

**Исследование неоднородностей ионосферы Земли на основе регистрации амплитудных и поляризационных характеристик непрерывных линейно частотно-модулированных сигналов**

А.С. Крюковский, Д.С. Лукин, Е.В. Михалёва, Ю.И. Бова, Д.В. Растягаев

АНО ВО «Российский Новый Университет»,  
105005, г. Москва, ул. Радио, 22,  
E-mail: [kryukovsky56@yandex.ru](mailto:kryukovsky56@yandex.ru), [rdv@rosnou.ru](mailto:rdv@rosnou.ru)

*Исследовано влияние локальных неоднородностей электронной концентрации ионосферы Земли на амплитуду отраженного сигнала и его поляризационные характеристики при вертикальном зондировании частотно-модулированным излучением. Рассмотрена модель анизотропной ионосферы и две поляризации, соответствующие обыкновенной и необыкновенной волнам. Математическое моделирование лучевого распространения основано на методе бихарактеристик Гамильтона-Лукина, а расчет амплитуд выполнен на основе расширенной бихарактеристической системы Лукина. Приведены результаты численного моделирования. Показано, что при распространении в ионосферных слоях поляризационные характеристики существенно меняются, однако при выходе из ионосферы они восстанавливаются и оказываются почти такими же, как и у падающей волны. Исследованы зависимости амплитуд отраженных сигналов от частоты, а также влияние локальной неоднородности.*

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-12-00299).  
Ключевые слова: ионосфера, зондирование, бихарактеристики, радиосигнал, обыкновенная и необыкновенная волна, локальные неоднородности, амплитуда, поляризация.*

**Investigation of inhomogeneities of the Earth's ionosphere based on the registration of amplitude and polarization characteristics of continuous linear frequency-modulated signals**

A.S. Kryukovsky, D.S. Lukin, E.V. Mihaleva, Yu.I. Bova, D.V. Rastyagaev

Russian New University

*The influence of local inhomogeneities of the electron density of the Earth's ionosphere on the amplitude of the reflected signal and its polarization characteristics during vertical sounding by frequency-modulated radiation has been studied. A model of an anisotropic ionosphere and two polarizations corresponding to ordinary and extraordinary waves are considered. Mathematical modeling of ray propagation is based on the Hamilton-Lukin bicharacteristics method, and the calculation of the amplitudes is based on Lukin's extended bicharacteristic system. The results of numerical simulation are presented. It is shown that during propagation in the ionospheric layers, the polarization characteristics change significantly, however, when leaving the ionosphere, they are restored and turn out to be almost the same as those of the incident wave. The frequency dependences of the amplitudes of the reflected signals, as well as the influence of local inhomogeneity, are studied. The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation (project No. 20-12-00299).  
Keywords: ionosphere, sounding, bi-characteristics, radio signal, ordinary and extraordinary waves, local inhomogeneities, amplitude, polarization.*

**Введение**

В работе выполнено исследование влияния локальных неоднородностей на частотно-модулированное излучение (ЧМ), отраженное ионосферы Земли. В работах

[1,2] выполнено моделирование зависимости высоты отражения сигнала, зависимости времени прихода луча в точку отражения от частоты и зависимости высоты отражения  $z_m$  от времени прихода луча в точку отражения. Расчеты проводились для двух типов круговой поляризации: обыкновенной волны ( $o$ -волна) и необыкновенной волны ( $x$ -волна). В настоящей работе рассмотрены в первую очередь амплитудные и поляризационные характеристики отраженных сигналов.

Поскольку неоднородности ионосферной плазмы естественного и искусственного происхождения оказывают существенное влияние на точность и достоверность радиотехнических измерений, их учет необходим при прогнозировании линий коротковолновой радиосвязи. Поэтому разработка методов математического моделирования распространения радиоволн и изучение их характеристик является важной и актуальной задачей радиофизики и геофизики. В этой связи следует отметить работы [3-8], посвященные исследованиям верхней атмосферы Земли.

### Модель электронной концентрации ионосферы и эффективной частоты соударений

Рассмотренная в работе модель электронной концентрации  $N(z)$  ионосферы (см. формулы (1)-(2)) представлена на рис. 1, где показана зависимость электронной концентрации от высоты как в виде жирной черной линии, так и в виде жёлтого фона. Модель содержит ионосферные слои E и F. Максимум слоя E находится на высоте  $\sim 108$  км, максимум слоя F1 – на высоте  $\sim 196$  км и максимум слоя F2 – на высоте  $\sim 263$  км.

