

## **Возбуждение плазмонов в цилиндре из карбида кремния**

Н.Д. Анютин

*Российский Новый Университет  
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 22  
E-mail: [bnikan@mail.ru](mailto:bnikan@mail.ru)*

*Рассмотрена двумерная задача возбуждения плазмонов цилиндрической волной ТМ типа на цилиндре из карбида кремния SiC (6H-SiC). В терагерцовом диапазоне длин волн  $10\text{ мкм} < \lambda < 12\text{ мкм}$  строгими численными методами рассчитаны частотные характеристики поперечника рассеяния, пространственное распределение компоненты поля Hz и диаграммы рассеяния. Исследовано влияние расположения источника цилиндрической волны, радиуса цилиндра и потерь среды на спектры поперечника рассеяния, диаграмму рассеяния и структуру плазмонов в ближней зоне цилиндра. Показано, что резонансы плазмонов отсутствуют для длин волн, в котором диэлектрическая проницаемость карбида кремния удовлетворяет соотношению  $-1 < \epsilon < 0$ .*

*Ключевые слова: Плазмоны, резонансы плазмонов, цилиндр 6H-SiC, поперечник рассеяния, частотная характеристика поля.*

## **Excitation of plasmons in cylinder from Silicon Carbide**

N.D. Aniutin

*Russian New University.*

*The 2D problem of excitation of plasmons by a TM-type cylindrical wave on a silicon carbide SiC (6H-SiC) cylinder is considered. In the terahertz wavelength range  $10\text{ }\mu\text{m} < \lambda < 12\text{ }\mu\text{m}$ , frequency characteristics of the scattering cross section, the spatial distribution of the Hz field component, and scattering diagrams are calculated by rigorous numerical methods. The effect of the location of the source of a cylindrical wave, the radius of the cylinder, and the losses of the medium on the spectra of the scattering cross section, the scattering diagram, and the structure of plasmons in the near zone of the cylinder is studied. It is shown that there are no plasmon resonances for wavelengths at which the permittivity of silicon carbide satisfies the relation  $-1 < \epsilon < 0$ .*

*Keywords: Plasmons, plasmon resonances, 6H-SiC cylinder, scattering cross section, field frequency response.*

### **Введение**

Известно, что на границе раздела плоского слоя однородного и изотропного диэлектрика с отрицательной относительной диэлектрической проницаемостью (например, плоский слой однородной и изотропной плазмы) существуют прямые и обратные поверхностные волны, свойства которых исследовались начиная с середины двадцатого века [1-5]. Далее было показано, что такие волны существуют в слое анизотропной плазмы, ферритах, столбах изотропной плазмы круглых волноводах с диэлектрическим стержнем. В настоящее время исследования свойств поверхностных волн, которые принято называть плазмонами, связано с изучением различных 2D и 3D нано структур из благородных металлов, которые в оптическом диапазоне длин волн обладают свойствами закритической плазмы, т. е. среды с отрицательной относительной диэлектрической проницаемостью. Например, было установлено, что в одиночных нано проводках (цилиндрах) из серебра и золота в оптическом диапазоне длин волн существуют не только плазмоны, но и их резонансы [5-7]. Отметим, что

такие нано проводы находят применение в спектроскопии, а также используются в качестве сенсоров. Резонансы плазмонов в кластерах, образованных двумя или тремя нано цилиндрами (сферами) из серебра рассматривались в работах [8-13].

Укажем, что плазмоны и их резонансы существуют не только на границе таких плазменноподобных сред, как серебро или золото. В терагерцовом диапазоне длин волн ( $10\text{мкм} < \lambda < 12\text{мкм}$ ) среда из карбида кремния SiC (в частности, модификация 6H-SiC) так же обладает отрицательной относительной диэлектрической проницаемостью [14,15], а следовательно, при дифракции электромагнитных волн на структурах из карбида кремния, наблюдается эффект образования поверхностных волн – плазмонов. Этот эффект использовался в спектроскопии ультракрасного диапазона длин волн и при исследовании интегральных характеристик (сечения рассеяния или сечения поглощения) кластеров, образованных сферическими частицами из карбида кремния [1,16-19].

Цель данной работы состоит в исследовании структуры плазмонов и их резонансов, образующихся при дифракции Н поляризованной цилиндрической волны на цилиндре, среда которого представляет собой карбид кремния 6H-SiC.

### Формулировка проблемы

Рассмотрим задачу возбуждения нитевидным источником цилиндра из карбида кремния 6H-SiC для случая ТМ-поляризации падающей электромагнитной волны. Цилиндр имеет радиус  $a$ . Геометрия исследуемой задачи изображена на рис. 1. Предполагается, что длина электромагнитной волны  $\lambda$  принадлежит терагерцовому диапазону длин волн ( $10\text{мкм} < \lambda < 12\text{мкм}$ ), в котором карбид кремния имеет отрицательную диэлектрическую проницаемость (рис. 2).

