

Математическое моделирование каустической структуры электромагнитных полей, образованной перемещающимися ионосферными возмущениями

Е.В. Михалева¹, А.С. Крюковский¹, Д.В. Растягаев¹

¹ *Российский новый университет
105005, г. Москва, ул. Радио, 22.
E-mail: mihaleva_umu@bk.ru*

Представлены результаты исследований каустической структуры, возникающей при слабо наклонном зондировании ионосферы Земли, содержащей перемещающиеся ионосферные возмущения (ПИВ). Показано, что на поверхности Земли возникают следы двух каустик, образующих каустическое остриё (катастрофа А₃). Исследовано доплеровское смещение частоты вдоль лучей, обусловленное ПИВ.

Ключевые слова: ионосфера, перемещающееся ионосферное возмущение, каустики, каустическое остриё, доплеровский сдвиг, наклонное зондирование

Mathematical modeling of the caustic structure of electromagnetic fields formed by traveling ionospheric disturbances

E.V. Mikhaleva¹, A.S. Kryukovsky¹, D.V. Rastyagaev¹

¹ *Russian New University.*

The results of studies of the caustic structure that occurs during slightly inclined sounding of the Earth's ionosphere containing traveling ionospheric disturbances (TIDs) are presented. It is shown that traces of two caustics appear on the Earth's surface, forming a caustic tip (catastrophe A₃). The Doppler frequency shift along the rays, due to TID, has been studied.

Keywords: ionosphere, traveling ionospheric disturbance, caustics, cusp, Doppler shift, oblique sounding

Введение

Хорошо известно, что при исследовании перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ) доплеровскими методами [1,2] возникают области многолучевости, которые называют S-образными кривыми и обычно связывают с образованием каустик [3-5]. В настоящей работе выполнено математическое и численное моделирование такой каустической структуры на основе расчета бихарактеристической системы уравнений и показано, что S-образные кривые соответствуют каустической особенности (катастрофе) типа каустическое остриё (А₃).

Модель ионосферы и ПИВ

На рис. 1 показана модель электронной концентрации ионосферы. Красной точкой показано положение передатчика, а фиолетовой точкой – приёмника. Расстояние между ними 100 км. Зависимость электронной концентрации от координаты z определялась формулой (1):

$$N = \sum_{j=1}^3 Nm_j \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp[\theta_j] + \theta_j) \right] + N_{TID}, \quad (1)$$

в которой

$$\theta_j = \frac{1}{zd_j} (zm_j - z), \quad (2)$$

$$N_{TID} = Nm_{TID} \exp \left[- \left(\frac{zm_{TID} - z}{zd_{TID}} \right)^2 - \left(\frac{xm_{TID} - x + v_{TID} t}{xd_{TID}} \right)^2 \right] \quad (3)$$

где t – время.

Модель состоит из трёх ионосферных слоёв. Слой F2 имеет максимальное значение электронной концентрации $N_f \approx 561828,0 \text{ см}^{-3}$. Он расположен на высоте $zm_1 = 263 \text{ км}$ и имеет эффективную полуширину $zd_1 = 55 \text{ км}$. На рис. 1 он показан жёлтым цветом. Слой F1 расположен на высоте $zm_2 = 196 \text{ км}$ и имеет эффективную полуширину $zd_2 = 40 \text{ км}$. Значение его максимальной электронной концентрации составляет $N_2 \approx 70254,3 \text{ см}^{-3}$. Наконец, слой E расположен на высоте $zm_3 = 108 \text{ км}$ и имеет эффективную полуширину $zd_3 = 12,5 \text{ км}$. На рис. 1 он показан как голубая зона. Максимальное значение электронной концентрации в E-слое $N_3 \approx 104611,7 \text{ см}^{-3}$.

Правое слагаемое в формуле (1) определяет ПИВ. В нашей модели ПИВ распространяется горизонтально в направлении от источника излучения к приёмному устройству со скоростью $v_{TID} = 200 \text{ м/с}$. Максимальное значение электронной концентрации ПИВ – $Nm_{TID} = 1,9 \times 10^5 \text{ см}^{-3}$. Эффективный размер ПИВ по вертикали (полувысота) $zd_{TID} = 10 \text{ км}$, эффективный размер ПИВ по горизонтали (полудлина) $xd_{TID} = 40 \text{ км}$. Положение центра ПИВ определяют координаты xm_{TID} и zm_{TID} . Высота центра ПИВ $zm_{TID} = 200 \text{ км}$. Когда горизонтальная координата $xm_{TID} = 50 \text{ км}$, центр ПИВ находится посередине трассы. На рис.1 центр ПИВ находится на расстоянии 135 км от источника по горизонтали, то есть уже за приёмником.

