

## **Статистическое моделирование характеристик относительной передачи информации на основе хаотических радиоимпульсов**

К.М. Сьерра-Теран<sup>1</sup>, А.И. Рыжов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Московский физико-технический институт (государственный университет)  
Российская Федерация, 141700, Долгопрудный Московской обл., Институтский пер., 9.  
E-mail: [serra@phystech.edu](mailto:serra@phystech.edu)*

<sup>2</sup> *Институт радиотехники и электроники им В.А. Котельникова РАН  
125009, г. Москва, ул. Моховая 11/7.  
E-mail: [chaos@cplire.ru](mailto:chaos@cplire.ru)*

*В работе исследуются статистические характеристики относительной передачи информации на основе хаотических радиоимпульсов. Приведены аналитические оценки вероятности ошибки на бит в зависимости от отношения энергии на бит к спектральной плотности шума. Установлены минимальные значения отношения средней энергии хаотического радиоимпульса к спектральной плотности гауссовского полосового шума, обеспечивающие заданные вероятности ошибок. Хаотические импульсы при компьютерном эксперименте смоделированы случайными сигналами с гауссовским (нормальным), равномерным, и телеграфным распределениями.*

### **Statistic characteristics model of Direct Chaotic Differentially Coherent scheme**

C.M. Sierra-Teran<sup>1</sup>, A.I. Ryzhov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Moscow Institute of Physics and Technology (State University).*

<sup>2</sup> *Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS.*

*This paper researches the statistical characteristics of Direct Chaotic Differentially Coherent scheme. Analytical estimates of bit error probability in terms of energy per bit to noise power spectral density ratio are given. Minimum energy per bit to noise power spectral density ratio values are established that provide the given error probabilities. In the computer-based experiment, chaotic pulses are modelled by random signals with Gaussian (normal), uniform, and telegraph distributions.*

*Keywords: DCDC, Bit Error Rate, chaotic pulses*

### **Введение**

Прямохаотическая относительная передача информации (DC<sup>2</sup> Direct Chaotic Differentially Coherent) относится к классу прямохаотических систем связи и использует в качестве носителя информации хаотические радиоимпульсы. В отличие от прямохаотических средств связи с энергетическим приёмом, для приёма в ней используется корреляция сдвинутых относительно друг друга и одновременно передаваемых хаотических радиоимпульсов.

В работах [1-3] впервые предложена данная схема передачи информации, а также возможность ее применения при средних и больших базах сигнала. Относительная передача информация на основе хаотических радиоимпульсов отличается от аналогов тем [4-5], что в ней задержки имеют существенно меньшую длительность. В работе [2] были проведены аналитические исследования влияния наличия белых шумов в канале на вероятность возникновения ошибок при передаче цифровых данных.

В данной работе анализируется влияние наличия полосового гауссовского шума на работу системы относительной передачи информации на основе математического

моделирования. Исследования производятся путем численных экспериментов, где хаотический сигнал формировался псевдослучайными отчетами с нормальным, равномерным, и телеграфным распределениями. Определяются минимальные значения отношения средней энергии хаотического радиоимпульса к спектральной плотности гауссовского (нормального) полосового шума, обеспечивающие заданную вероятность ошибки на бит.

### **Относительная передача информации на основе хаотических радиоимпульсов**

Также, как и в прямохаотической системе связи с энергетическим приемом [6-8], носителем информации в  $DC^2$  системе связи являются хаотические радиоимпульсы. Хаотический сигнал может возникать в нелинейных системах при определённых условиях. Такой сигнал имеет свойства, отличающие его от других классических сигналов. Хаотический сигнал — это сверхширокополосный сигнал, имеющий шумоподобную реализацию и быстро спадающую функцию автокорреляции, при этом по сравнению с классическими сигналами длина хаотического радиоимпульса не влияет на его полосу частот и функцию автокорреляции. Эти ключевые свойства используются в рассматриваемой схеме относительной передаче информации. Полоса частот хаотического радиоимпульса определяется полосой частот исходного хаотического сигнала, и в широких пределах изменения длины импульса не зависит от длительности импульса. Это существенно отличает хаотический радиоимпульс от классического радиоимпульса, заполненного фрагментом периодической несущей, полоса частот которого  $\Delta F$  определяется его длиной  $\Delta T$

$$\Delta F \sim \frac{1}{\Delta T} \quad (1)$$

Базой сигнала называется величина [9-10]

$$B = 2\Delta F\Delta T. \quad (2)$$

В зависимости от значения базы  $B$  различаются элементарные сигналы с базой  $B \sim 1$  и сложные сигналы, как хаотические, для которых справедливо соотношение  $B \gg 1$ .