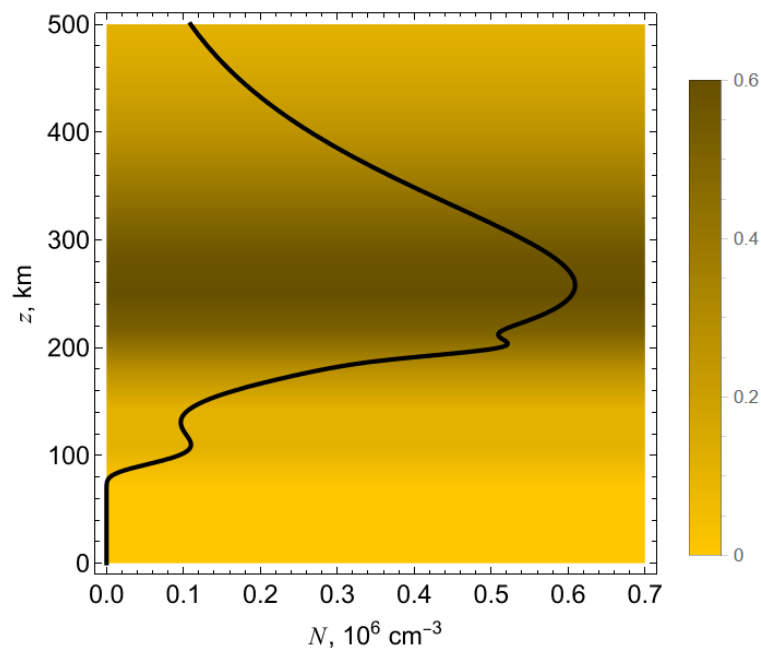


Рис. 1. Зависимость электронной концентрации от высоты

$$N(z) \approx 70254.26 \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp \theta_1 + \theta_1)\right] + 561828.04 \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp \theta_2 + \theta_2)\right] +$$

$$+ 104611.66 \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp \theta_3 + \theta_3)\right] + N_d \quad ; \quad (1)$$

$$\theta_1 = \frac{1}{40}(196 - z); \quad \theta_2 = \frac{1}{55}(263 - z); \quad \theta_3 = \frac{2}{25}(108 - z); \quad (2)$$

Локальное возмущение (3) расположено на высоте  $\sim 200$  км.

$$N_d \approx 9.5 \times 10^4 \times \exp \left[ - \left( \frac{z-200}{10} \right)^2 \right]. \quad (3)$$

На рис. 2 приведена зависимость логарифма эффективной частоты соударений от высоты, используемая в данной работе (см. также [9]). Из рисунка видно, что до высоты примерно 200 км эффективная частота быстро падает, в то время как на более высоких частотах она меняется медленно и не играет существенной роли в ослаблении сигнала. Зависимость, приведенную на рис. 2, можно описать формулой [9].

$$\lg v_e \approx -a + \frac{b}{z} + c z - d z^2 \quad (4)$$

в которой в данном случае  $a \approx 0.906$ ,  $b \approx 488.76$ ,  $c \approx 0.00764$ ,  $d \approx 7.736 \times 10^{-6}$ . Нижняя часть кривой описывается гиперболой. Высота  $z$  выбрана в километрах.

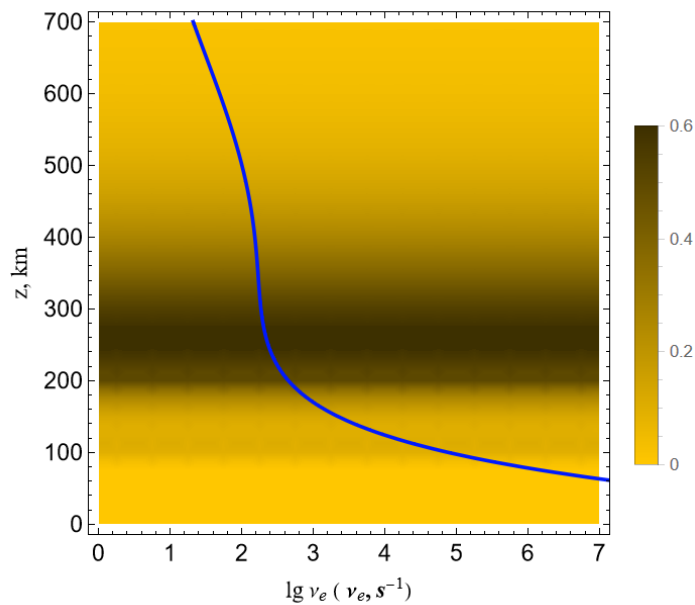


Рис. 2. Зависимость эффективной частоты соударений от высоты

### Расчет лучей методом бихарактеристик

Расчеты, выполненные в настоящей работе, основаны на методе бихарактеристик Гамильтона, развитом в работах Д.С. Лукина [10-12]. Бихарактеристическая система имеет вид:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{2\vec{k}c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{k}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega}. \quad (5)$$

В выражениях (5)  $\vec{k}$  – волновой вектор,  $\vec{r} = (x, y, z)$  – декартовы координаты луча,  $\varepsilon$  – эффективная диэлектрическая проницаемость,  $t$  – групповое время, а  $\omega$  – рабочая частота.

Для диэлектрической проницаемости справедлива формула Эпплтона-Хартли [13-15]:

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2\nu(1-\nu)}{2(1-\nu) - u \sin^2 \alpha \pm \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4\nu(1-\nu)^2 \cos^2 \alpha}}, \quad (6)$$

в которой не учтена поправка, связанная с эффективной частотой соударений  $\nu_e$ . Расчеты показывают, что учёт отношения:

$$Z = \frac{\nu_e}{\omega} \quad (7)$$

не приводит к существенным отличиям.

