

О статистическом описании напряженности поля радиоимпульса с хаотической огибающей в резонансно-поглощающей газовой среде

Г.М. Стрелков, В.В. Лепехин

*Фрязинский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской Академии Наук 141190, г. Фрязино, пл. Введенского, 1.
E-mail: strelkov@ms.ire.rssi.ru*

Выполнен анализ возможности приближения бигауссовским распределением напряженности поля и ее мгновенного приращения радиоимпульса с хаотической огибающей, деформированного при распространении в резонансно-поглощающей газовой среде. Случайное поле, регистрируемое на приемном конце трассы, находится как результат решения задачи непосредственно во временной области без привлечения интеграла Фурье. Параметры искомого бигауссовского распределения определяются далее решением системы алгебраических уравнений, получаемой по данным о поле в каждом конкретном случае методом моментов. Рассмотрены возможные интервалы значений основных параметров задачи (полуширина спектральной линии, оптическая глубина трассы, начальная длительность импульса), для которых указанное приближение оказывается эффективным. Приведен параметр Херста для получаемых временных описаний поля принимаемого импульса. Ключевые слова: радиоимпульс, хаотическая огибающая, напряженность поля, терагерцевый диапазон, атмосфера, дисперсионные искажения, показатель Херста, бигауссовское распределение.

On the statistical description of the field strength of a radio wave pulse with a chaotic envelope in a resonantly absorbing gaseous medium

G.M. Strelkov, V. V. Lepekhin

Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences.

An analysis is made of the possibility of approximation by the bigaussian distribution of the field strength and its instantaneous increment of a radio wave pulse with a chaotic envelope deformed during propagation in a resonantly absorbing gaseous medium. The random field registered at the receiving end of the trace is found as a result of solving the problem directly in the time domain without involving the Fourier integral. The parameters of the desired bigaussian distribution are determined further by solving the system of algebraic equations obtained from the field data in each specific case by the method of moments. Possible ranges of values of the main parameters of the problem (half-width of the spectral line, optical path depth, initial pulse duration) for which this approximation turns out to be effective are considered. The Hurst parameter for the resulting time descriptions of the field of the received pulse is given.

Keywords: radio wave pulse, chaotic envelope, field strength, terahertz range, earth atmosphere, envelope's distortion, Hurst exponent, bigaussian distribution.

Введение

Терагерцевый частотный диапазон перспективен для создания высокоскоростных систем связи и локации, поскольку обеспечивает возможности получения широких полос пропускания радиосистемы в десятки гигагерц (см., напр., [1], [2]). Одним из направлений развития является работа с хаотическими (шумоподобными) радиосигналами, характеристики которых изменяются случайным образом

(хаотически) (см., напр. [3], [4]). В зависимости от частотного диапазона, которому принадлежит спектр сигнала, значительное влияние на его распространение могут оказывать природные среды. Для сигналов терагерцевого диапазона (частоты 100...1000 ГГц) такой средой является земная атмосфера. Коэффициент поглощения и показатель преломления атмосферы в терагерцевом диапазоне определяются многочисленными резонансными линиями её малых газовых составляющих, основная роль среди которых принадлежит водяному пару [5]. Специфические условия процесса распространения могут возникать в случаях, когда в пределах частотного спектра хаотического импульса находится единственная и достаточно сильная резонансная линия какого-либо атмосферного компонента. Соответственно, в статистической радиофизике возникает новый круг задач, связанный с необходимостью описания процесса атмосферного распространения и создания методик обработки принимаемых сигналов не только с изначально хаотическими характеристиками, но и дополнительно деформированных средой в процессе распространения. Цель настоящего доклада – кратко изложить результаты анализа напряженности поля деформированного наносекундного радиоимпульса терагерцевого диапазона с хаотической огибающей, описываемой отображением Чебышева 1-го рода 3-го порядка, при распространении в резонансно-поглощающей газовой среде, и возможности приближения бигауссовским распределением принимаемого поля радиоимпульса.