В этой работе чаще используется параметр близкий к понятию базы сигнала — коэффициент процессинга ( $K$ ) или просто процессинг:

$$K = \frac{1}{2}B. \quad (3)$$

Если длительность хаотического радиоимпульса  $\Delta T \gg 1/(2\Delta F)$ , то спектр мощности потока хаотических радиоимпульсов практически не будет отличаться от спектра мощности исходного хаотического сигнала. Поскольку величина  $\Delta T\Delta F$  представляет собой коэффициент процессинга сигнала, то увеличение длины хаотического радиоимпульса приводит к увеличению коэффициента процессинга  $K$  сигнала.

Для схемы  $DC^2$  важной характеристикой является время автокорреляции хаотического радиоимпульса, которая обратно пропорциональна полосе частот хаотического сигнала  $\Delta t \approx 1/\Delta F$ . Если хаотический радиоимпульс смести относительно себя на время большее чем время автокорреляции, то можно эти два радиоимпульса рассматривать как ортогональные. Эта особенность лежит в основе схемы  $DC^2$  для модуляции и передачи данных.

Для передачи данных в  $DC^2$  в канал передается хаотический радиоимпульс и его копия с задержкой между ними больше, чем время автокорреляции. При приеме производится корреляция (когерентный прием) между исходным радиоимпульсом и его задержанной копией. Для передачи логической единицы копия радиоимпульса передается без изменений, для передачи логического нуля, копия радиоимпульса

умножается на -1. Таким образом, после когерентного приема в приемнике возникают импульсы с положительным и с отрицательным значениями.

### Модель приемника

Для дальнейшего исследования схемы DC<sup>2</sup>, приведем ее математическое описание.

Пусть  $S_k(t)$  –  $k$ -й хаотический импульс в потоке, формируемом источником хаотических радиоимпульсов (их необходимо индексировать, поскольку, в силу хаотичности, они все разные);  $\alpha_k \in \{-1, 1\}$  – значение информационного модулирующего сигнала. При передаче  $k$ -го двоичного информационного символа сигнал на выходе передатчика будет выглядеть следующим образом:

$$Y_k(t) = (\alpha_k S_k(t) + S_k(t - \tau))/2, \quad (4)$$

В приемнике, при отсутствии шумов, импульс на выходе блока перемножения, соответствующий  $k$ -му информационному символу, поступает на интегратор, после которого приобретает вид

$$Z_k(t) = \left[ \int_{\tau}^{T_n + \tau} \alpha_k S_k(t - \tau) S_k(t - \tau) dt \right] / 4 + \theta_k(t), \quad (5)$$

где

$$\theta_k(t) = \left[ \int_{\tau}^{T_n + \tau} \alpha_k S_k(t) S_k(t - \tau) dt + \int_{\tau}^{T_n + \tau} \alpha_k S_k(t) S_k(t - 2\tau) dt + \int_{\tau}^{T_n + \tau} \alpha_k S_k(t - \tau) S_k(t - 2\tau) dt \right] / 4. \quad (6)$$

Составляющая  $\theta_k(t)$  сигнала (6) представляет собой шум, создаваемый самой схемой. Поскольку время задержки  $\tau$  превышает время автокорреляции, все компоненты  $\theta_k(t)$  будут существенно меньшими по сравнению с первым членом в выражении (5), являющимся полезным сигналом. Таким образом, знак  $\alpha_k$  («+» или «-») определяет и знак  $Z_k(t)$ . Сигнал с выхода интегратора поступает на блок принятия решения, где осуществляется его сравнение с нулевым порогом. По знаку определяется значение выходного двоичного информационного символа.