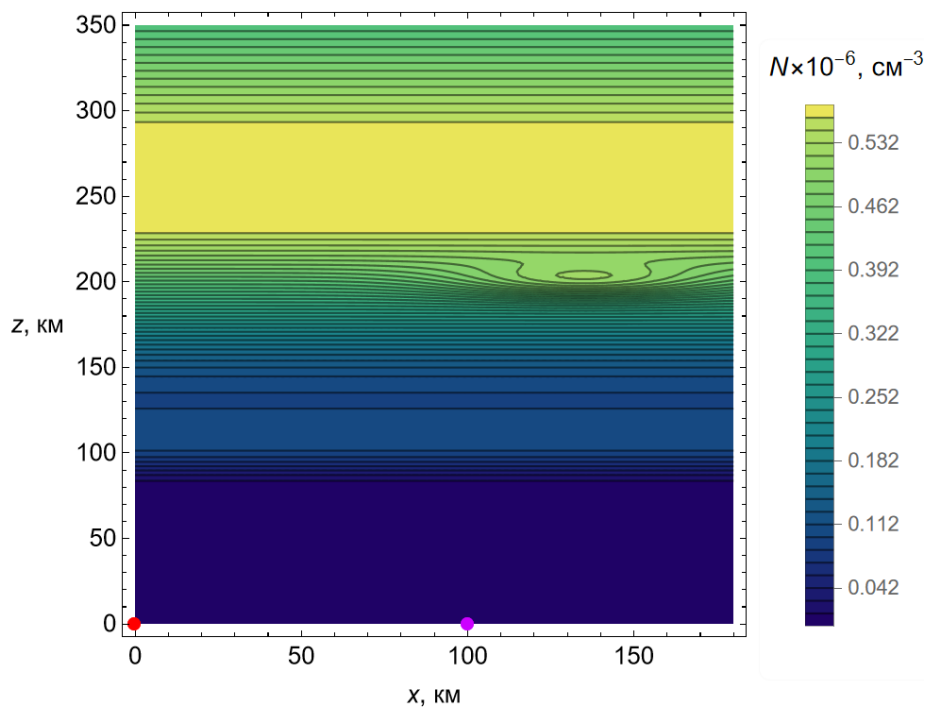


Рис. 1. Линии равных уровней электронной концентрации в плоскости (x,z) , $x_d = 135 \text{ км}$

Бихарактеристическая система, лучевые траектории и доплеровское смещение частоты вдоль траекторий

Для расчёта лучевых траекторий нами использована бихарактеристическая система уравнений Гамильтона-Лукина [6]:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \left(2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega}, \quad \frac{d\omega}{dt} = - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial t} / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega}, \quad (4)$$

в которой \vec{r} – координаты луча, \vec{k} – волновой вектор, ω – круговая частота, а ε – эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения [7]:

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y \sin^2 \theta \pm \sqrt{Y^2 \sin^4 \theta + 4Y(1-X)^2 \cos^2 \theta}}. \quad (5)$$

В формуле (5)

$$X = \frac{4\pi e^2 N(\vec{r})}{\omega^2 m_e}, \quad Y = \left(\frac{e H_0}{m_e c \omega} \right)^2, \quad (6)$$

где m_e – это масса электрона, e – заряд электрона, θ – угол между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли \vec{H}_0 . Система (4) содержит 7 обыкновенных дифференциальных уравнений. Последнее уравнение определяет изменение частоты вдоль траектории в случае нестационарности среды распространения. Метод бихарактеристик активно применялся при изучении распространения частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере Земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля [8], а в работах [9-11] был использован для математического моделирования распространения пространственно-временных радиосигналов в стационарной и нестационарной плазме. В данном случае нестационарность связана с движением ПИВ. Рассмотрен случай, когда вектор напряженности магнитного поля лежит в плоскости выхода луча (x, z).

На рис.2 а показана лучевая структура в плоскости (x, z), а на рис. 2 б доплеровский сдвиг вдоль лучей. Начальная частота излучения $f_0=6,2$ МГц.