Радиоимпульс и его характеристики

Напряженность поля E поступающего в среду импульса имеет вид:

$$E(0;t) = \begin{cases} A_x(t) \sin(2\pi f' t), & 0 \leq t \leq t_{\text{и}} \\ 0, & t > t_{\text{и}} \end{cases}, \quad (1)$$

где t – время, $t_{\text{и}}$ – длительность импульса, f' – несущая частота, $A_x(t)$ – хаотическая огибающая. Текущая высота огибающей $A_x(t)$ в пределах длительности излучаемого импульса $t_{\text{и}}$ претерпевает N скачков в моменты времени $t_k = k t_{\text{и}} / N$ $k = 1, 2, \dots, N$ оставаясь неизменной в пределах временных промежутков между скачками. В пределах временного интервала с номером k величина $A_x(t)$ определяется выражением:

$$A_x(t) = A_k \cdot \Delta A, \quad t_{k-1} \leq t \leq t_k; \quad A_k = 0.5 (1 + X_k), \quad (2)$$

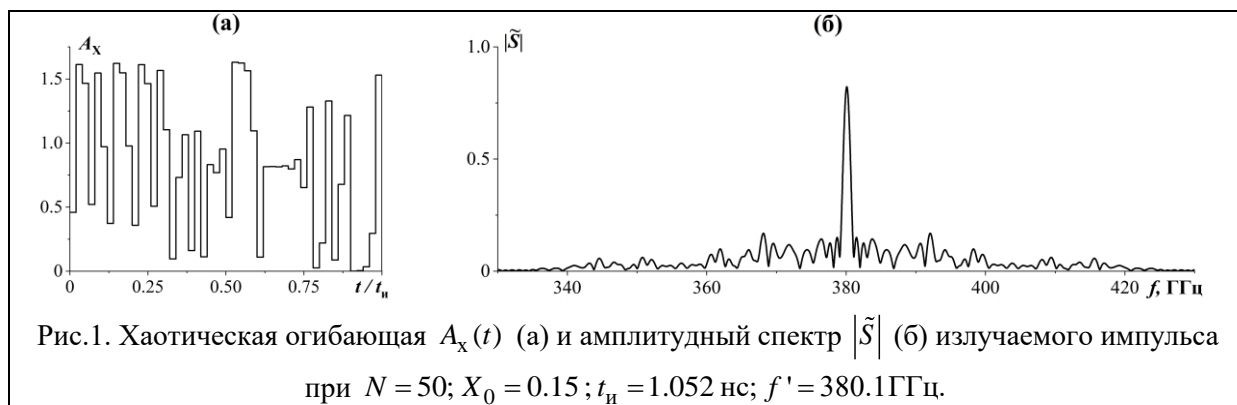
где величина X_k определяется через отображение Чебышева первого рода третьего порядка [3]:

$$X_k = 4X_{k-1}^3 - 3X_{k-1}. \quad (3)$$

Конкретный вид знакопеременных последовательностей величин X_k определяется начальным условием X_0 , причем $|X_0| < 1$ и $|X_0| \neq 0.5$. Параметр ΔA определяет начальную энергию импульса и находится из условия, что энергия излучаемого хаотического импульса равна энергии прямоугольного импульса такой же длительности и единичной высоты:

$$\Delta A = \sqrt{1 / \sum_{i=1}^N A_k^2}. \quad (4)$$

На рис.1 представлен пример временных вариаций текущих высот огибающей излучаемого импульса и его амплитудный спектр. Параметры импульса указаны в подписи.



Среднеквадратическая ширина огибающей составляет 0.54 при среднем значении 0.84. Среднеквадратическая ширина спектра составляет 11.71 ГГц, что заметно превышает ширину спектральной линии.

Напряженность поля излучения, выходящего из слоя и его мгновенное приращение

Напряженность поля [6], регистрируемого на приемном конце трассы, описывается выражениями: при $0 \leq t' \leq t_n$ –