В (6) введены обозначения:

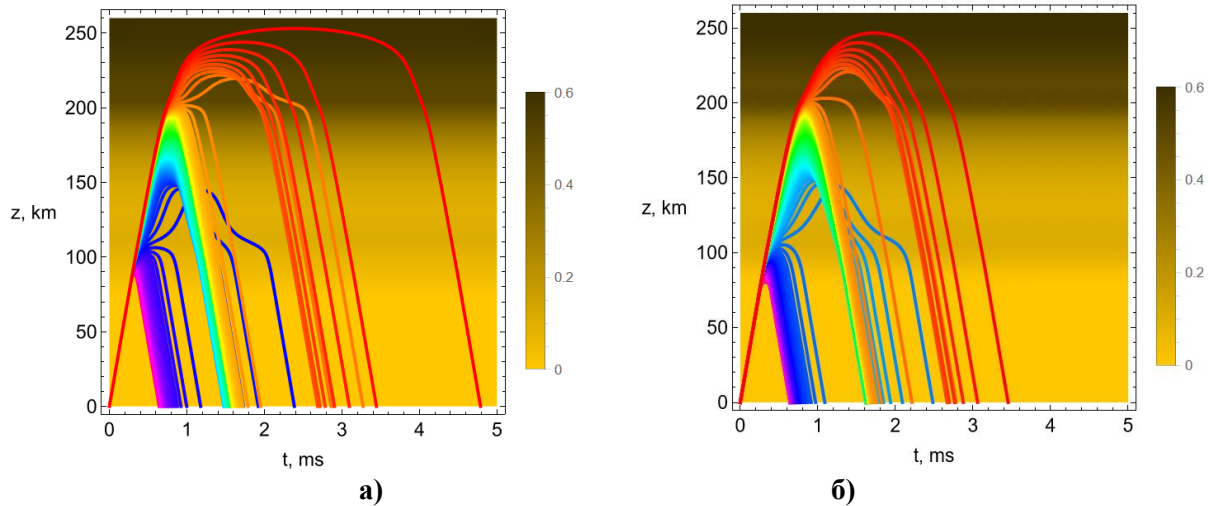
$$v = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \frac{4\pi e^2 N}{m_e \omega^2}, \quad u = \frac{\omega_H^2}{\omega^2} = \frac{e^2 H_0^2}{m_e^2 c^2 \omega^2}. \quad (8)$$

Здесь  $\omega_H$  – это гирочастота,  $\omega_p$  – плазменная частота,  $m_e$  – масса электрона,  $\nu_e$  – эффективная частота соударений,  $H_0$  – величина напряженности магнитного поля Земли,  $c$  – скорость света.

В работе исследовано распространение электромагнитной волны в анизотропной ионосфере при вертикальном зондировании.

Результаты вычислений лучевых траекторий, полученные на основе бихарактеристической системы уравнений [2,11,16-18], показаны на рис. 3 и 4. На рис. 3 сопоставлены лучевые структуры обыкновенной волны (рис. 3а) и необыкновенной волны (рис. 3б) в плоскости  $(t, z)$ .

Цвет линий соответствует определенной частоте излучения. Последовательность цветов соответствует цветам спектра. Для обыкновенной волны фиолетовая линия соответствует частоте 1.6 МГц, а красная линия – частоте 7 МГц. Для необыкновенной волны начальная частота по-прежнему 1.6 МГц, а максимальная частота – 7.65 МГц (красный цвет).



**Рис. 3. Лучевые траектории в плоскости  $(t,z)$ ; а – о-волна: б – х-волна**

Анализируя рис. 3, видим, что при увеличении частоты, лучи сначала отражаются от слоя E (фиолетовые-синие), затем большая группа лучей от отражается от неоднородности (голубые-оранжевые). Часть оранжевых и все красные лучи отражаются от слоя F2.

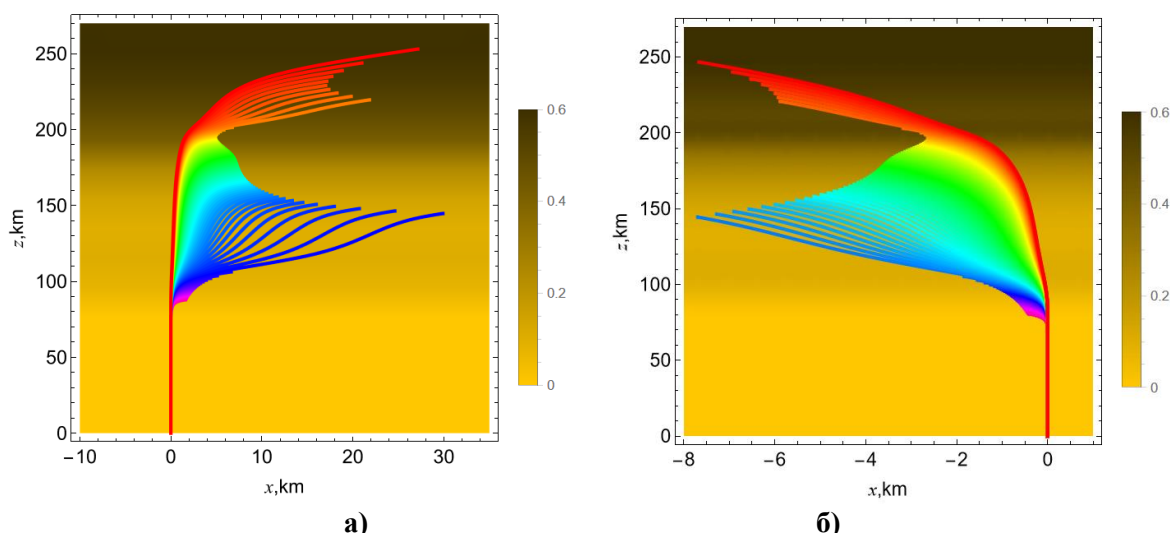


Рис. 4. Лучевые траектории х-волны: в плоскости  $(x,z)$ ; а – о-волна: б – х-волна