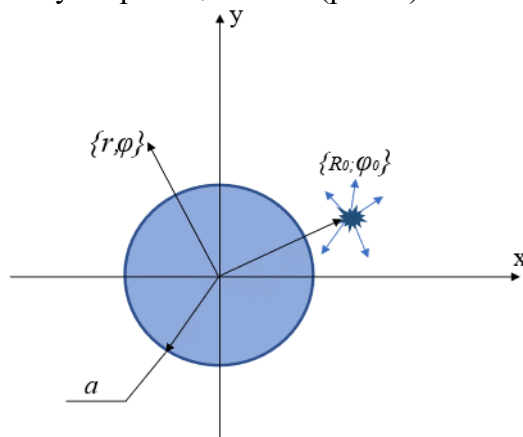


Рис. 1 Геометрия задачи

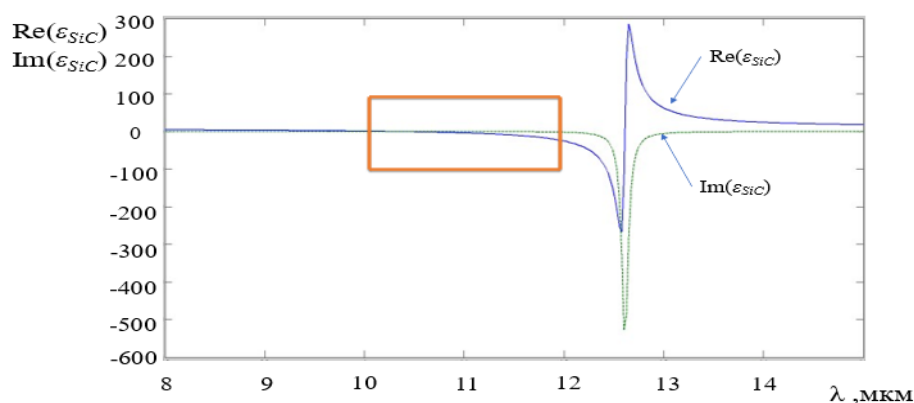


Рис. 2 Зависимость относительной диэлектрической проницаемости

**карбида кремния  $\varepsilon_{SiC}$  от длины волны  $\lambda$ .**

Сформулированная задача сводится к нахождению скалярной функции  $U(r, \varphi) = H_z(r, \varphi)$ , которая в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi)$  должна удовлетворять неоднородному уравнению Гельмгольца:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + k^2 \varepsilon \right] U(r, \varphi) = -\frac{4i}{r} \delta(r - R_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \quad (1)$$

где  $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$  – волновое число в свободном пространстве,  $\omega$  – круговая частота,  $c$  – скорость света в вакууме,  $R_0, \varphi_0$  – цилиндрические координаты источника цилиндрической волны,  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость, которая в цилиндрической системе  $(r, \varphi)$  координат определяется формулой:

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_{SiC}, & r \leq a; \\ 1, & r > a; \end{cases} \quad (2)$$

для задачи, геометрия которой представлена на рис. 1.

Диэлектрическая проницаемость карбида кремния 6H-SiC  $\varepsilon_{SiC}(\omega) = \varepsilon' - i\varepsilon'' \equiv \text{Re}(\varepsilon_{SiC}(\omega)) - i \text{Im}(\varepsilon_{SiC}(\omega))$  в рассматриваемом случае описывается формулой [14, 15]:

$$\varepsilon_{SiC}(\omega) = \varepsilon_{\infty} \left( 1 + \frac{\omega_{LO}^2 - \omega_{TO}^2}{\omega_{LO}^2 + i\omega\gamma - \omega^2} \right) \quad (3)$$

где  $\omega_{LO}, \omega_{TO}$  – имеют смысл резонансных частот,  $\gamma$  – определяет потери карбида кремния,  $\varepsilon_{\infty}$  – статическая диэлектрическая проницаемость.

График зависимости действительной  $\text{Re}(\varepsilon_{SiC}(\lambda))$  и мнимой  $\text{Im}(\varepsilon_{SiC}(\lambda))$  частей относительной диэлектрической проницаемости карбида кремния  $\varepsilon_{SiC}(\lambda)$  от длины волны  $\lambda$  при  $\omega_{LO} = 970 \text{ см}^{-1}$ ,  $\omega_{TO} = 797 \text{ см}^{-1}$ ,  $\gamma = 10 \text{ см}^{-1}$ ,  $\varepsilon_{\infty} = 6.17$  представлен на рис. 2 соответственно кривыми 1 и 2. Из рисунка видно, что в терагерцовом диапазоне длин волн  $10 \text{ мкм} < \lambda < 12 \text{ мкм}$  среда из карбида кремния (в частности, его модификация 6H-SiC, которая имеет очень маленькие потери  $\gamma = 10 \text{ см}^{-1}$ ) обладает отрицательной относительной диэлектрической проницаемостью. На границе цилиндра должны выполняться условия:

$$\begin{aligned} U(r = a - 0, \varphi) &= U(r = a + 0, \varphi), \\ \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial r}(r = a - 0, \varphi) &= \frac{\partial U}{\partial r}(r = a + 0, \varphi), \end{aligned} \quad (4)$$

