приёмопередатчиков и нахождения наилучшего.

Величина среднего значения максимального бокового лепестка (МБЛ) нормированной диаграммы направленности и его среднеквадратическое отклонение для различного шага сетки, кроме  $0,5\lambda$ , приведены в таблице 1.

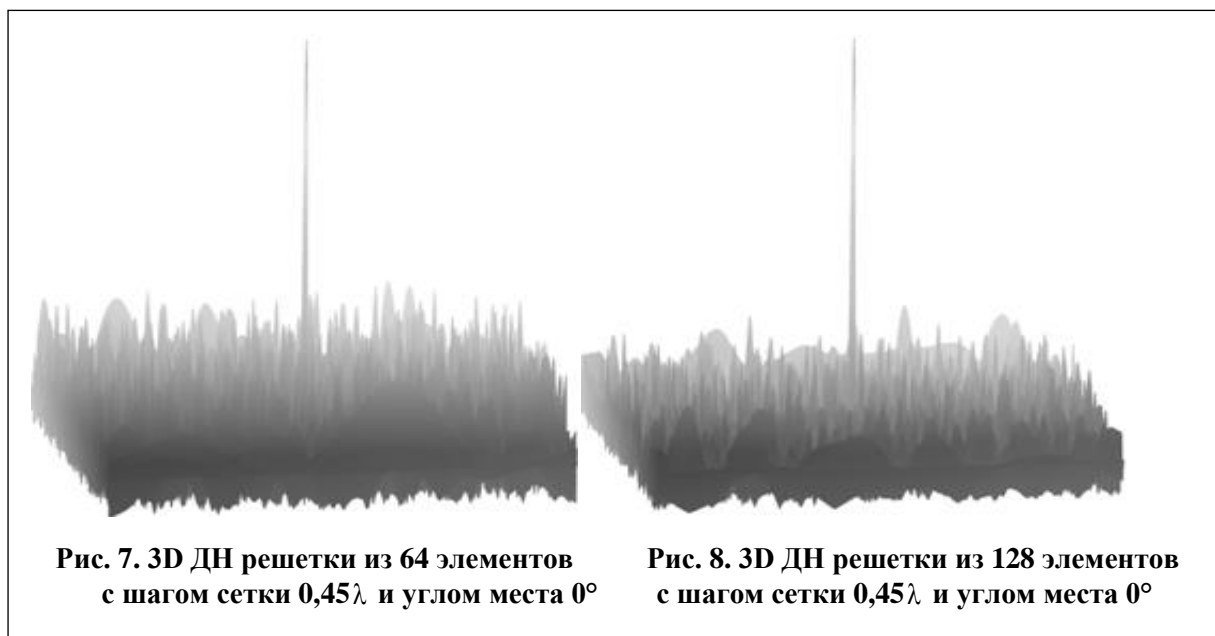
Для проведения дальнейших исследований выберем шаг сетки равным  $0,45\lambda$ .

**Таблица 1**

Шаг сетки	0,4	0,45	0,55
Результаты			
Средний МБЛ ДН	0,295	0,295	0,295
СКО МБЛ ДН	0,018	0,019	0,015

Не изменяя ширину ДН по азимуту и углу места на уровне половинной мощности и шаг сетки, ограничимся изменением количества приёмопередатчиков от 64 до 1024, увеличивая каждый раз это количество в два раза.

Диаграммы направленности, которые получены в результате экспериментов при различном количестве приёмопередатчиков, расположенных случайным образом с заданными параметрами размещения, приведены на рисунках 7, 8, 9, 10 и 11.