В данной работе предполагалось, что вектор напряженности магнитного поля лежит в плоскости, содержащей ось  $z$  и биссектрису между осями  $x$  и  $y$ . На рис. 4 показаны проекции лучевых траекторий на плоскость  $(x,z)$ . За счет магнитного поля лучи отклоняются от вертикали, а после отражения возвращаются в источник излучения по тем же траекториям [12,13]. При этом возникает сингулярность, доставляющая много неприятностей при численных расчетах. Проекция лучевых траекторий на плоскость  $(x,y)$  ничем не отличаются от проекций на плоскость  $(x,z)$ . Анализируя рис. 4, видим, что влияние на боковое отклонение слоя E ничтожно. Максимальное боковое отклонение для обыкновенной волны по модулю существенно превышает боковое отклонение необыкновенной волны, причем лучи отклоняются в разные стороны [13]. Следует отметить, что минимум бокового излучения наблюдается для частот, отражающихся чуть ниже максимума возмущения.

### Моделирование коэффициентов поляризации

Важной характеристикой отраженных от ионосферы радиоволн являются коэффициенты поляризации:  $R_o$ ,  $R_x$ ,  $\text{tg}\psi_o$  и  $\text{tg}\psi_x$ , которые определяют соотношения между компонентами вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$ . В работе [13] показано, что:

$$\frac{E_3}{E_2} = R_{\mp}, \quad R_- = iR_o, \quad R_+ = iR_x, \quad (9)$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \text{tg}\psi_{o,x} = -\frac{R_{o,x}Y_T}{1-\nu}(1-\varepsilon_{\pm}), \quad (10)$$

если

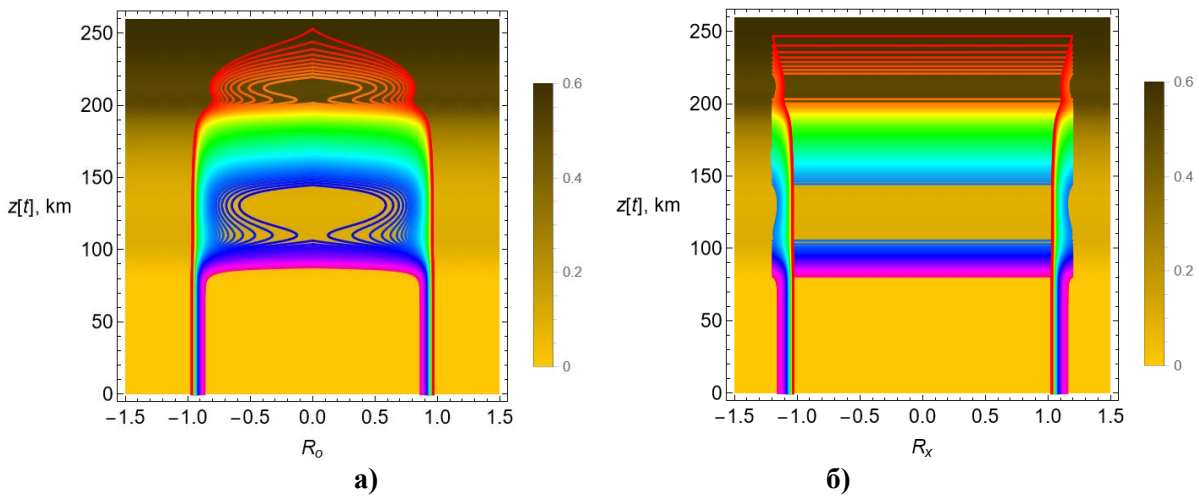
$$R_{\mp} = \frac{i}{2Y_L} \left( \frac{Y_T^2}{1-\nu} \mp \sqrt{\frac{Y_T^4}{(1-\nu)^2} + 4Y_L^2} \right), \quad (11)$$

$$Y_L = \sqrt{u} \cos \theta, \quad Y_T = \sqrt{u} \sin \theta, \quad (12)$$

знак « $\leftarrow$ » соответствует обыкновенной волне, а знак « $\rightarrow$ » – необыкновенной, а  $\theta$  – угол между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли.

При этом компонента  $E_2$  вектора  $\vec{E}$  лежит в плоскости, образованной волновым вектором  $\vec{k}$  и вектором напряжённости магнитного поля  $\vec{H}_0$ . Она ортогональна компоненте  $E_1$ , которая направлена вдоль волнового вектора. Компонента  $E_3$  ортогональна компонентам  $E_1$  и  $E_2$  и составляет с ними правую тройку.

На рис. 5 показаны поляризационные коэффициенты  $R_o$  и  $R_x$  для обыкновенной (рис. 5а) и необыкновенной волны (рис. 5б) соответственно. Когда эти коэффициенты близки к 1, волна имеет и сохраняет круговую поляризацию. В точке поворота коэффициент поляризации меняет знак (фиолетовые, голубые, зелёные и жёлтые лучи). Особенно хорошо это видно на рис. 5б (необыкновенная волна). Для обыкновенной волны (рис. 5а) существуют лучи (частично синие, оранжевые и красные), для которых эллипс поляризации в среде существенно меняется вдоль лучевой траектории. Однако при возвращении на землю круговая поляризация в целом восстанавливается.