Граничную задачу (1), (4) будем решать следующим образом. Представим полное поле  $U(r, \varphi)$  вне цилиндров в виде суперпозиции падающего поля цилиндрической волны  $U^0$  и рассеянного поля  $U^S(r, \varphi)$ :

$$U(r, \varphi) = U^0(r, \varphi) + U^S(r, \varphi). \quad (5)$$

Рассеянное поле  $U^S(r, \varphi)$  в цилиндрической системе координат должно удовлетворять условиям излучения в дальней зоне:

$$U(r, \varphi) = \Phi(\varphi) \left( \frac{2}{\pi k r} \right)^{1/2} \exp \left( -i k r + i \frac{\pi}{4} \right) \quad (6)$$

где  $\Phi(\varphi)$  - диаграмма рассеяния цилиндра. Так же важной характеристикой рассеянного поля является поперечник рассеяния  $\sigma_s$ :

$$\sigma_s = \frac{1}{k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi \quad (7)$$

### Численные результаты

Численное решение сформулированной граничной задачи проводилось методом дискретных источников [20-22]. При этом точность решения задачи контролировалась путем вычисления невязки  $\Delta$  граничных условий в середине между точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наихудшим образом [20]). Во всех приведенных ниже расчетах максимальная невязка граничных условий, не превышала величину  $\Delta < 10^{-3}$ .

Рассмотрим сначала ситуацию при которой цилиндр из карбида кремния возбуждается источником цилиндрической волны, имеющим координаты:  $R_0 = 1.5a$ ,  $\varphi = \pi$ . Поведение нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  в зависимости от длины волны  $\lambda$  в отсутствие потерь ( $\gamma = 0$ ) при радиусах цилиндров  $a = 5 \text{ мкм}$ ,  $a = 1 \text{ мкм}$ ,  $a = 0.5 \text{ мкм}$  и  $a = 50 \text{ нм}$  представлено на рис. 3 соответственно кривыми 1-4. Из рисунка 3 следует, что каждая кривая нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  содержит несколько резонансных максимумов. Отметим, что резонансные максимумы кривых имеют место только в области длин волн  $\lambda > 10.55 \text{ мкм}$ , что соответствует области, где значения относительной диэлектрической проницаемости карбида кремния удовлетворяют условию  $\epsilon_{SiC} < -1$ . При  $\lambda < 10.55 \text{ мкм}$ , когда  $0 > \epsilon_{SiC} > -1$ , резонансы нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  отсутствуют. Из рисунка 3 так же видно, что уменьшение радиуса цилиндра приводит к уменьшению числа резонансных максимумов нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  (от 3-х при  $a = 5 \text{ мкм}$  до 1 при  $a = 50 \text{ нм}$ ), уменьшению расстояния между соседними максимумами и увеличению их амплитуд.

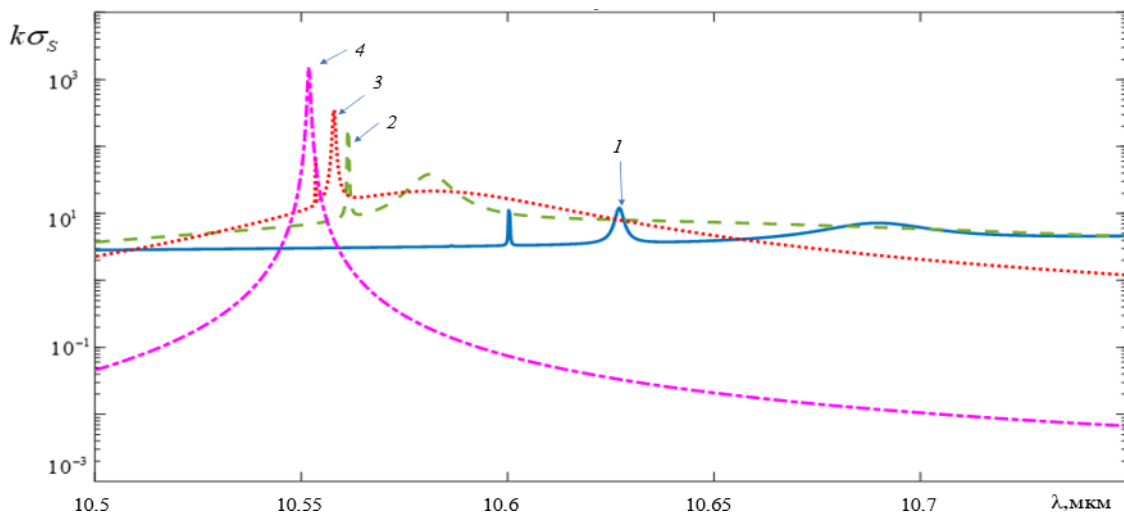
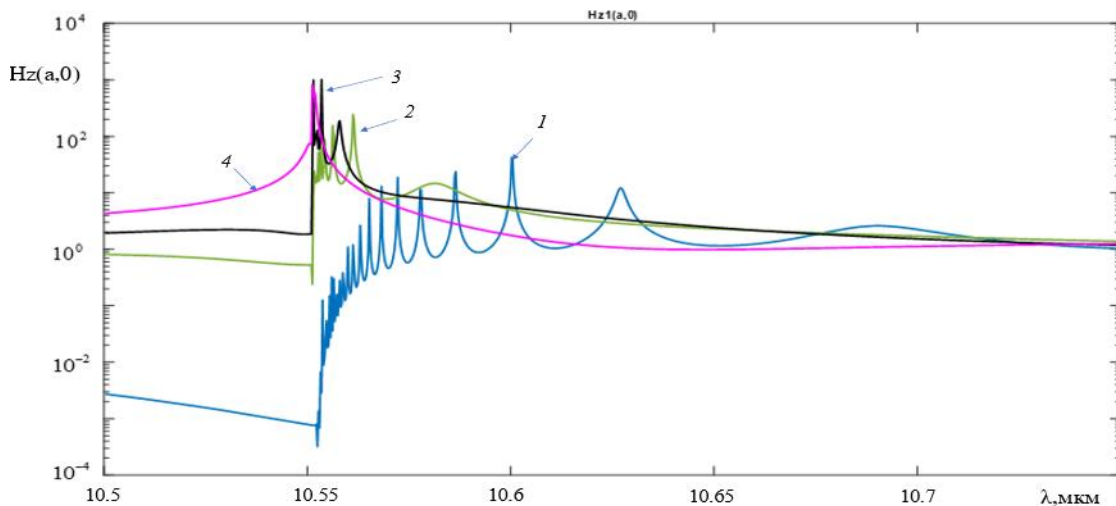