В приемнике, при присутствии полосового шума с нормальным распределением, импульс на выходе блока перемножения, соответствующего  $k$ -му информационному символу, поступает на интегратор, после которого приобретает вид

$$Z(t) = \int_{\tau}^{T_n + \tau} Y_k(t) Y_k(t - \tau) dt \quad (7)$$

Таким образом, порог для принятия решения равен нулю, и пороговое устройство принимает решение, что поступил символ «0», если сигнал на выходе сумматора отрицательный, и решение, что поступил сигнал «1», если сигнал на выходе сумматора положительный.

Анализ помехоустойчивости DC<sup>2</sup> может быть проведен как с использованием непрерывной модели, рассмотренной выше, так и с использованием дискретизации сигнала по времени. В этом случае сигналы  $S_k(t)$  и  $Y_k(t)$  заменяются на сигналы  $S_k(i)$  и  $Y_k(i)$ , а шум  $\eta(t)$  на шумовые отсчеты  $\eta(i)$ , где  $i$  – номер отсчета  $S_k(i) = S_k(iT/B)$ ,  $Y_k(i) = Y_k(iT/B)$ ,  $\eta(i) = \eta(iT/B)$ .

Как и в непрерывном случае, если на выходе сумматора сигнал отрицательный, то принимается решение о том, что принят символ «0», если положительный, то – «1».

В качестве внешнего источника шумового сигнала был использован шумовой сигнал в виде отчетов случайных чисел с нормальным распределением.

## Характеристики прямохаотической относительной системы связи

Далее перейдём непосредственно к описанию компьютерного моделирования. Для наглядности полученные результаты будем сравнивать с результатами аналитических оценок, полученными в работах [1-3].

На основе представленной выше математической модели был проведен численный эксперимент, с помощью которого рассчитана помехоустойчивость относительной передачи информации на основе хаотических радиоимпульсов для следующих значений коэффициента процессинга  $K = 5, 10, 20, 30, 40, 50, 100, 200, 500, 1000$ .

Для численного анализа помехоустойчивости относительной передачи информации на основе хаотических радиоимпульсов была использована дискретная модель сигнала во времени. Непрерывный хаотический поток  $S_k(t)$  заменяется на отчеты  $S_k(i)$ . Отчеты соответствуют одному из заданных распределений (в экспериментах использовались нормальное, равномерное и телеграфное распределения), а шум  $\eta(t)$  – на шумовые отчеты  $\eta(i)$ , где  $\eta(i) = \eta\left(\frac{iT_n}{2K}\right)$

Хаотический сигнал моделировался случайным сигналом, число его отчетов составляет  $K*S+1$ , где  $K$  – коэффициент процессинга,  $S$  – скважность.

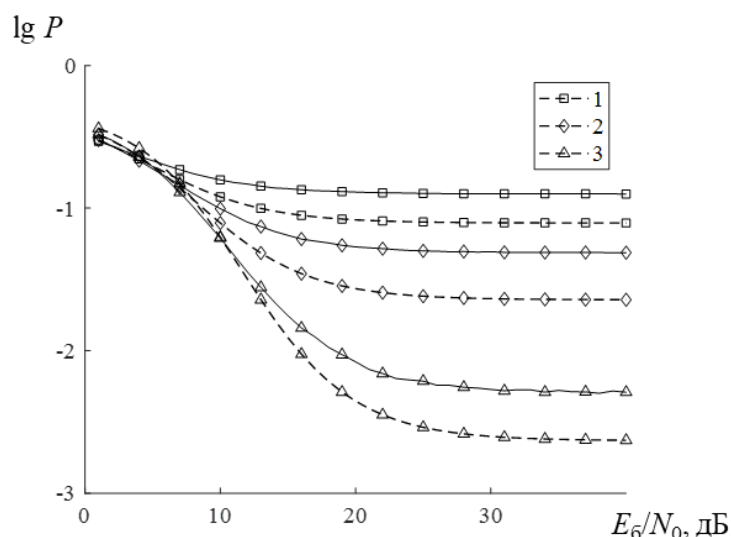
Для вычисления вероятности ошибки сравниваются исходный информационный сигнал и сигнал на выходе детектора при разных значениях отношения энергии на бит к спектральной плотности шума.