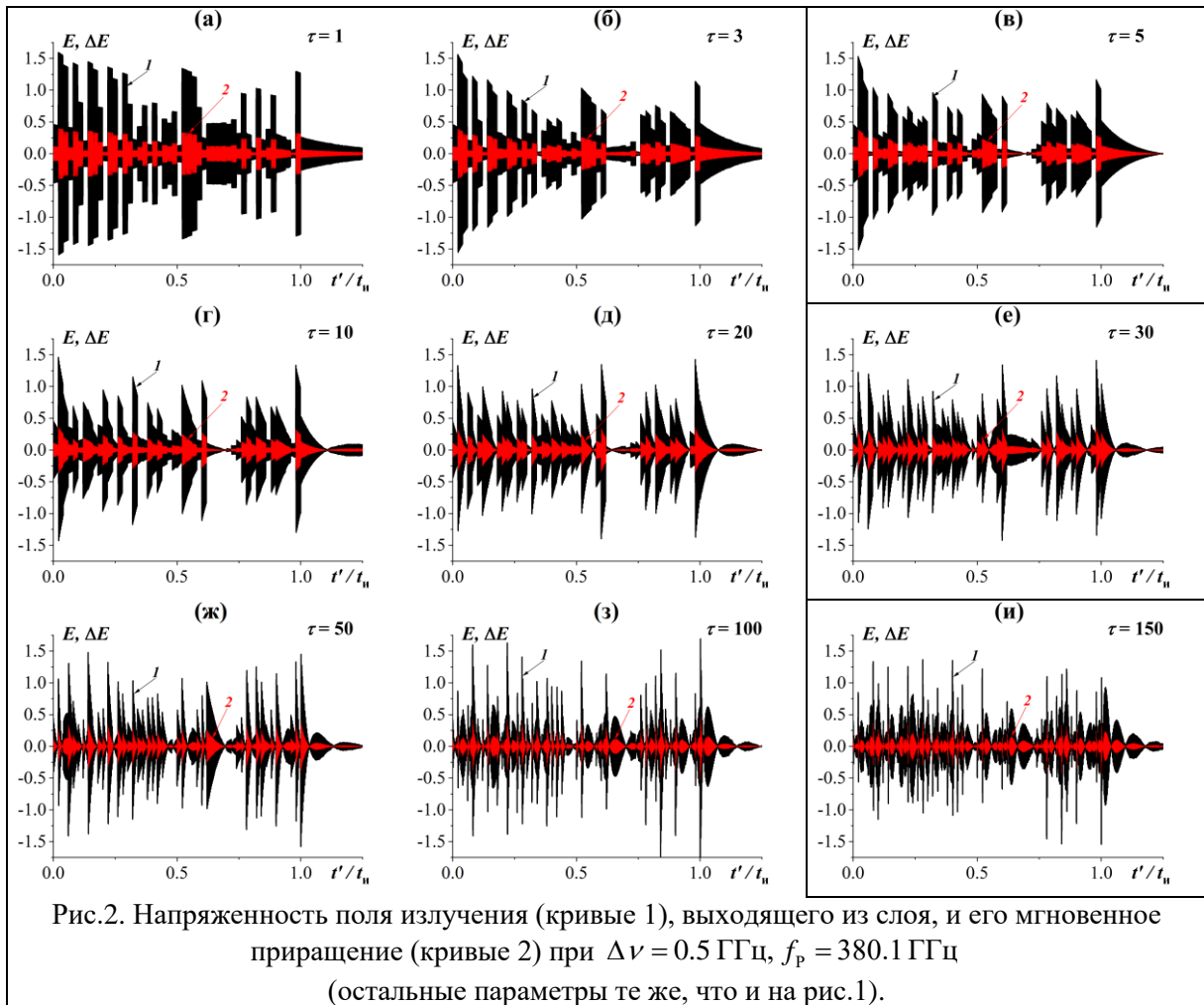
$$E(\tau; t') = E(0; t') - \int_0^{t'} E(0; t' - \theta) \sqrt{\frac{D}{\theta}} J_1(2\sqrt{D\theta}) \exp(-2\delta\theta) d\theta + \int_0^{t'} E(0; t' - \theta) \left[\omega_p \int_0^{\theta} J_1(2\omega_p \sqrt{\alpha(\theta - \alpha)}) \sqrt{\frac{D}{\theta - \alpha}} J_1(2\sqrt{D\alpha}) \exp(-2\delta\alpha) d\alpha \right] d\theta, \quad (5)$$