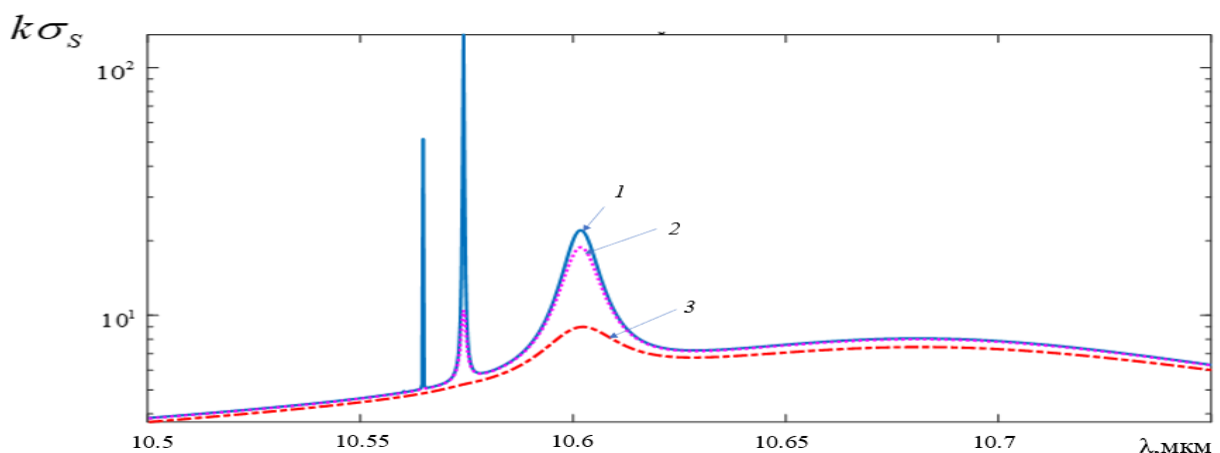
Рис.3 Зависимость нормированного поперечника рассеяния.

Рисунок 4 иллюстрирует поведение компоненты поля  $H_z(a,0)$  в точке  $(a,0)$  на поверхности цилиндра зависимости от длины волны  $\lambda$  в отсутствие потерь ( $\gamma=0$ ) при радиусах цилиндров  $a=5$  мкм,  $a=1$  мкм,  $a=0.5$  мкм и  $a=50$  нм (соответственно кривые 1–4 рисунка). Из рисунка 4 следует, что каждая кривая содержит множество максимумов, число которых зависит от радиуса цилиндра. Каждый максимум соответствует резонансу поверхностных волн (плазмонов). Из рисунка 4 следует, что уменьшение радиуса цилиндра приводит к уменьшению числа резонансов.



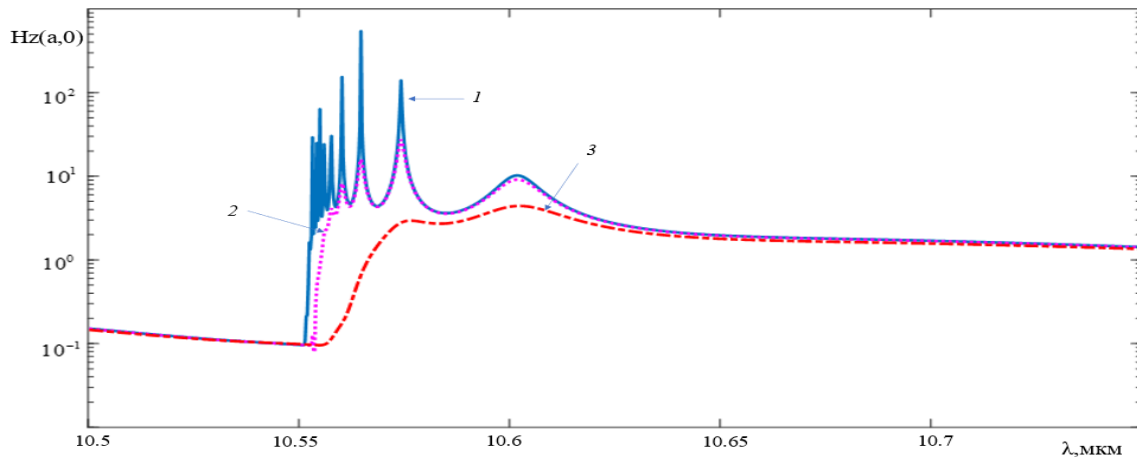
**Рис.4** Зависимость компоненты поля  $H_z(a,0)$  в точке  $(a,0)$  на поверхности цилиндра.