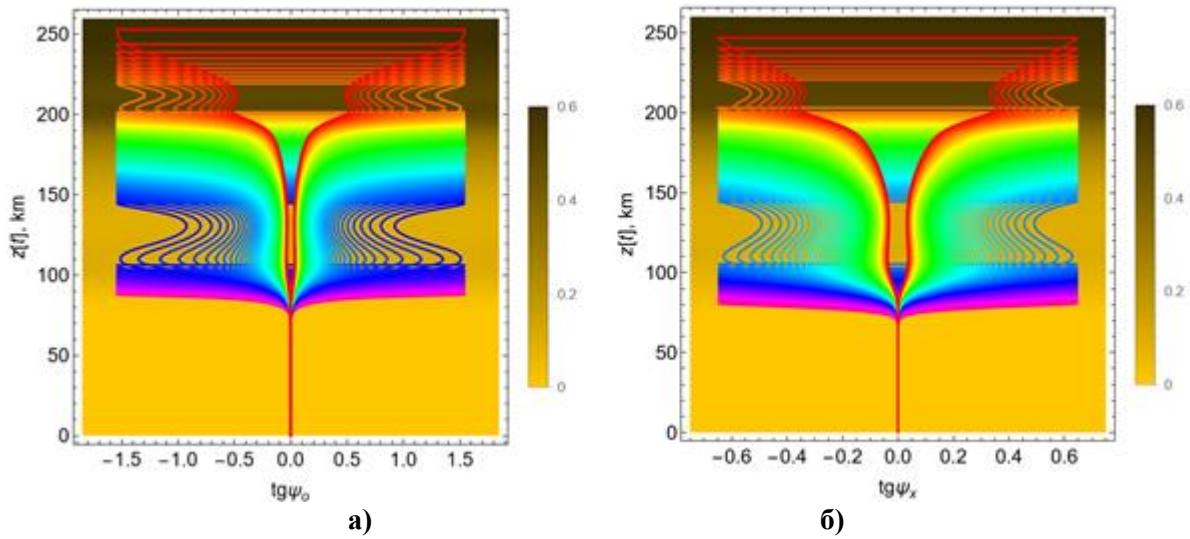


**Рис. 5. Зависимость коэффициента поляризации от высоты вдоль лучей; а –  $R_o$ , о-волна; б –  $R_x$ , х-волна**

На рис. 6 показана зависимость коэффициентов  $\text{tg} \psi_o$  (рис. 6а) и  $\text{tg} \psi_x$  (рис. 6б) продольной поляризации от высоты вдоль лучевых траекторий. Угол  $\psi$  определяет наклон эллипса поляризации по отношению к направлению распространения (точнее к направлению волнового вектора), а  $\text{tg} \psi$  характеризует продольную волну (10).

Анализируя рис. 6, видим, что в ионосфере вдоль траектории коэффициенты продольной поляризации могут достигать существенных значений, причем для обыкновенной волны пределы изменений  $\text{tg} \psi$  существенно больше, чем для необыкновенной.

Однако, возвращаясь на Землю, круговая поляризация восстанавливается и плоскость эллипса поляризации будет по-прежнему ортогональна направлению распространения.



**Рис. 6. Зависимость коэффициента продольной поляризации от высоты вдоль лучей; а –  $\text{tg } \psi_o$ , о-волна; б –  $\text{tg } \psi_x$ , х-волна**

### Моделирование амплитуды отраженного от ионосферы радиосигнала

Рассмотрим изменение амплитуды отраженного от ионосферы радиосигнала в точке приема (совпадающей с очко излучения) в зависимости от рабочей частоты ионосферной станции.

Для простоты предположим, что излучатель изотропный. При необходимости нетрудно ввести поправку для реальной диаграммы направленности. Тогда действующую напряжённость электрического поля в пустоте можно записать как:

$$E_{c0} = \frac{\sqrt{30W}}{r} B / м . \quad (13)$$

В формуле (13)  $W$  – мощность в ваттах,  $r$  – расстояние от источника излучения в метрах. Попав в ионосферу, сигнал испытывает ослабление за счет расходимости  $A_m$  лучевого потока и за счет поглощения  $\psi$ , обусловленного отличной от нуля эффективной частотой соударений электронов. Поэтому действующую напряженность электрического поля можно оценить как:

$$E_c = E_{c0} e^{-\psi} 10^{-A_m/20} B / м . \quad (14)$$

Расходимость поля в каждой точке пространства определяется формулой [14,16,18]:

$$A_m = 10 \cdot \lg \left| \frac{J_0}{J(\vec{r})} \right| , \quad (15)$$

в которой  $J$  – якобиан расходимости лучевой трубки:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial \beta} & T_1 \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \beta} & T_2 \\ \frac{\partial z}{\partial \alpha} & \frac{\partial z}{\partial \beta} & T_3 \end{vmatrix} , \quad \vec{T} = \left( 2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} , \quad (16)$$