при $t' > t_n$ –

$$E(\tau; t') = - \int_{t'-t_n}^{t'} E(0; t' - \theta) \sqrt{\frac{D}{\theta}} J_1(2\sqrt{D\theta}) \exp(-2\delta\theta) d\theta + \int_{t'-t_n}^{t'} E(0; t' - \theta) \left[\omega_p \int_0^{\theta} J_1(2\omega_p \sqrt{\alpha(\theta - \alpha)}) \sqrt{\frac{D}{\theta - \alpha}} J_1(2\sqrt{D\alpha}) \exp(-2\delta\alpha) d\alpha \right] d\theta. \quad (6)$$

Здесь $t' = t - z/c$, z – длина трассы, c – скорость света; $\omega_p = 2\pi f_p$, f_p – резонансная частота среды; $\delta = 2\pi \Delta\nu$, $\Delta\nu$ – ширина спектральной линии; $D = \delta\tau$; $\tau = \gamma z$ – оптическая глубина трассы, γ – коэффициент поглощения среды по мощности.

На рис.2 представлена совокупность временных зависимостей напряженности принимаемого поля $E(t'_n)$ и её мгновенное приращение ΔE , вычисленных по (5) и (6) с постоянным шагом по времени $dt = t'_n - t'_{n-1} = 10^{-4} t_n$ для возрастающих величин оптической глубины τ или, что то же, длины трассы. Ширина спектральной линии $\Delta\nu = 0.5$ ГГц отвечает высоте трассы $h \sim 12$ км. Можно видеть, что с увеличением оптической глубины трассы происходят постепенное нарастание искажений и трансформация его огибающей к виду шумоподобного процесса при достаточно регулярно изменяющемся поле в «хвосте».



Количественно степень близости какого-либо процесса и характер случайности оценивают, в том числе, находя для него величину показателем Херста H [7]. Соответствующие величины H для кривых напряженности поля E и её мгновенного приращения ΔE приведены в таблице 1 и соответствуют временным отрезкам $0 \leq t' \leq t_n$. Можно видеть, что во всех случаях они достаточно близки к 0.5. Иначе данные табл.1 можно трактовать как ту или иную степень близости (но не совпадение) соответствующих им процессов гауссовским процессам. Для последних строго доказано равенство $H = 0.5$.

Таблица 1. Показатель Херста.

τ	H	
	E	ΔE
1	0.3870	0.3659
3	0.4328	0.3938
5	0.4439	0.4020
10	0.4475	0.4030
20	0.4641	0.4064
30	0.4721	0.4114
50	0.4933	0.4197
100	0.5131	0.4452
150	0.5135	0.4332

В рамках рассматриваемой постановки задачи получаем, таким образом, что в приемном устройстве радиосистемы должна выполняться обработка смеси двух хаотических временных зависимостей, которыми являются шумоподобное внешнее