Заметим, что при фиксированном значении радиуса цилиндра число резонансов нормированного поперечника рассеяния не совпадает с числом резонансов компоненты поля  $H_z(a,0)$ . Однако, резонансы компоненты поля  $H_z(a,0)$  отсутствуют в области длин волн  $\lambda < 10.55$  мкм, т.е. когда  $\theta > \epsilon_{SiC} > -1$ . Таким образом, мы показали, что в области длин волн  $\lambda < 10.55$  мкм, когда  $\theta > \epsilon_{SiC} > -1$  резонансы как компоненты поля  $H_z(a,0)$ , так и резонансы нормированного поперечника рассеяния отсутствуют.



**Рис. 5** Зависимость нормированного поперечника рассеяния.

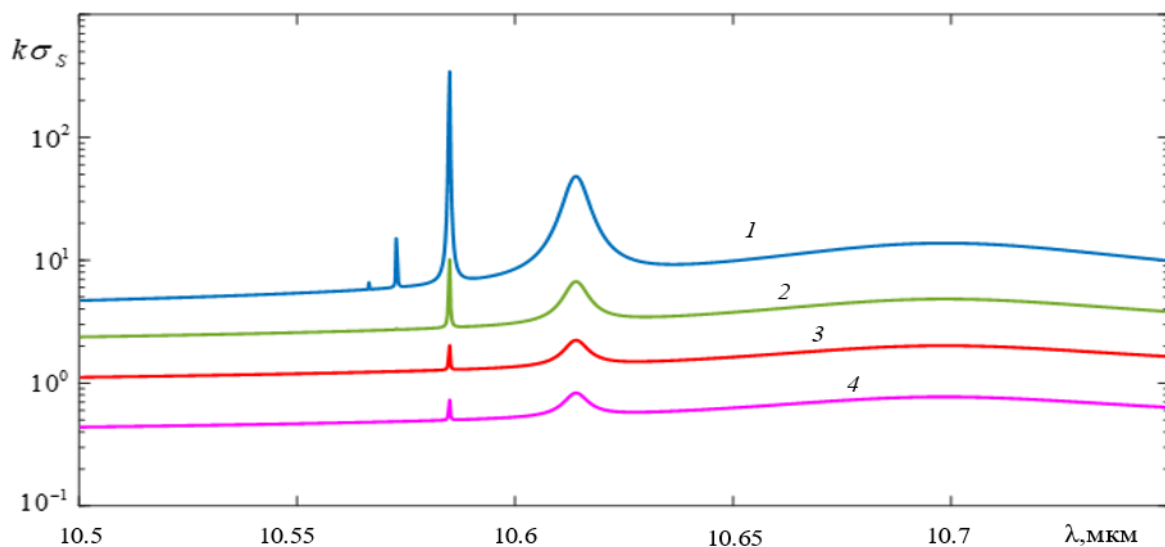
На рисунках 5, 6 представлены результаты расчетов нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  и компоненты поля  $H_z(a,0)$ , иллюстрирующих влияние потерь  $\gamma=0$ . При расчетах полагалось, что радиус цилиндра был равен  $a=2\text{мкм}$ , источник цилиндрической волны имел координаты  $R_0=1.2$ ,  $\varphi_0=\pi$ , а потери принимали значения  $\gamma=0$  (кривая 1 рисунка),  $\gamma=10\text{см}^{-1}$  (кривая 2 рисунка),  $\gamma=100\text{см}^{-1}$  (кривая 3 рисунка).