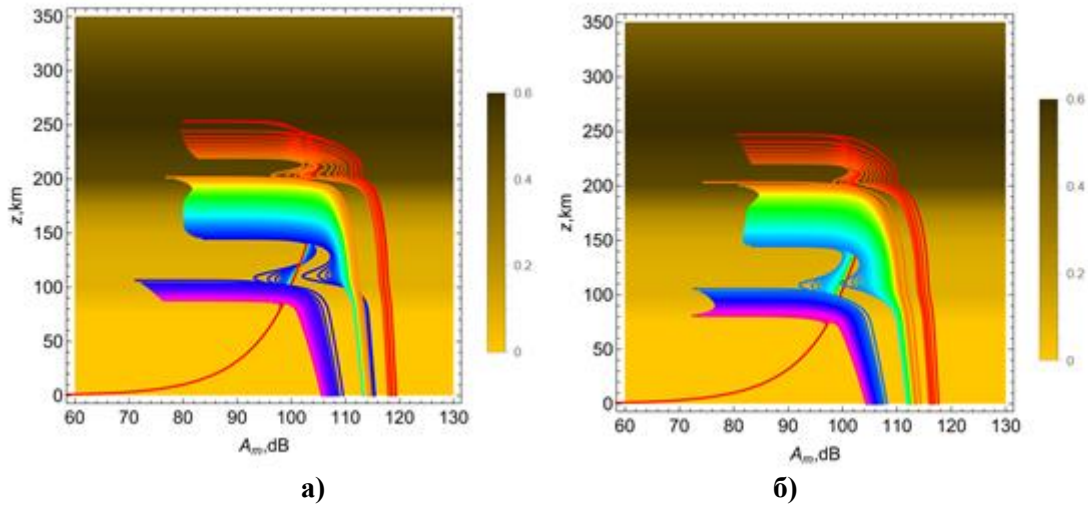
$J_0$  – якобиан расходимости на условном расстоянии  $r_0$  от источника, а  $\alpha$  и  $\beta$  – лучевые координаты.

Для определения выражений, входящих в якобиан расходимости, нами использована расширенная бихарактеристическая система [14,16]:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{k}_\alpha}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), & \frac{d\vec{r}_\alpha}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \left( 2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), \\ \frac{d\vec{k}_\beta}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), & \frac{d\vec{r}_\beta}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \left( 2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \bigg/ \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

На рис. 7 показаны зависимости расходимости  $A_m$  от высоты для обыкновенной и необыкновенной волны. На рисунках можно выделить три группы кривых: кривые, которые отражаются от слоя E (нижние), кривые, которые отражаются от ионосферы выше слоя E до неоднородности, и кривые, отражающиеся от слоя F2. Источником всех кривых является линия, выходящая из излучателя. Каждая кривая уходит на бесконечность (вправо) в точке отражения от ионосферы. На рисунках эти линии прерваны. Между каждой группой кривых существуют переходные области, в которых линии имеют локальные минимумы.

Структуры расходимости для обыкновенной и необыкновенной волн качественно совпадают (ср. рис. 7а и рис. 7б) и отличаются деталями.



**Рис. 7. Зависимость ослабления сигнала от высоты вдоль лучей; а – о-волна; б – х-волна**

Рассмотрим теперь поглощение  $\psi$ . В данной работе при определении поглощения вдоль траектории использовалась формула:

$$\psi = \frac{\omega}{c} \int_0^{t_0} \chi \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + T_3^2} dt, \quad (18)$$

в которой интегрирование ведется вдоль лучевой траектории. В формуле (18)  $\chi$  – мнимая часть показателя преломления:

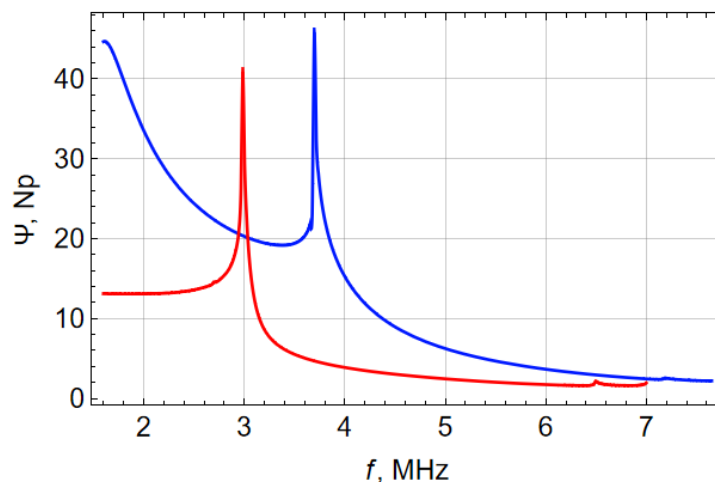
$$\chi = -\sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(\text{Re } \varepsilon_r)^2 + (\text{Im } \varepsilon_r)^2} - \text{Re } \varepsilon_r}, \quad (19)$$



$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\nu}{1 - iZ - \frac{Y_T^2}{2(1 - \nu - iZ)}} \pm \sqrt{\frac{Y_T^2}{4(1 - \nu - iZ)^2} + Y_L^2} \quad (20)$$

– полное выражение для эффективной диэлектрической проницаемости [13].

На рис. 8 показаны зависимости поглощения  $\psi$  частоты  $f$  для обыкновенной и необыкновенной волны в точке приёма, совпадающей с точкой излучения сигнала. Видно, что в целом с ростом частоты поглощение уменьшается. Острые максимумы на рисунке соответствуют лучам, отражающимся между максимумом слоя E и слоем F и обусловлены межслоевой долиной. Это области в окрестности частот 3 МГц (для обыкновенной волны) и 3.7 МГц (для необыкновенной волны). Небольшие всплески на более высоких частотах 6.5 МГц (для обыкновенной волны) и 7.2 МГц (для необыкновенной волны) соответствуют локальной неоднородности.