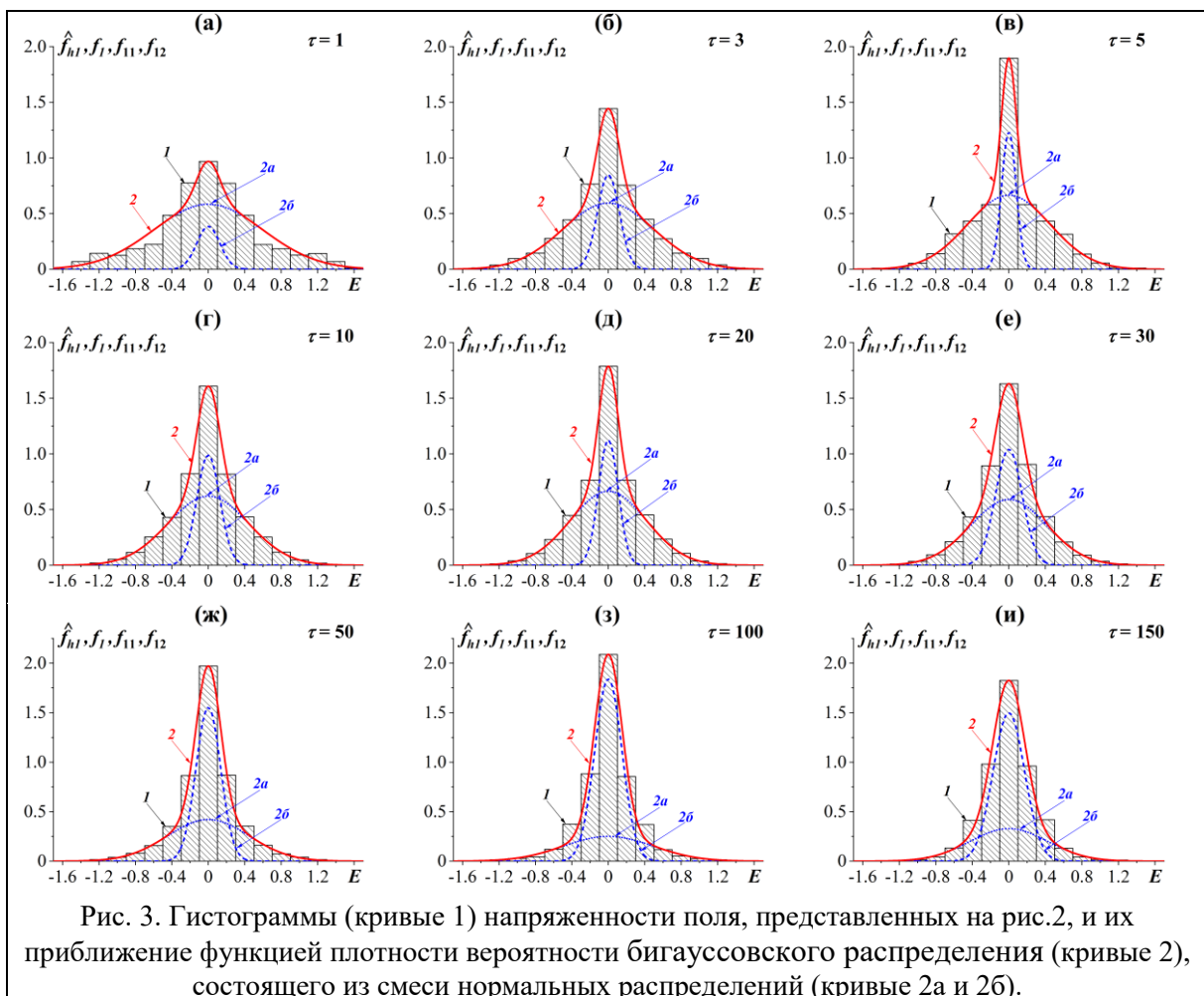
поле и ее собственный (гауссовский) шум. Поэтому представляется необходимым статистическое описание кривых $E(\tau, t')$.

Гистограммы напряженности поля излучения и их аппроксимация

На рис.3 приведена совокупность гистограмм распределения напряженности поля излучения на приемном конце трассы, соответствующих кривым $E(\tau, t')$, изображенным на рис. 2. Ширины бинов одинаковы и равны $\Delta_1 = 0.2$, их число – 15, центральный бин занимает интервал $E \in (-\Delta_1/2; \Delta_1/2]$. Высота i -ого столбца гистограммы равна:

$$\hat{f}_{h1i} = n_i / (Q \cdot \Delta_1), \quad (7)$$

где n_i – частота попаданий величины E в занимаемый ей i -ый интервал (включая его правую границу) и $Q = 10001$ – число отсчетов (объем выборки) величины E на временном отрезке $0 \leq t' \leq t_{и}$ с шагом $\Delta t' = 10^{-4} t_{и}$. В целом можно видеть, что увеличение длины трассы сопровождается выраженной изменчивостью вида соответствующей гистограммы. Методика приближения нормальным распределением по данным выборок описаны в [8]. Рассмотрим приближение напряженности поля бигауссовским распределением. Функцию плотности бигауссовского распределения вероятности для поля E представим в виде (8):



$$f_1(E) = f_{11}(E) + f_{12}(E) = \frac{A_{11}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{11}} \exp\left(-\frac{E^2}{2\sigma_{11}^2}\right) + \frac{A_{12}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{12}} \exp\left(-\frac{E^2}{2\sigma_{12}^2}\right), \quad (8)$$