Сначала измеряется среднеквадратичная мощность информационного сигнала на выходе передатчика, на основе этого на входе приемника полезному сигналу прибавляется шумовой сигнал с такой мощностью, чтобы отношение сигнал/шум принял заданные значения

$$\text{SNR}_{\text{дВ}} + 10 \log_{10} K = E_b/N_{0\text{дВ}} \quad (8),$$

где  $K$  - коэффициент процессинга.

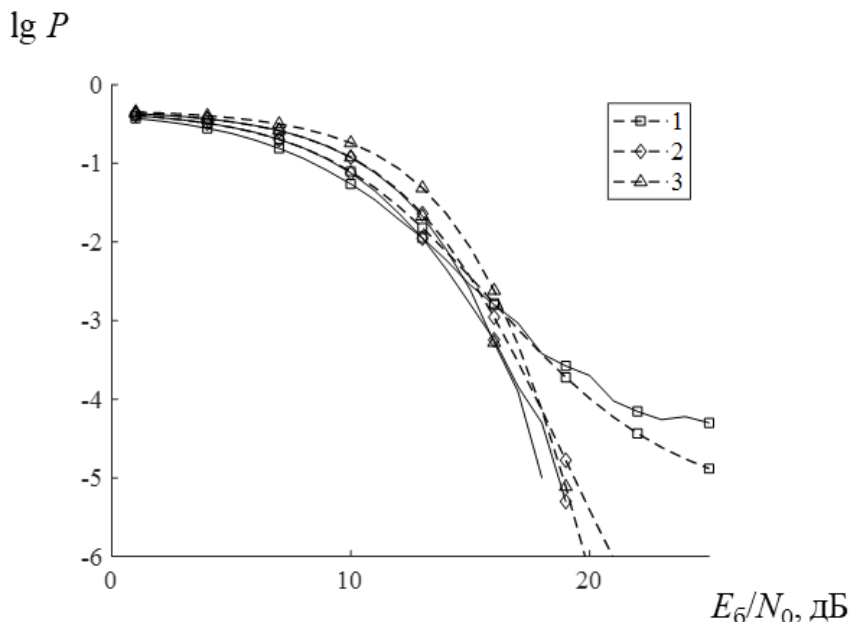
Результаты моделирования для небольших значений коэффициента процессинга и случая моделирования хаотического сигнала отсчётами с нормальным распределением представлены на рис. 1.



**Рис. 1.** Зависимости вероятности ошибки от отношения энергии бита к спектральной плотности шума при малых значениях коэффициента процессинга  $K$  (гауссовское распределение). Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям  $K = 5; 10; 20$  (сплошная линия соответствует экспериментальным результатам, а пунктирная – аналитической оценке).

Эксперименты показали, что при малых значениях  $K = 5, 10, 20$  невозможно достичь вероятности ошибки  $P < 10^{-3}$  при любых отношениях энергии хаотического радиоимпульса  $E_b$  к спектральной плотности гауссовского полосового шума  $N_0$ .

При увеличении  $K$  до 50 минимальное значение  $(E_b/N_0)_{дБ}$ , обеспечивающее вероятность ошибки  $P < 10^{-3}$  составляет 13.1 дБ.



**Рис. 2.** Зависимости вероятности ошибки от отношения энергии бита к спектральной плотности шума при малых значениях коэффициента процессинга  $K$  (гауссовское распределение). Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям  $K = 50; 100; 200$  (сплошная линия соответствует экспериментальным результатам, а пунктирная – аналитической оценке).