**Рис. 8. Зависимость поглощения от частоты, красная кривая – обыкновенная волна, синяя – необыкновенная**

Для сравнения (см. [2]) на рис. 9 показаны зависимости половины времени запаздывания  $t_m = t_0/2$  от частоты  $f$ . Кривые являются математическими моделями ионограмм вертикального зондирования. Пики, обозначающие положения неоднородностей: слой E, и локальная неоднородность, соответствуют рис. 8.

На рис. 10 показаны зависимости амплитуд сигналов обыкновенной и необыкновенной волны в точке приёма без учета поглощения. С ростом частоты амплитуды в целом убывают, что объясняется тем, что луч с большей частотой проходит в ионосфере большее расстояние. На каждой из кривых два локальных минимума: левый соответствует слою E, а правый локальной неоднородности.

Наконец на рис. 11 показаны зависимости амплитуд сигналов обыкновенной и необыкновенной волны в точке приёма с учётом поглощения. На рисунке отсутствуют особенности, обусловленные слоем E, так как поглощение на этих частотах в рамках рассматриваемой модели слишком велико. В отличие от рис. 10 амплитуды с ростом частоты вплоть до локальной неоднородности не убывают, а возрастают.

Далее имеет место локальный минимум, после чего в окрестности максимума слоя F2 амплитуда убывает.

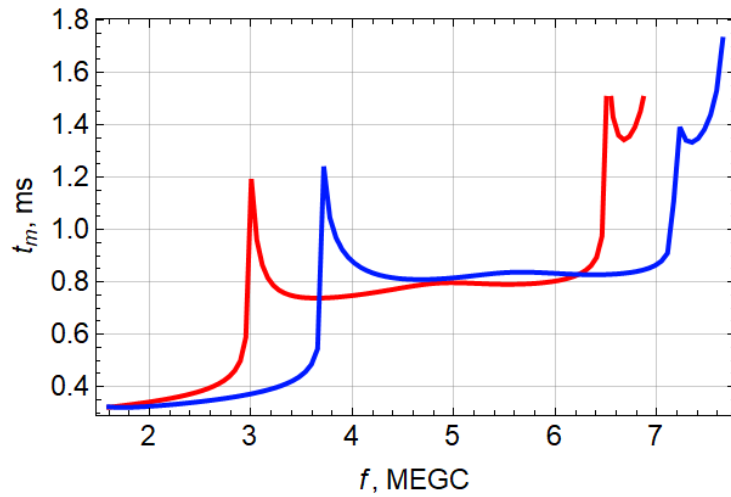


Рис. 9. Зависимость от частоты времени прихода луча в точку отражения, красная кривая – обыкновенная волна, синяя – необыкновенная

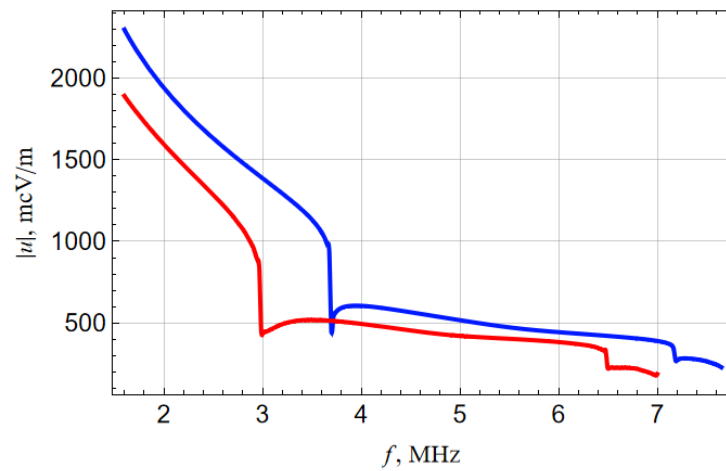


Рис. 10. Зависимость амплитуды от частоты без учета поглощения, красная кривая – обыкновенная волна, синяя – необыкновенная

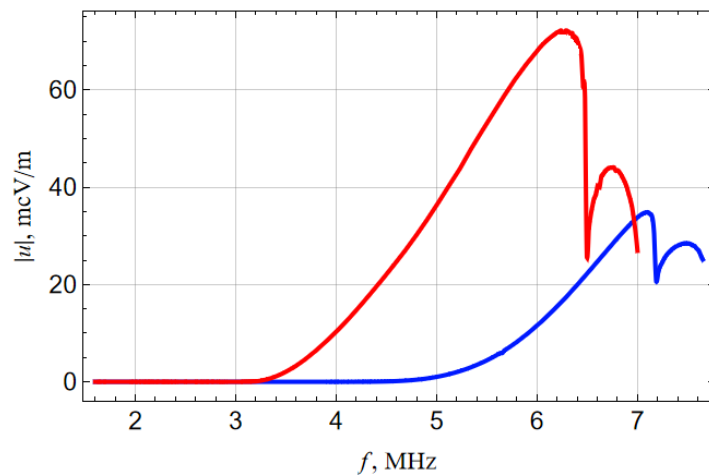


Рис. 11. Зависимость амплитуда от частоты с учетом поглощения, красная кривая – обыкновенная волна, синяя – необыкновенная