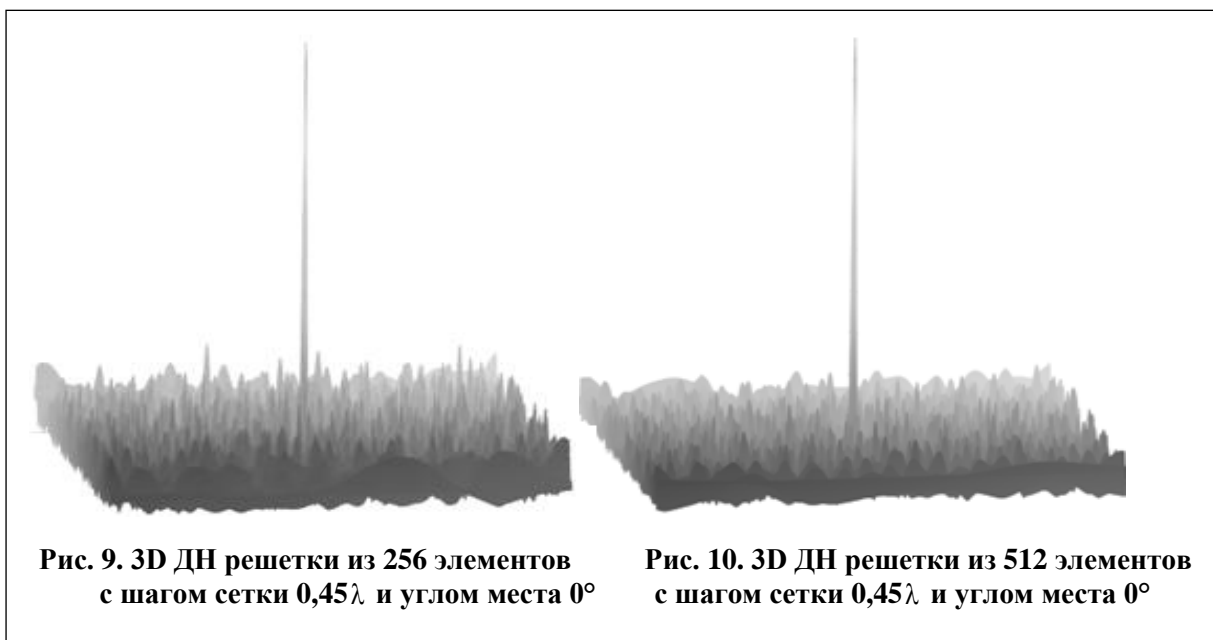


Величина среднего значения максимального бокового лепестка нормированной диаграммы направленности и его среднеквадратическое отклонение для различного количества приемо-передатчиков приведены в таблице 2.

Из таблицы следует, что при каждом двукратном увеличении количества приёмопередатчиков, размещённых случайным образом внутри сферы постоянного радиуса, равного  $12,5\lambda$ , который обеспечивает ширину диаграммы направленности равной  $2^\circ$ , уровень боковых лепестков диаграммы направленности уменьшается в 1,4 раза. Величина среднеквадратического отклонения максимального бокового лепестка диаграммы направленности при каждом увеличении количества элементов решётки в 2 раза изменяется по-разному, в отличие от его среднего значения, для которого все изменения одинаковы. Так при увеличении количества элементов с 64 до 128 величина СКО максимального бокового лепестка уменьшается в 1,2 раза, со 128 до 256 и с 256 до 512 – в 1,45 раза, а с 512 до 1024 величина СКО уменьшается в 1,5 раза.

Отсюда следует, что, начиная с 256 элементов решётки, величина СКО уменьшается примерно в 1,5 раза и, следовательно, средний уровень максимального бокового лепестка для 2048 приёмопередатчиков будет равен 0,076, а величина СКО – 0,004.

Сравнивая ДН решеток с одинаковыми параметрами, которые приведены на рисунках 4 и 8, отметим, что имеющееся различие в форме и величине боковых лепестков ДН обусловлено различием в размещении приёмопередатчиков внутри сферы.