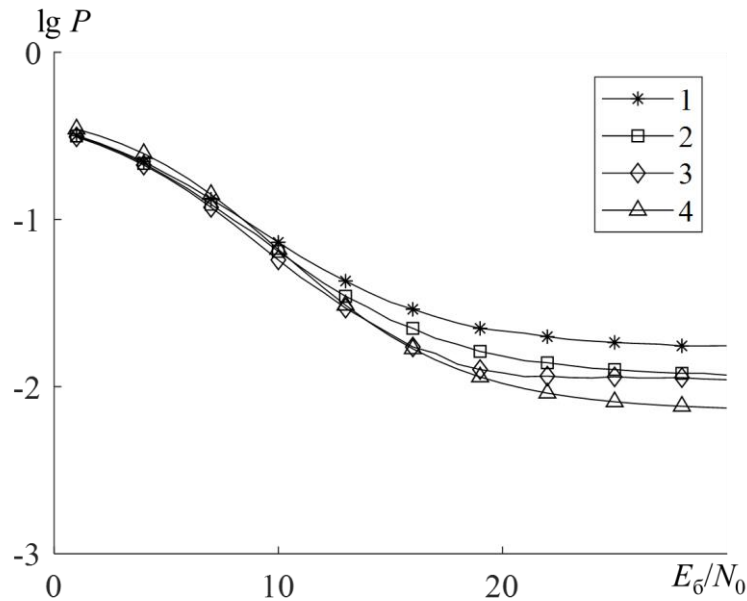
Отметим, что при малом накоплении сигнала лучшие результаты демонстрируют телеграфное и равномерное распределения хаотического сигнала по отношению к гауссовскому (рис 3). Однако так как накопление мало, вероятность ошибки на бит находится на уровне порядка  $10^{-2}$  ( $K = 15$ ).

При увеличении степени накопления вероятность ошибки на бит в зависимости от уровня внешнего шума для различных распределений близки друг к другу и ложатся на одной и той же кривой.

Отсюда можно сделать вывод, что полученные расчетные результаты будут справедливы и для другого распределения, близкого к рассмотренным, в том числе и для реального хаотического сигнала.

Характеристики  $DC^2$  нуждаются в уточнении путём прямого численного моделирования из-за того, что энергия сигнала меняется от импульса к импульсу в силу их хаотичности. Результаты моделирования показаны на рис. 1-3. При расчетах рассматривались три варианта распределения мгновенных значений хаотического сигнала: а) гауссовское распределение; б) равномерное распределение с нулевым средним значением и в) сигнал равновероятно принимает значения  $\pm 1$ .

В целом, рис. 1-3 подтверждают предварительные оценки. На рисунках можно наблюдать, что статистическое распределение значений сигнала не играет значительную роль. Вероятность ошибки  $P \leq 10^{-3}$  начинается только с  $(E_b/N_0)_{дБ} = 15.3$  дБ в интервале значений  $30 < K < 200$ . При малых значениях  $K$  вероятность ошибки  $P \leq 10^{-3}$  не достигается ни при каких разумных значениях отношения  $E_b/N_0$ .



**Рис. 3. Зависимость вероятности ошибки от коэффициента процессинга сигнала при значении коэффициента процессинга  $K = 15$ . 1. Компьютерный расчет: гауссовское распределение. 2. Равномерное распределение 3. Телеграфное распределение 4. Аналитическая оценка.**

Следует отметить, что при  $K > 100$  эффективность приема падает с ростом базы и при  $K = 1000$  вероятность ошибки  $P \leq 10^{-3}$  обеспечивается во всех трех случаях только для  $(E_s/N_0)_{\text{дБ}} > 18.1$  дБ. При  $B = 1000$  вероятность ошибки  $P \leq 10^{-3}$  обеспечивается во всех трех случаях только для  $(E_s/N_0)_{\text{дБ}} > 18.1$  дБ.

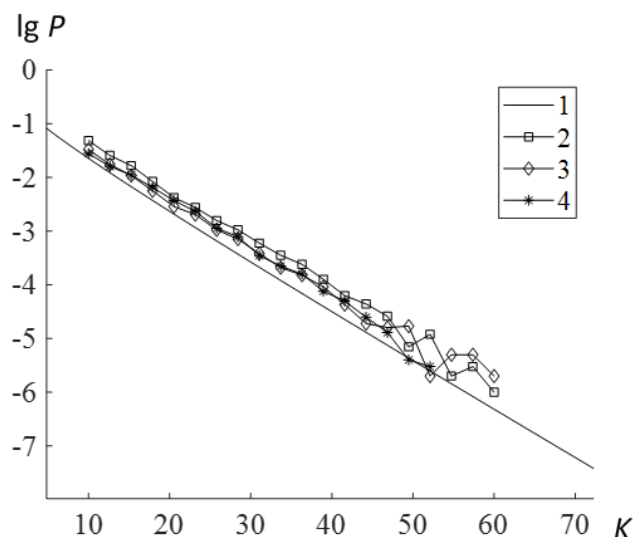
Важно отметить, что эффективности приема для сигналов со случайным гауссовским, равномерным и телеграфным распределением при значении  $K = 100$  отличаются (рис. 3). Видно, что телеграфное распределение сигнала выдает более низкие значения вероятности ошибки на бит при фиксированном уровне отношения  $E_s/N_0$ , чем другие распределения сигнала.