## **Заключение**

Таким образом, в работе исследованы лучевые, амплитудные и поляризационные характеристики частотно-модулированных радиосигналов, отражённых от ионосферы при вертикальном радиозондировании. Исследована модель электронной концентрации ионосферы Земли, содержащая слои E, F1, F2 и локальную неоднородность с повышенной электронной концентрацией. Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны. Показано, что несмотря на то, что при распространении в ионосферных слоях поляризационные характеристики существенно меняются (меняется соотношение между осями эллипса поляризации и возникает продольная волна), при выходе из ионосферы поляризационные характеристики в целом восстанавливаются и оказываются почти такими же, как и у падающей волны. Установлено, что без учета поглощения амплитуда отраженного сигнала убывает с ростом частоты, в то время как с учетом поглощения, наоборот, нарастает. Неоднородности ионосферы, обусловленные слоем E и дополнительной локальной неоднородностью, проявляются на амплитудных зависимостях в виде локальных минимумов. По размеру и интенсивности искажений амплитудных зависимостей можно судить и величине неоднородности.

*Работа выполнена при поддержке РНФ (грант № 20-12-00299).*

## **Литература**

1. Kryukovsky A.S., Rastyagaev D.V., Bova Y. I., Popchenko O.V. Mathematical Simulation of the Ray Propagation of Frequency-Modulated Radio Signals in the Ionospheric Plasma in the Presence of Local Inhomogenies // 2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC), IEEE, Moscow, Russia, 2020, pp. 220-224, DOI: 10.1109/RMC50626.2020.9312340.
2. Kryukovsky A.S., Lukin D.S., Popchenko O.V., Rastyagaev D.V. Specific features of the propagation of frequency modulated radio signals in the ionospheric plasma in the presence of local inhomogeneities // Journal of Physics: Conference Series. Modern problems of remote sensing, radar, wave propagation and diffraction. 2021. P. 012002. DOI: 10.1088/1742-6596/1991/1/012002
3. Kryukovskii A.S., Kurkin V.I., Laryunin O.A., Lukin D.S., Podlesnyi A.V., Rastyagaev D.V., Chernyak Y.M. Numerical modeling of amplitude maps for the corrected iri-2012 model with smooth ionospheric disturbances // Journal of Communications Technology and Electronics. 2016. V. 61. No 8. P. 920-925.
4. Andreeva, E.S., Frolov V.L., Kunitsyn V.E., Kryukovskii A.S., Lukin D.S., Nazarenko M.O., Padokhin A.M. Radiotomography and HF ray tracing of the artificially disturbed ionosphere above the Sura heating facility // Radio Sci., 2016. V. 51. № 6. PP. 638–644, doi:10.1002/2015RS005939.
5. Ryabova M.I., Ivanov D.V., Chernov A.A., Ovchinnikov V.V. Experimental Study of Phase-Frequency Responses of HF Radio Channels with the Use of SDR Ionosonde // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Svetlogorsk, Russia, 2020, P. 1-4, DOI: 10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166094.
6. Cedrik M., Podlesnyi A., Naumenko A., Kurkin V. An analysis of dynamic amplitude characteristics for vertical incidence chirp sounders // 2019 Russian Open Conference on Radio Wave Propagation, RWP 2019 – Proceedings. No 8810206. P. 121-122. DOI: 10.1109/RWP.2019.8810206
7. Cedrik M., Podlesnyi A., Kurkin V. The Different Scale TIDs Diagnostics Based on Chirp-signals Amplitude Measurements Data in Vertical and Near-Vertical Ionosphere Sounding // 2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC), Moscow, Russia, 2020, P. 260-262, DOI: 10.1109/RMC50626.2020.9312341.
8. Danilkin N.P., Denisenko P.F., Barabashov B.G., Vertogradov G.G. Electron collision frequency and HF-waves attenuation in the ionosphere // International Journal of Geomagnetism and Aeronomy. 2005. V. 5. № 3. P. GI3009. DOI:10.1029/2004GI000081

9. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Развитие метода восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67. № 2. С. 117–129.
10. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере. // Космические исследования, 1967. Т. 5. Вып. 4. С. 593–600.
11. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения частотно-модулированных радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника, 2015, Т. 60, № 10. С. 1001–1009.
12. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Моделирование распространения частотно-модулированного излучения в анизотропной ионосферной плазме // Электромагнитные волны и электронные системы. 2017. Т. 22. № 5. С. 4–11.
13. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973. 502 с.
14. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Распространение частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере Земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 1. С. 3–14.
15. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере // Вестник Российского нового университета. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика» / М.: РосНОУ, 2013. Выпуск 4. – С. 47–52.
16. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме. // Радиотехника и электроника, М.: Наука. 2012. Т.57. № 9. С. 1028–1034.
17. Ипатов Е.Б., Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Растягаев Д.В. Методы моделирования распространения электромагнитных волн в ионосфере с учетом распределений электронной концентрации и магнитного поля Земли // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 12. С. 1180–1187.
18. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Бова Ю.И. Моделирование поля в окрестности каустик обыкновенной и необыкновенной волн при ионосферном распространении // Радиотехника и электроника, 2020. Т. 65. № 12. С. 1160–1169. DOI: 10.31857/S0033849420120128