**Рис. 6** Зависимость компоненты поля  $H_z(a,0)$

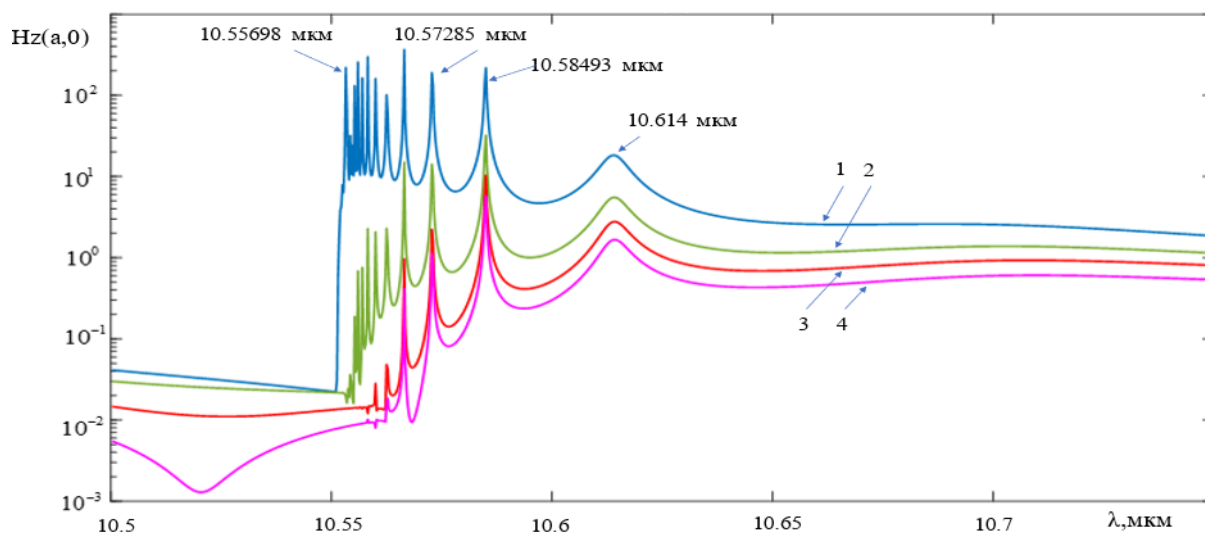
Из рисунков 5, 6 следует, что при малых потерях карбида кремния ( $\gamma=10\text{см}^{-1}$ ) соответствующие кривые нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  и компоненты поля  $H_z(a,0)$  мало отличаются от случая отсутствия потерь  $\gamma=0$ . Однако, при больших потерях карбида кремния ( $\gamma=100\text{см}^{-1}$ ) наблюдаются существенные отличия в их поведении от случая отсутствия потерь  $\gamma=0$ .

Исследование влияния положения источника цилиндрической волны на зависимости нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  и компоненты поля  $H_z(a,0)$  от длины волны показаны на рисунках 7, 8. При расчетах полагалось, что радиус цилиндра был равен  $a=2\text{мкм}$ , потери отсутствовали  $\gamma=0$ , а источник цилиндрической волны имел координаты  $R_0=1.2a$ ,  $\varphi=\pi$  (кривая 1),  $R_0=2a$ ,  $\varphi=\pi$  (кривая 2),  $R_0=4a$ ,  $\varphi=\pi$  (кривая 3),  $R_0=10a$ ,  $\varphi=\pi$  (кривая 4). Из рис. 8 видно, что увеличение расстояния между цилиндром и источником цилиндрической волны приводит как к уменьшению числа резонансов нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$ , так и сказывается на амплитуде их резонансных значений.



**Рис. 7** Зависимость нормированного поперечника рассеяния.

Отметим, что на рис. 8 так же указаны рассчитанные значения резонансных длин волн для соответствующих резонансов плазмонов, которые ниже будут использованы для расчетов ближнего поля  $H_z(r, \varphi)$  цилиндра.

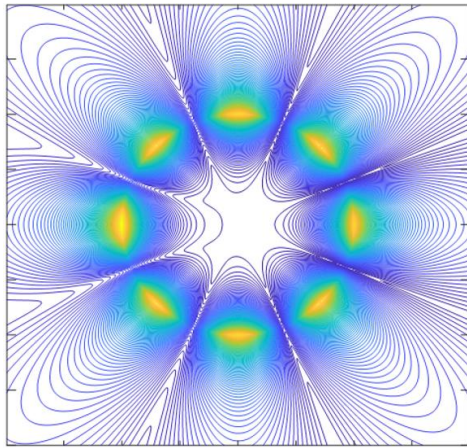


**Рис. 8** Зависимость компоненты поля  $H_z(a, 0)$ .

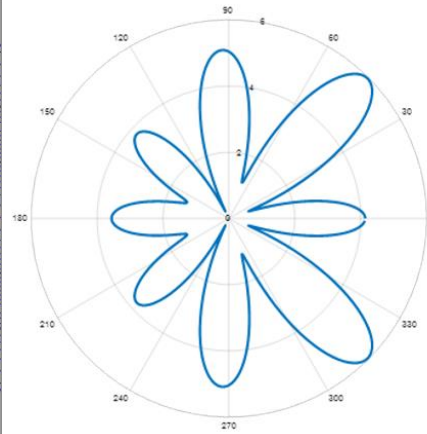
Из результатов представленных на рис. 8 следует, что увеличение расстояния между цилиндром и источником цилиндрической волны, так же, как и в рассмотренном выше случае (см. рис. 8), приводит к уменьшению числа резонансов плазмонов и сказывается на их максимальных значениях.

Рисунки 10 – 13 иллюстрируют результаты расчетов пространственного распределения линий равных амплитуд компоненты поля  $H_z(r, \varphi)$  (а) и диаграммы рассеяния (б) при длинах волн:  $\lambda=10.614 \mu\text{м}$ ,  $\lambda=10.58493 \mu\text{м}$ ,  $\lambda=10.57285 \mu\text{м}$ ,  $\lambda=10.55698 \mu\text{м}$ . Отметим, что эти длины волн соответствуют резонансам поля  $H_z(a, 0)$  - плазмонов (см. рис. 8). При этом на длине волны  $\lambda=10.614 \mu\text{м}$  относительная диэлектрическая проницаемость карбида кремния равна  $\epsilon_{SiC}=-1.03$ , а при  $\lambda=10.55698 \mu\text{м}$  -  $\epsilon_{SiC}=-1.02$ .