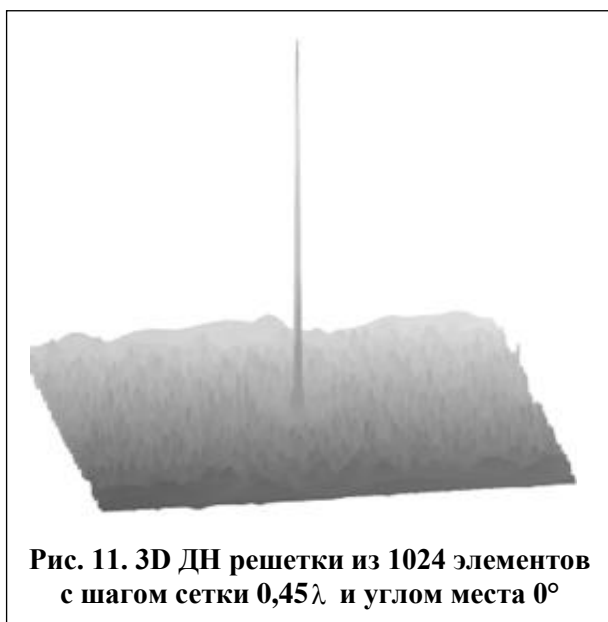
**Таблица 2**

Количество элементов Результаты	64	128	256	512	1024
Средний МБЛДН	0,413	0,295	0,21	0,149	0,106
СКО МБЛДН	0,023	0,019	0,013	0,009	0,006

Рассмотрим теперь влияние на диаграмму направленности изменения угла места. Поскольку сфера симметрична, а ширина диаграммы направленности в двух плоскостях, направление линии пересечения которых совпадает с направлением на максимум ДН, одинакова, то при любом угловом положении луча в исходной системе координат, зависящем от азимута и угла места, ширина ДН в обеих плоскостях в локальной системе координат, одна ось которой совпадает с направлением прихода сигнала и соответственно с максимумом диаграммы направленности, не будет изменяться, так как апертура сферической антенны в этих плоскостях одинакова.

В исходной системе координат при изменении угла места конец вектора одной и той же длины будет находиться на окружности меньшим радиусом, чем при угле места

равным 0. Так при угле места 60 градусов радиус этой окружности будет равен половине от максимального. В пределе при угле места равным 90 градусов, радиус окружности равен 0 и азимут не определён, так как проекция вектора на горизонтальную плоскость представляет собой точку. При уменьшении радиуса окружности в два раза угол, под которым видна часть периметра окружности одинаковой длины, увеличится в два раза. Отсюда следует, что ширина диаграммы направленности по азимуту при угле места равным 60 градусам, должна быть в два раза шире диаграммы направленности при угле места равном нулю. Рассмотренные соображения продемонстрированы на рисунке 12.