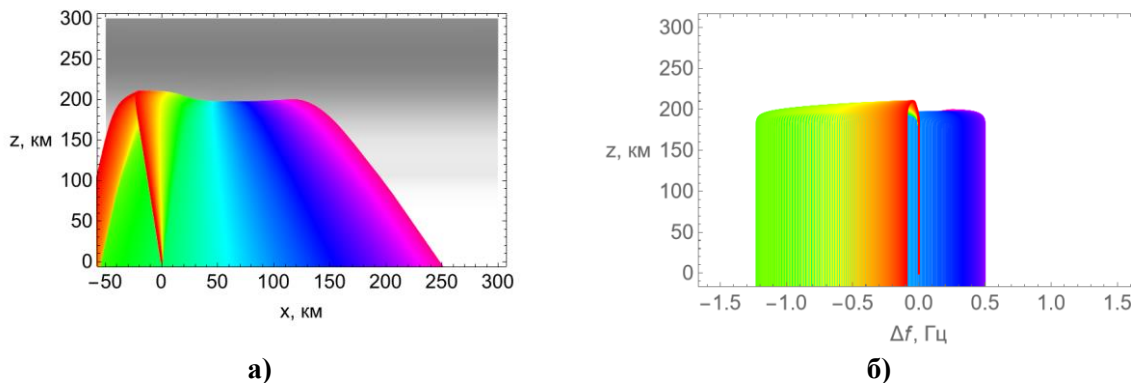


Рис. 2. Характеристики распространения: а) – лучевые траектории, б) – доплеровский сдвиг вдоль лучей; положение центра ПИВ $x_{dPIB} = 55$ км

Показан 301 луч. Цвет траектории соответствует углу выхода луча. Серым цветом на рис. 2 а показано распределение электронной концентрации. Центр ПИВ в данном случае расположен близко к середине траектории между передатчиком и приёмником (рис. 2 а). Видно, как под влиянием ПИВ прогибается верхняя каустика (оглабающая семейства лучей).

Анализ рис. 2 б показывает, что основной доплеровский сдвиг происходит в верхней части траектории.

Результаты математического моделирования

На рис. 3 показано изменение частота излучения Δf вдоль поверхности Земли, обусловленное движением ПИВ (доплеровский сдвиг частоты).

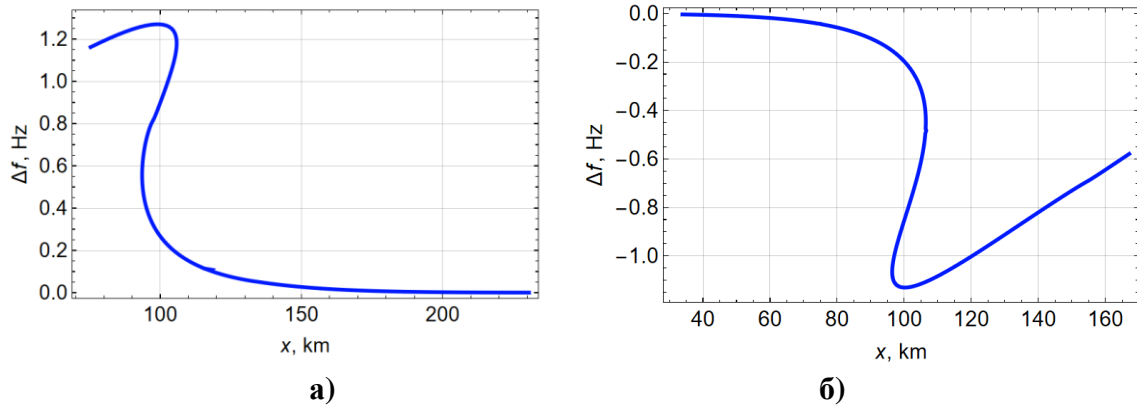


Рис. 3. Зависимость доплеровского сдвига частоты Δf от расстояния x , а) $-xd_{TID} = -20$ км; б) $-xd_{TID} = 135$ км.

Выбрано два положения центра ПИВ (до источника (а) и после приёмника (б)), при которых возникает многолучёвость в точке приёма (100 км). Это и есть S-образные кривые. Видно, что когда центр ПИВ левее точки приёма, доплеровский сдвиг положительный, а когда правее источника – отрицательный и может по модулю превышать 1 Гц. Точки графиков, которые имеют вертикальные касательные, соответствуют каустикам. Поэтому очевидно, что в обоих случаях имеет место каустическое остриё – катастрофа A_3 [12,13].