Реальные хаотические сигналы имеют ограниченную амплитуду и не имеют длинных хвостов, как при гауссовском распределении. Поэтому, для них более справедливыми являются оценки, относящиеся к равномерно распределенному сигналу и к случайному телеграфному сигналу.

В работе [1] было обнаружено аналитическое асимптотическое свойство, при стремлении отношения сигнал/шум к бесконечности. В данном случае, вероятность ошибки стремится не к нулю, а к некоторому пределу, равному:

$$P_{\text{ош пред}} = f\left(\sqrt{\frac{2\Delta FT_{\text{н}}}{5}}\right) \quad (3)$$

На рис. 4 изображены аналитическая асимптотическая вероятность ошибки и асимптотическая вероятность ошибки при компьютерном расчёте.



**Рис. 4. Зависимость вероятности ошибки от коэффициента процессинга сигнала при отсутствии флуктуационных помех. 1. Компьютерный расчет: гауссовское распределение. 2. Равномерное распределение 3. Телеграфное распределение 4. Аналитическая оценка**

### Выводы

В работе проведено численное моделирование помехоустойчивости прямохаотической системы относительной передачи информации путем компьютерного моделирования. Получены минимальные значения отношения средней энергии хаотического радиоимпульса к спектральной плотности гауссовского полосового шума, обеспечивающие заданные вероятности ошибок. Показано, что увеличение коэффициента процессинга приводит к уменьшению вероятности ошибки на бит при отсутствии флуктуационных помех.

Показано, что при малых коэффициентах процессинга достигается наилучшая вероятность ошибки на бит для телеграфного распределения, моделирующего хаотический сигнал, однако в силу небольшого накопления сигнала вероятность ошибок на бит в этом случае всё равно слишком велика для практического применения.

В то же время получено, что при увеличении коэффициента процессинга результаты для различных распределений начинают сближаться, тем самым показывая, что полученные расчетные результаты будут справедливы и для других распределений, близких к рассмотренным, в том числе и для реально используемых хаотических сигналов.

В целом, картина при численном моделировании прямохаотической относительной передачи информации качественно согласуется с аналитическими оценками, полученными в проведённых работах [1-3].

### Литература

1. Дмитриев А. С., Мохсени Т., Сьерра Теран К.М. // Радиотехника и электроника. 2018. Т. 63. № 10. С. 1074-1082.
2. Дмитриев А. С., Мохсени Т., Сьерра Теран К.М. // Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т.26. № 4. С. 59-74.
3. Dmitriev A.S., Mokhseni T.I., Sierra-Teran C.M. // Nonlinear Phenom. Complex Syst. 2018. V.21. № 3. P. 237-246.
4. Kolumban G., Kennedy M. // IEEE Trans. 1997. V. CS-44. № 10. P. 927.

5. Kolumban G., Vizvari B., Schwarz W., Abel A. // Proc. 4 th Int. Specialist Workshop «Nonlinear Dynamics in Electronic Systems». Seville. 27-28 Jun.1996. P. 87-92.
6. Дмитриев А. С., Мохсени Т., Сьерра Теран К.М. // Прикладная нелинейная динамика. 2019. Т.27. № 5. С. 72-86.
7. Дмитриев А.С., Панас А.И., Старков С.О. и др. Способ передачи информации с помощью хаотических сигналов: Патент РФ № 2185032. 2000.
8. Дмитриев А.С., Кяргинский Б.Е., Панас А.И., Старков С.О. // РЭ. 2001. Т. 46. № 2. С. 224.
9. Dmitriev A.S., Kyarginsky B. Ye., Panas A.I., Starkov S.O. // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2003. V. 13. № 6. P. 1495.
10. Петрович Н.Т., Размахнин М.К. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Советское радио, 1969.
11. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.