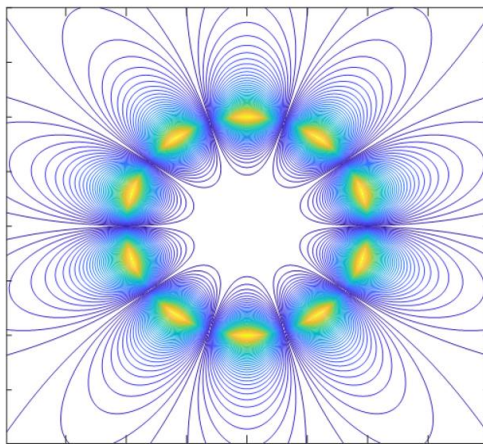




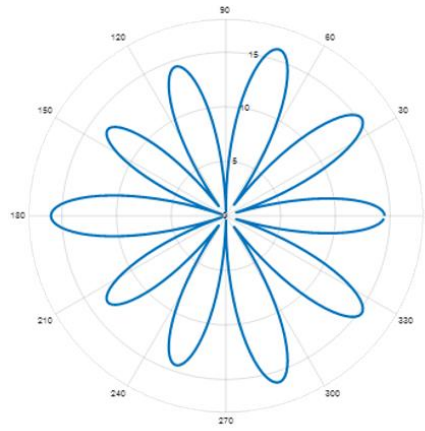
**Рис. 9а**



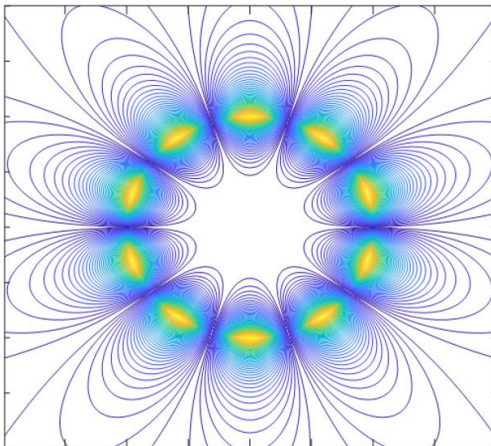
**Рис. 9б**



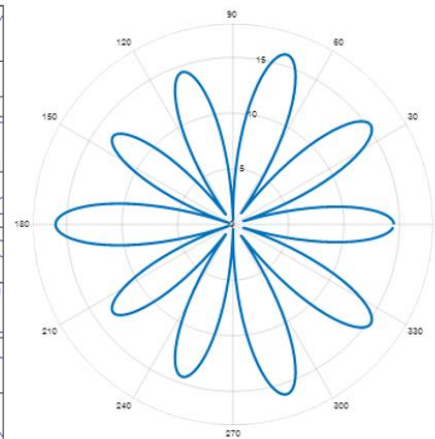
**Рис. 10а**



**Рис. 10б**



**Рис. 11а**



**Рис. 11б**



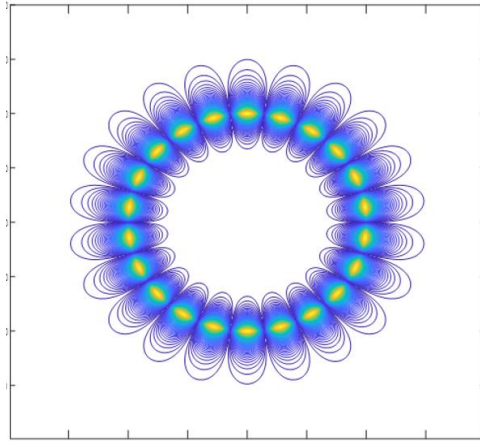


Рис. 12а

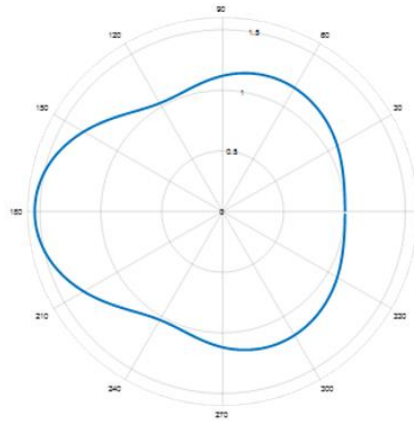


Рис. 12б

**Рис.9 – 12** Пространственное распределение линий равных амплитуд компоненты поля  $H_z(r, \varphi)$  (а) и диаграммы рассеяния (б).

Из данных представленных на рисунках 9а - 12а следует, что на каждой резонансной длине волны наблюдается не связанные друг с другом резонансы поля  $H_z(a, 0)$ . Диаграмма рассеяния при этом имеет лепестковую структуру (см. рис. 9б – 11б). При этом число резонансов (как и число лепестков диаграммы рассеяния) зависит от значения резонансной длины волны. С уменьшением резонансной длины волны, т.е. приближением относительной диэлектрической проницаемости карбида кремния к  $\epsilon_{SiC} \rightarrow -1$ , число резонансов (число лепестков диаграммы рассеяния) увеличивается. Заметим, что в непосредственной близости относительной диэлектрической проницаемости карбида кремния к  $\epsilon_{SiC} \rightarrow -1$  диаграмма рассеяния теряет свою лепестковую структуру (см. рис. 12б).