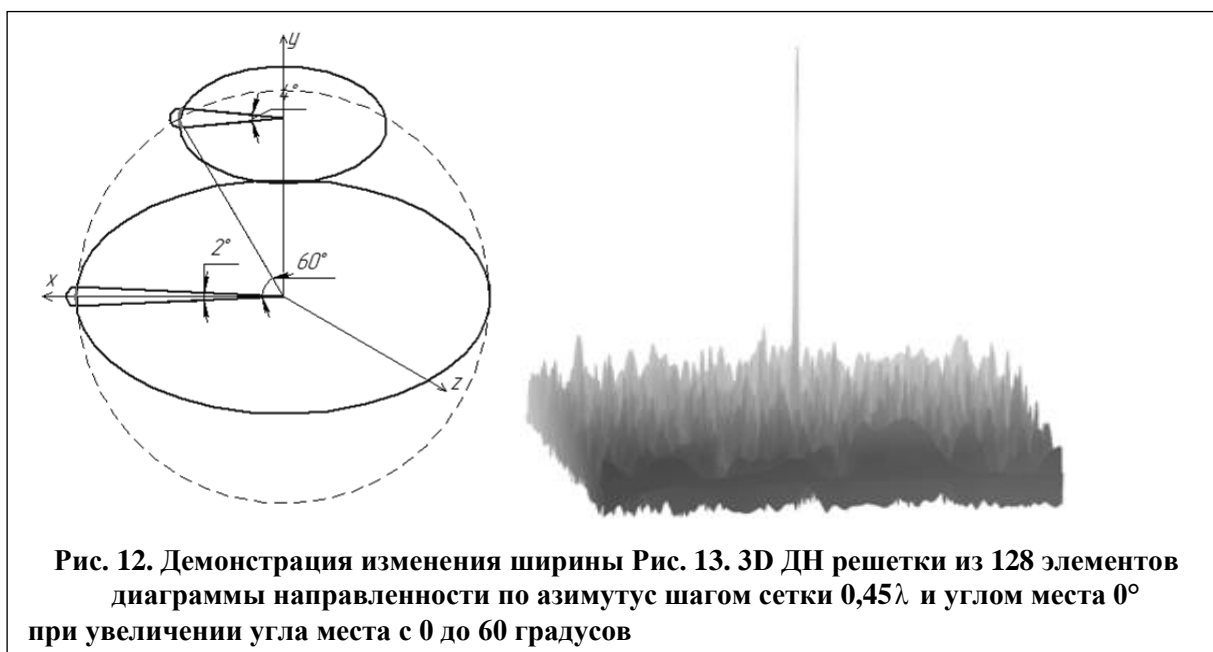


**Рис. 11. 3D ДН решетки из 1024 элементов с шагом сетки  $0,45\lambda$  и углом места  $0^\circ$**

Поскольку радиус окружности, описываемый при изменении угла места концом вектора фиксированной длины, остаётся постоянным, то ширина диаграммы направленности по углу места не изменяется.

Исследование зависимости диаграммы направленности от изменений угла места будем выполнять при ширине ДН по азимуту и углу места на уровне половинной мощности равной 2 градусам. Шаг сетки будет принимать прежние значение, равное  $0,45$  длин волн, а количество приёмо-передающих элементов останется равным 128. Азимут зафиксируем на величине, равной  $180$  градусам. Угол места будет принимать разные значения  $0, 60, 85, 89$  градусов.

Результаты расчета ДН приведены на рисунках 13, 14, 15, 16.