На рис. 4 показаны зависимости группового времени прихода сигнала из источника в приёмник для двух положений центров ПИВ: (а) – до источника и (б) – после приёмника.

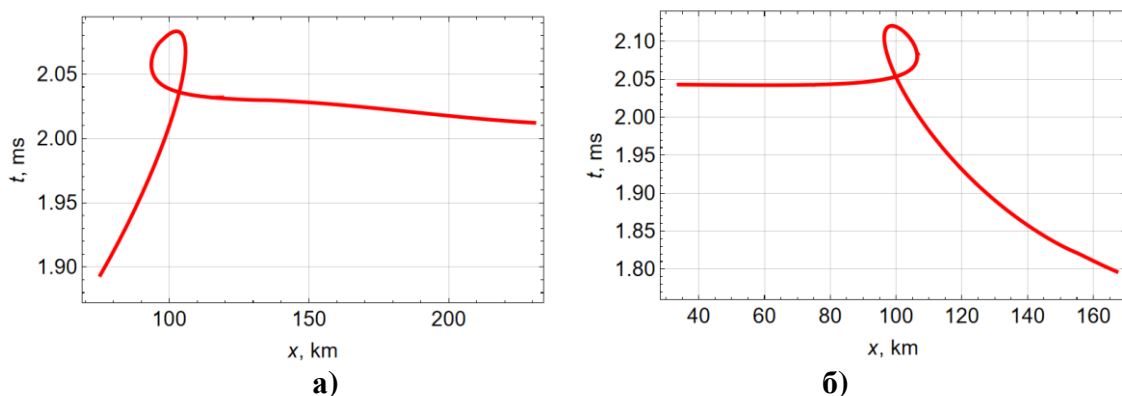


Рис. 4. Зависимость группового времени t от расстояния x , а) $-xd_{TID} = -20$ км; б) $-xd_{TID} = 135$ км.

На этих рисунках S-образные кривые не образуются, но образуются петли времени: в приёмник приходят три луча каждый со своим временем запаздывания. По-прежнему точки графиков, которые имеют вертикальные касательные, соответствуют каустикам. При изменении положения центра ПИВ петля времени движется вдоль поверхности земли.

На рис. 5 показаны зависимости угла выхода луча из источника в приёмник также в двух случаях: (а) – положение центра ПИВ до источника и (б) – положение центра ПИВ

после приёмника. На этих рисунках, как и на рис. 3, также образуются S-образные кривые.

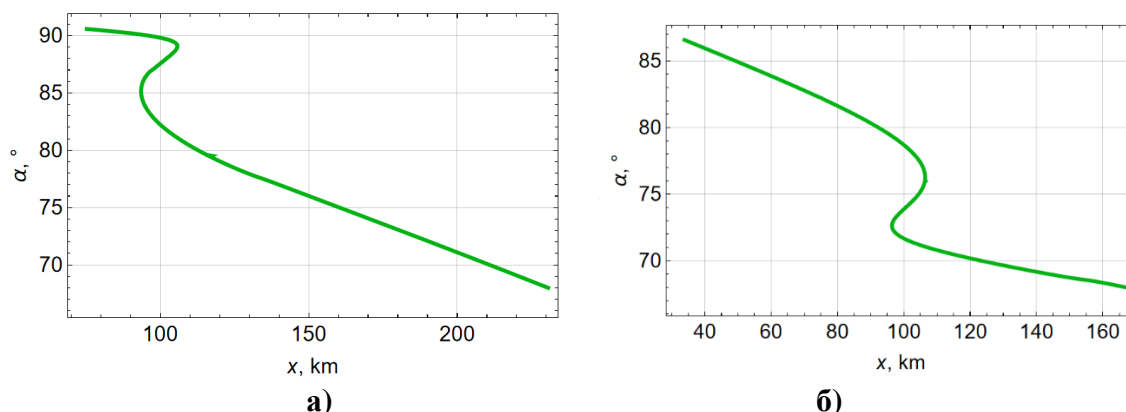


Рис. 5. Зависимость угла выхода луча α от расстояния x , а) – $xd_{TID} = -20$ км; б) – $xd_{TID} = 135$ км.