где $0 < A_{11} < 1$ и $0 < A_{12} < 1$ – «высоты» компонентов бигаусовского распределения, а $\sigma_{11} > 0$ и $\sigma_{12} > 0$ – их стандартные отклонения. Параметры $A_{11}, A_{12}, \sigma_{11}, \sigma_{12}$ находятся из системы уравнений:

$$\begin{cases} A_{11} + A_{12} = 1 \\ A_{11}\sigma_{11}^2 + A_{12}\sigma_{12}^2 = m_{21} \\ 3A_{11}\sigma_{11}^4 + 3A_{12}\sigma_{12}^4 = m_{41} \\ A_{11}/(\sqrt{2\pi}\sigma_{11}) + A_{12}/(\sqrt{2\pi}\sigma_{12}) = \hat{f}_{h1}(0) \end{cases}, \quad (9)$$

где m_{21}, m_{41} – 2-ой и 4-ый моменты выборки величины E соответственно, а $\hat{f}_{h1}(0)$ – значение гистограммы в «нуле» для величины E . Обратим внимание, что первый индекс «1» в (8), (9) и всюду далее означает, что соответствующая величина является характеристикой случайного поля. Система уравнений не всегда имеет решение в области допустимых значений. Параметры распределения представлены в таблице 2.

Таблица 2. Параметры распределения для напряженности поля излучения E

τ	A_{11}	σ_{11}	A_{12}	σ_{12}
1	0.877	0.599	0.123	0.127
3	0.744	0.498	0.256	0.121
5	0.756	0.453	0.244	0.079
10	0.686	0.441	0.314	0.127
20	0.696	0.418	0.304	0.108
30	0.617	0.418	0.383	0.147
50	0.472	0.448	0.528	0.136
100	0.309	0.493	0.691	0.150
150	0.351	0.427	0.649	0.173

Рис.4 полностью аналогичен рис.3 с той разницей, что содержит гистограммы, и результаты их аппроксимации применительно к текущим приращениям напряженности поля на приемном конце трассы, и результаты их аппроксимации. Ширины бинов одинаковы и равны $\Delta_2 = 0.06$, их число – 15, центральный бин занимает интервал $\Delta E \in (-\Delta_2/2; \Delta_2/2]$. Высота i -ого столбца гистограммы здесь равна:

$$\hat{f}_{h2i} = n_i / (Q \cdot \Delta_2), \quad (10)$$

где n_i – частота попаданий величины ΔE в занимаемый ей i -ый интервал (включая его правую границу) и $Q = 10001$ – число отсчетов (объем выборки) величины ΔE на временном отрезке $0 \leq t' \leq t_n$ с шагом $\Delta t' = 10^{-4} t_n$. Соответственно выражение для искомой функции вероятности и система уравнений для ее описания имеют вид:

$$f_2(\Delta E) = f_{21}(\Delta E) + f_{22}(\Delta E) = \frac{A_{21}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{21}} \exp\left(-\frac{(\Delta E)^2}{2\sigma_{21}^2}\right) + \frac{A_{22}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{22}} \exp\left(-\frac{(\Delta E)^2}{2\sigma_{22}^2}\right), \quad (11)$$

где $0 < A_{21} < 1$ и $0 < A_{22} < 1$ – «высоты» компонентов бигаусовского распределения, а $\sigma_{21} > 0$ и $\sigma_{22} > 0$ – их стандартные отклонения. Параметры $A_{21}, A_{22}, \sigma_{21}, \sigma_{22}$ находятся из системы уравнений:

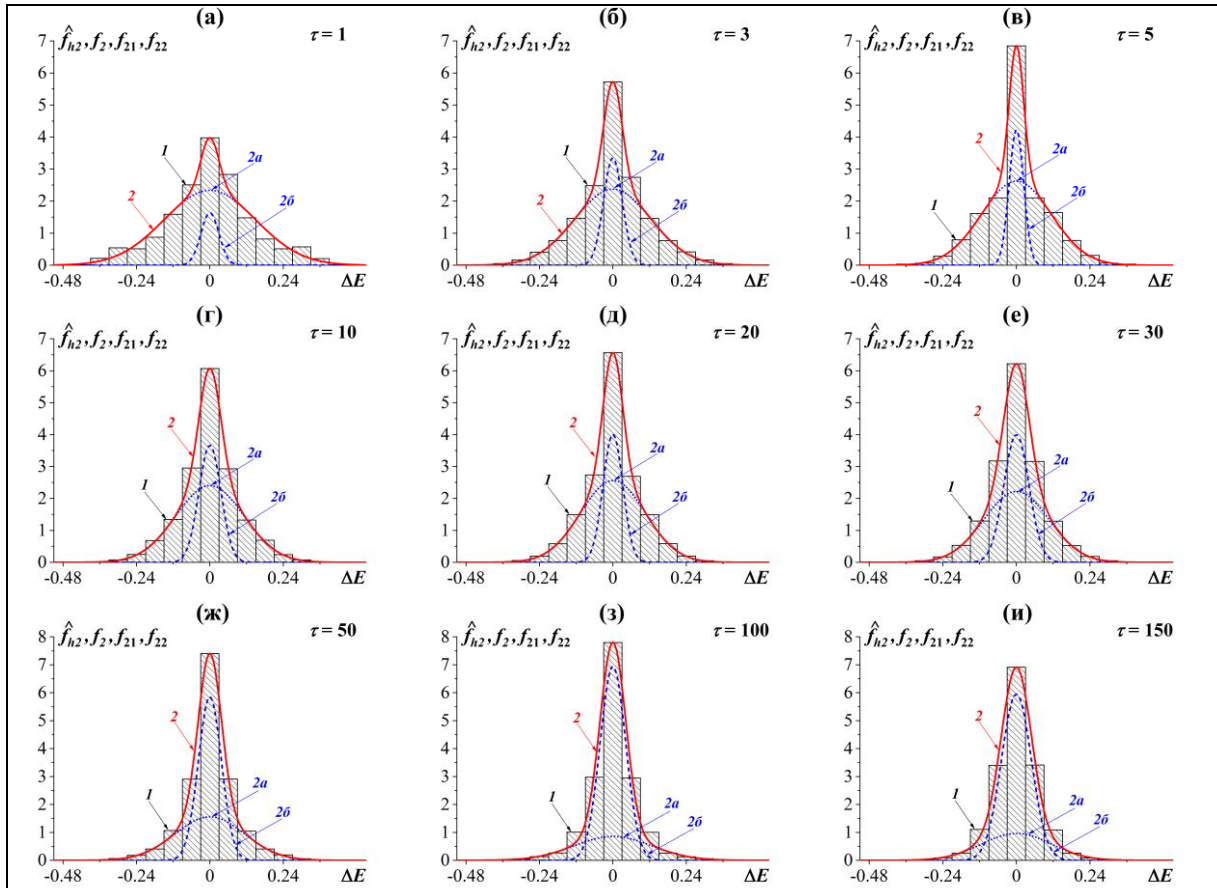


Рис. 4. Гистограммы (кривые 1) мгновенного приращения напряженности поля, представленных на рис.2, и их приближение функцией плотности вероятности бигауссовского распределения (кривые 2), состоящего из смеси нормальных распределений (кривые 2а и 2б).

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{21} + A_{22} = 1 \\ A_{21}\sigma_{21}^2 + A_{22}\sigma_{22}^2 = m_{22} \\ 3A_{21}\sigma_{21}^4 + 3A_{22}\sigma_{22}^4 = m_{42} \\ A_{21}/(\sqrt{2\pi}\sigma_{21}) + A_{22}/(\sqrt{2\pi}\sigma_{22}) = \hat{f}_{h2}(0) \end{array} \right. , \quad (12)$$

где m_{22}, m_{42} – 2-ой и 4-ый моменты выборки величины ΔE соответственно, а $\hat{f}_{h2}(0)$ – значение гистограммы в «нуле» для величины ΔE . Обратим внимание, что первый индекс «2» в (11), (12) и всюду далее означает, что соответствующая величина является характеристикой случайного приращения поля. Система уравнений также не всегда имеет решение в области допустимых значений. Параметры распределения представлены в таблице 3.

Количественно степень соответствия того или иного приближения аппроксимируемым им данным оценивают по различным критериям, за которые, в том числе [9], часто выбирают хи-квадрат χ^2 . В таблице 4 приведены величины χ^2 , найденные по данным рис.3-4.