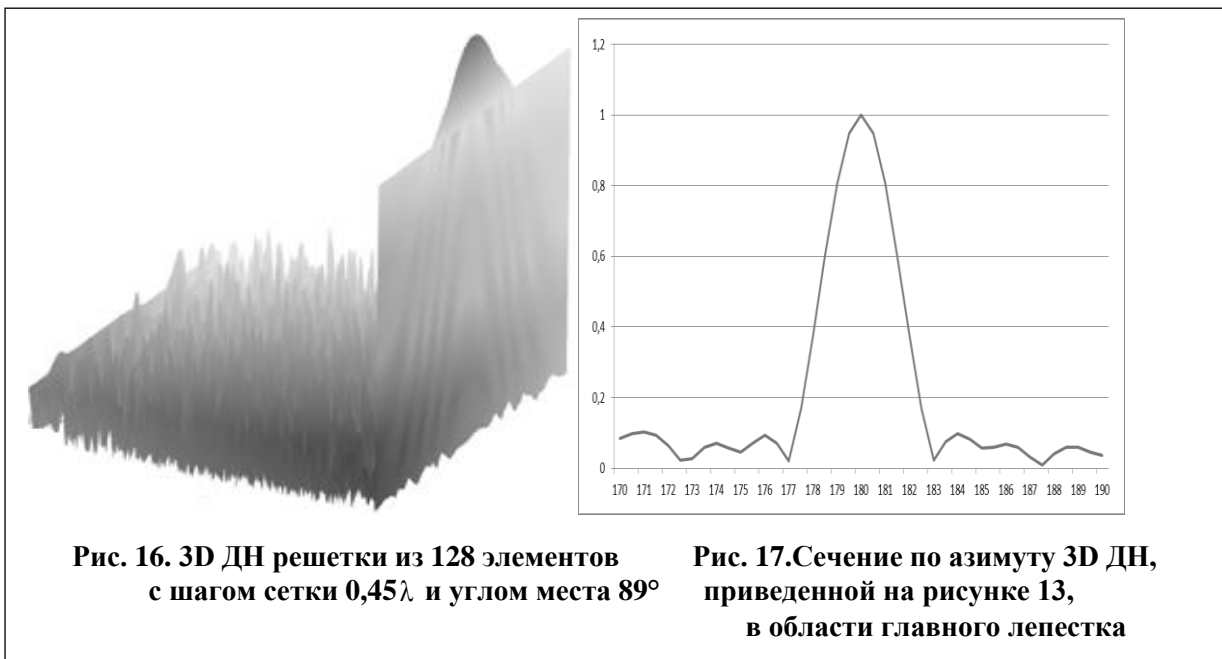
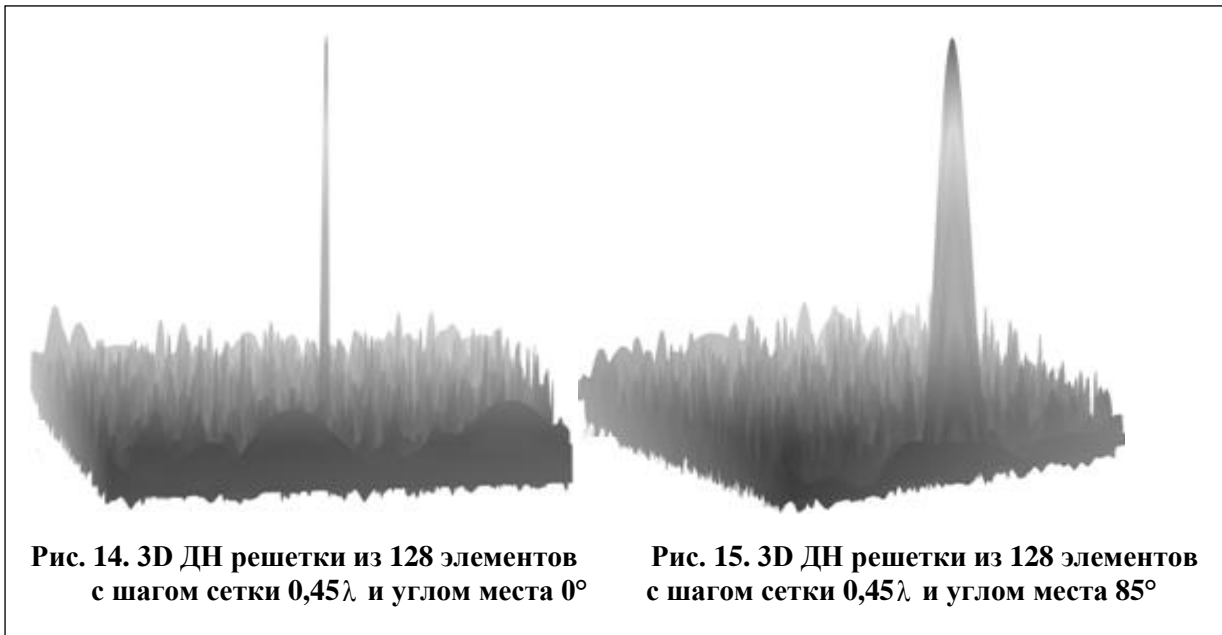
**Рис. 12. Демонстрация изменения ширины диаграммы направленности по азимуту при увеличении угла места с  $0$  до  $60$  градусов**  
**Рис. 13. 3D ДН решетки из 128 элементов шагом сетки  $0,45\lambda$  и углом места  $0^\circ$**

Из анализа сечений диаграмм направленностей, приведённых на рисунках 17 и 18, которые соответствуют 3D диаграммам, изображённым на рисунках 13 и 14