### Заключение

В результате исследования двумерной задачи дифракции цилиндрической электромагнитной волны ТМ типа на цилиндре из карбида кремния SiC (6H-SiC) установлено, что в терагерцовом диапазоне длин волн ( $10 \text{ мкм} < \lambda < 12 \text{ мкм}$ ) резонансы плазмонов существуют только в области длин волн, для которых относительная диэлектрическая проницаемость карбида кремния  $\epsilon_{SiC} < -1$ . В области  $0 > \epsilon_{SiC} > -1$  резонансы плазмонов не существуют. Установлено, что увеличение радиуса цилиндра, как и увеличение расстояния между источником цилиндрической волны и цилиндром, а также потерь карбида кремния, приводит к уменьшению числа резонансов. Показано, что вдали от  $\epsilon_{SiC} = -1$  для резонансных длин волн диаграмма рассеяния при этом имеет лепестковую структуру с числом лепестков равным числу резонансных максимумов.

### Литература

1. Schumann W.O. // S. B. Akad. D. Wiss. math. Naturwiss. 1948. V. 225. P. 255.
2. Epstein P.S. // Proc. Natl. Acad. Sciences. 1954. V. 40. December. P. 1158.
3. Tamir T., Oliner A.A. // IEEE. 1963. V. 55. № 2. P. 317.
4. Шатров А.Д., Шевченко В.В. // Из. Вузов, Радиофизика. 1974. Т. 17. № 11. P. 1692.
5. Климов В.В. Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
6. Velichko E.A., Nosich A.I. // Refractive-index sensitivities of hybrid surface-plasmon resonances for a core-shell circular silver nanotube sensor. Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.

7. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // Плазмонные резонансы в кварцевой нанонити, покрытой слоем серебра. РЭ. 2015.Т. 60. № 9. С. 896.
8. *Sondergaard T., Bozhevolny S.I.* // Strip and gap plasmon polariton optical resonators . Phys. Stat. Sol. (b). 2008. V. 245. № 1. P. 9.
9. *Sondergaard T.* // Modeling of plasmonic nanostructures: Green's function integral equation methods. Phys. Stat. Sol. (b). 2007. V. 244. № 10. P. 3448.
10. *Giannini V., Sánchez-Gil J. A.* // Calculations of light scattering from isolated and interacting metallic nanowires of arbitrary cross section by means of Green's theorem surface integral equations in parametric. J. Opt. Soc. Am. A. 2007.V. 24. № 9. P. 2822.
11. *Анютин А.П Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // Связанные плазмонные колебания в двух эллиптических цилиндрах из серебра. РЭ. 2017.Т. 62. №12. С. 1197.
12. *Анютин А.П.,*// Связанные плазмонные колебания в кластере из трех серебряных нано цилиндров разного диаметра. РЭ. 2019. Т.64. №.11. С. 1088.
13. *Li K., Stockman M.I., Bergman D.J.* // Self-similar chain of metal nanospheres as an efficient nanolens. Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. № 22. P. 22401.
14. *Wheeler M.S., J., Aitchison S., Mojahedi M.* // Three-dimensional array of dielectric spheres with an isotropic negative permeability at infrared frequencies. Phys. Rev. B. 2005. V.72. № 19. P. 193103
15. *Wang T., Li P.,Hauer B., Chigrin D.N., Taubner T.* // Optical Properties of Single Infrared Resonant Circular Microcavities for Surface Phonon Polaritons . Nano Letters. 2013. V. 13. № 11. P. 5051.
16. *Mutschke H., Andersen A.S., Clement D.,Henning Th.,Peiter G.*// Infrared properties of SiC particle. Astron. Astrophys. . 1999. V. 345. № 1. P. 187.
17. *Andersen A.C., Mutschke H., Posch Th., Min M., Tamanai A.*// Infrared extinction by homogeneous particle aggregates of SiC, FeO and SiO<sub>2</sub>: Comparison of different theoretical approaches. JQSRT. 2006. V. 100. № 1-3.P.4.
18. *Engelbrecht F., Helbig R.*// Effect of crystal anisotropy on the infrared reflectivity of 6H-SiC Phys. Rev. B. 1993. V.48. № 21. P. 15698. № 11. P. 5051.
19. *Schuller J.A., Zia R., Taubner T., Brongersma M.L.*// Dielectric Metamaterials Based on Electric and Magnetic Resonances of Silicon Carbide Particles. Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99, № 11. 107401.
20. Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И. Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: Медиа Паблицер, 2014.
21. *Doicu A., Wriedt T., Eremin Y.* Acoustic and electromagnetic scattering analysis using discrete sources. London: Academic, 2000.
22. Алексидзе М.А. Фундаментальные функции в приближенных решениях граничных задач, М.: Наука,1991
23. *N.D. Anyutin* "Symmetrical and nonsymmetrical excitation of plasmon oscillations in clusters consisting of two 6H-SiC cylinders", Proc. SPIE 12322, Nanophotonics, Micro/Nano Optics, and Plasmonics VIII, 1232212 <https://doi.org/10.1117/12.2641598>