Можно видеть, что как величины χ^2 при изменении оптической глубины заметно варьируют. Однако, на наш взгляд, для установления каких-либо выраженных тенденций в вариациях величин χ^2 при изменениях оптической глубины трассы требуется дополнительный анализ.

Таблица 3. Параметры распределения для мгновенного приращения напряженности поля излучения ΔE

τ	A_{21}	σ_{21}	A_{22}	σ_{22}
1	0.879	0.150	0.121	0.029
3	0.743	0.125	0.257	0.031
5	0.749	0.114	0.251	0.024
10	0.670	0.111	0.330	0.036
20	0.677	0.105	0.323	0.032
30	0.589	0.106	0.411	0.041
50	0.444	0.114	0.556	0.038
100	0.273	0.127	0.727	0.042
150	0.274	0.113	0.726	0.049

Таблица 4. Критерий согласия χ^2 для гистограмм напряженности поля и его мгновенного приращения, и соответствующего им бигaussовского распределения.

τ	χ^2	
	E	ΔE
1	622.78	508.85
3	51.84	81.96
5	256.81	290.33
10	40.16	40.67
20	78.67	105.28
30	33.19	31.44
50	84.37	91.85
100	361.03	248.29
150	157.93	96.72

Заключение

Изложены результаты анализа напряженности поля выходящего из слоя, для случая излучаемого радиоимпульса терагерцового диапазона с хаотической огибающей в земной атмосфере. Частотный интервал, которому принадлежит спектр импульса, содержит сильную линию водяного пара с резонансной частотой 380.1 ГГц; вариации высоты огибающей импульса во времени моделируются с привлечением отображения Чебышева 1 рода 3 порядка. Показано, что с увеличением длины трассы временные зависимости напряженности поля, регистрируемого на приемном конце трассы, принимают шумоподобный вид с показателем Херста, близким к 0.5. Представленные результаты указывают на возможность статистического приближения напряженности поля и её мгновенного приращения, регистрируемого на приемном конце трассы, бигaussовским распределением. Для гистограмм напряженности поля, приближаемых указанным распределением, вычислены величины критерия χ^2 .

Работа выполнена в рамках Государственного задания ФИРЭ им. В. А. Котельникова РАН.

Литература

1. Вакс В.Л., Бирюков В.В., Кисиленко К.И., Панин А.Н., Приползин С.И., Раевский А.С., Щербаков В.В. Системы беспроводной связи терагерцового частотного диапазона. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 12.
2. Губанов В.П., Ефремов А.М., Кошелев В.И., Ковальчук Б.М., Плиско В.В., Ростов В.В., Степченко А.С., Сухушин К.Н. Генерация и излучение

- сверхширокополосных наносекундных импульсов с мегавольтным эффективным потенциалом. // III Всероссийская Микроволновая конференция. Доклады. М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. 2015. С.4–7
3. Васюта К.С., Малышев А.А., Зоц Ф.Ф. Анализ корреляционных свойств хаотических радиоимпульсов. // Системи обробки інформації. 2012, Т.2. В.3(101). С.22-25.
4. Seventline J.B., Rani D.E., Rajeswari K.R. Ternary Chaotic Pulse Compression Sequences. // Radioengineering. 2010. Vol.19. No.3. P.415–419.
5. Жевакин С.А., Наумов А.П. Распространение сантиметровых, миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн в земной атмосфере. // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 1967. Т.10. № 9-10. С.1213-1243.
6. Стрелков Г.М., Лепехин В.В. Распространение сверхкороткого радиоимпульса в резонансно-поглощающей газовой среде. // VII Всероссийская Микроволновая конференция. (Москва, 2020 г.). Доклады. М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. 2020. С.320–324.
7. Калуж Ю.А., Логинов В.М. Показатель Херста и его скрытые свойства. // Сибирский журнал индустриальной математики. 2002. Т.5. В.4. С.29-37.
8. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. СПб.:Наука. 2001. 295 с.
9. Абусев Р.А. О расстояниях между некоторыми распределениями в многомерном статистическом анализе // Статистические методы оценивания и проверки гипотез: межвузовский сборник научных трудов. 2005. Пермь: Перм. ун-т. 2005. С.4 – 11.