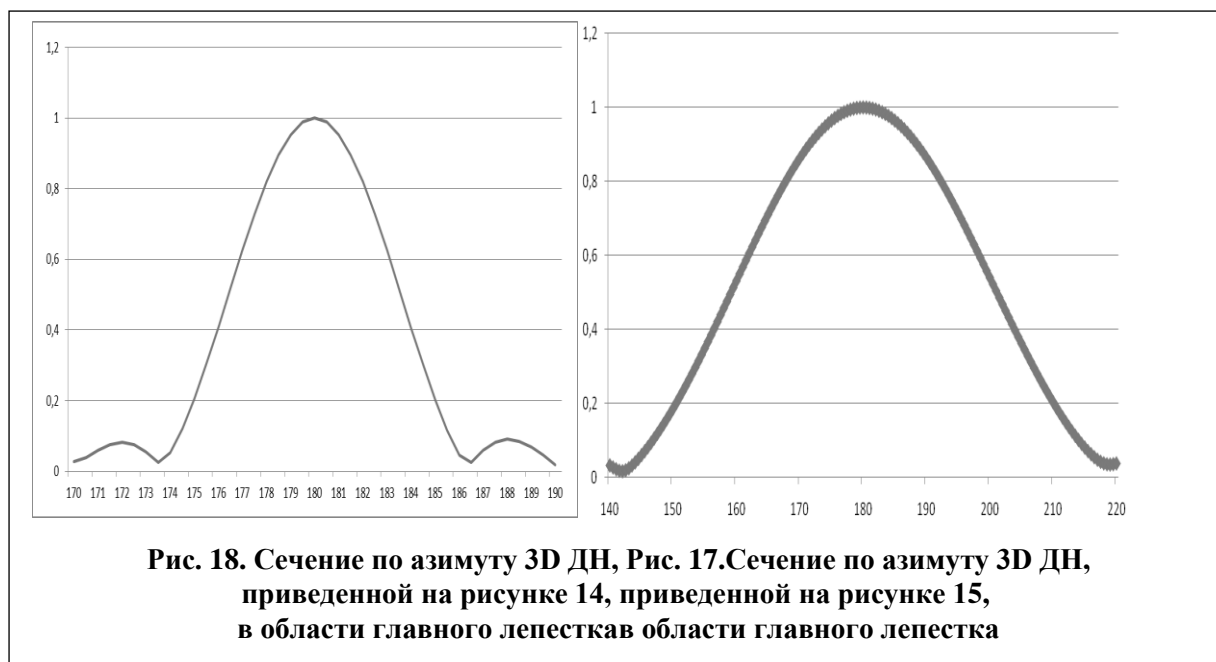
соответственно, следует, что при увеличении угла места от 0 до 60 градусов, когда длина проекции вектора направления максимума диаграммы направленности на горизонтальную плоскость уменьшается в 2 раза, ширина ДН по азимуту увеличивается с 2,5 до 5,5 градусов, что практически подтверждает ситуацию, продемонстрированную на рисунке 12.

Ширина диаграммы вычисляется на уровне 0,707 по напряжению, что соответствует уровню 0,5 по мощности. Небольшое расширение экспериментальной диаграммы по сравнению с теоретической обусловлено тем, что реальный размер неэквидистантной решетки несколько меньше  $12,5\lambda$  из-за случайного расположения элементов решетки и недостаточной плотности заполнения сферы. С увеличением количества элементов расхождение между теоретической и экспериментальной шириной диаграммы направленности будет уменьшаться.



Что касается дальнейшего изменения угла места, приводящее к следующему ожидаемому двукратному увеличению проекции вектора направления максимума диаграммы направленности на горизонтальную плоскость, то оно соответствует углу места равного 85 градусам. ДН, отвечающая этому углу места показана на рисунке 15, а ее сечение по азимуту в области главного лепестка на рисунке 19. Из последнего рисунка следует, что ширина диаграммы направленности с указанными параметрами при угле места 85 градусов равна 33 градусам, т.е. при изменении угла места с 60 до 85 градусов ширина диаграммы направленности увеличивается с 5,5 до 33 градусов, что в 3 раза больше, чем ожидалось.

Отсюда следует, что соображения о расширении диаграммы направленности при изменении угла места, продемонстрированные на рисунке 12 справедливы только для углов места меньше 60 градусов. При больших углах дуга большой окружности из рисунка 12 становится хордой для дуги малой окружности. Насколько длина дуги будет больше длины хорды, настолько расширение ДН по азимуту будет больше ожидаемого. При угле места, равном  $89^\circ$ , на поверхности сферы образуются две пересекающиеся окружности одинакового радиуса, которые видны из центра сферы под одинаковым углом в  $2^\circ$ . Центр окружности, образованной главным лепестком ДН относительно центра решетки, расположен на азимутальной окружности и наоборот. Точками пересечения этих окружностей от азимутальной окружности отсекается дуга, которой соответствует ширина главного лепестка ДН по азимуту, равная  $120^\circ$ . Начиная с угла места  $89,5^\circ$ , азимутальная окружность полностью находится внутри окружности, образованной главным лепестком ДН, ширина которого по азимуту в исходной системе координат становится равной  $360^\circ$ .



Величины среднего значения максимального бокового лепестка нормированной ДН и его среднеквадратического отклонения для различных значений угла места приведены в таблице 3.

При увеличении угла места более  $60^\circ$  главный лепесток ДН начинает резко расширяться по азимуту, однако, средний уровень максимального бокового лепестка и его СКО, как показано в таблице 3, не изменяются вплоть до угла  $89^\circ$ . Как показано на рисунке 16, ДН при таком угле места имеет регулярный боковой лепесток, шириной

360° по азимуту, уровень которого, существенно превышает уровень остальных случайных боковых лепестков. При увеличении угла места до 90° этот боковой лепесток растёт и превращается в главный.

**Таблица 3**

Угол места \ Результаты	0	60	85	89
Средний МБЛДН	0,295	0,297	0,296	0,582
СКО МБЛДН	0,018	0,017	0,017	0,097

### **Заключение**

Наличие достаточно больших боковых лепестков у диаграммы направленности трехмерной неэквидистантной антенной решетки требует обязательного использования адаптивных компенсаторов активных помех [5,6]. Отсутствие перемещения элементов трехмерной решетки облегчает формирование нулей диаграммы направленности в направлении постановщиков помех.

К сожалению, доведение уровня боковых лепестков ДН трехмерной решетки до приемлемых значений требует достаточно большого количества приемо-передающих элементов решетки и долгого поиска наилучшего их размещения. Этот недостаток в известной мере компенсируется возможностью кругового электронного сканирования пространства, которое может быть как последовательным (однолучевым) просмотром по углу места и азимуту, так и параллельным(многолучевым)по азимуту при зафиксированных углах места.

### **Литература**

1. J. Ender and H. Wilden, "The Crow's Nest Antenna - a Spatial Array in Theory and Experiment", Int. Conf. on Ant. and Prop. York, pp. 25-27, 1981.
2. H. Wilden and J. Ender, "The Crow's Nest Antenna - Special Aspects and Results", 17.European Microwave Conf., pp. 509-514, 1987.
3. Шнейдер В. Е. и др. Краткий курс высшей математики. Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1972. 640 с.
4. Справочник по радиолокации. Том 2. Радиолокационные антенные устройства / Ред. М. Скольник. Перевод с английского под общей редакцией К. Н. Трофимова. – М.: Сов. Радио, 1977. – 408 с.
5. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. - М.: Радио и связь, 1981, - 416 с.
6. Терсин В.В. Анализ процесса адаптации цифровой многоканальной системы подавления активных помех / Вопросы радиоэлектроники, сер. РЛТ, 2011, вып.1. С. 130 – 138.