Таким образом видно, что в приёмник приходят три луча, вышедших из источника излучения под разными углами.

Лучевая структура в окрестности каустики показана на рис. 6. Количество лучей (61), участвовавших в формировании структуры показанной на рис. 6 а почти в 5 раз меньше, чем на рис. 2. Поэтому видно, как лучевой поток перекручивается в конфигурационном пространстве.

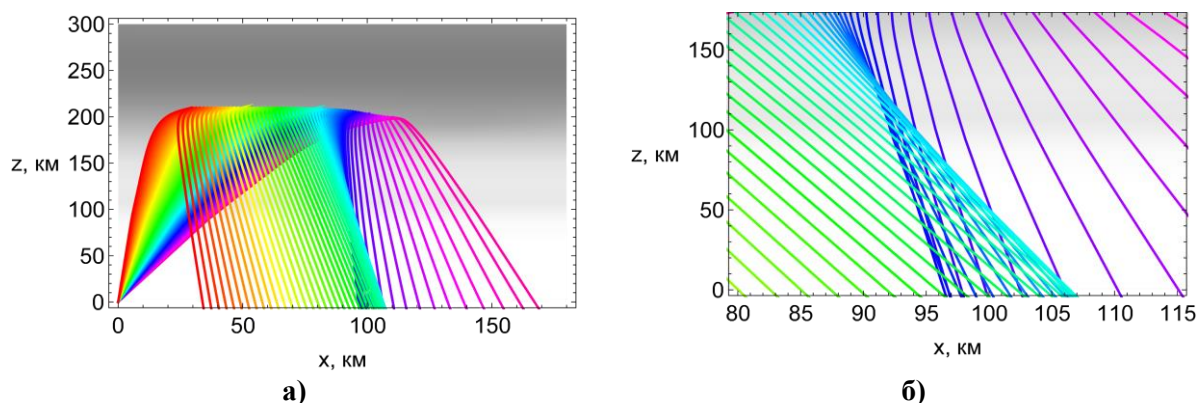


Рис. 6. Характеристики распространения: а) – лучевые траектории, б) – окрестность каустического острья; положение центра ПИВ $xd_{TID} = 135$ км

Рис. 6 б – это фрагмент рис. 6 а, на котором показана окрестность каустического острья. Голубым цветом показана верхняя каустика, а синим нижняя, причем область многолучевости занимает достаточно большой объём в пространстве – по высоте от 0 до 120 км.

Если уменьшить частоту, центр каустического острья опускается на поверхность земли, как это показано на рис. 7 а и б. При этом S-образный участки кривых, описывающих зависимости доплеровского сдвига частоты и угла выхода лучей, переходят в вертикальные линии (рис. 8), а петля времени вырождается в точку возврата – каустическое остриё (рис.9).

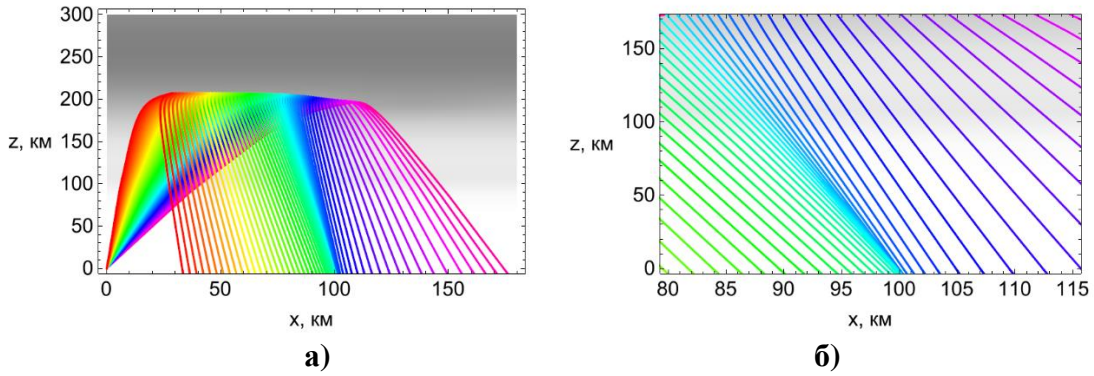


Рис. 7. Характеристики распространения: а) – лучевые траектории, б) – окрестность каустического острия; положение центра ПИВ $xd_{TID} = 133$ км

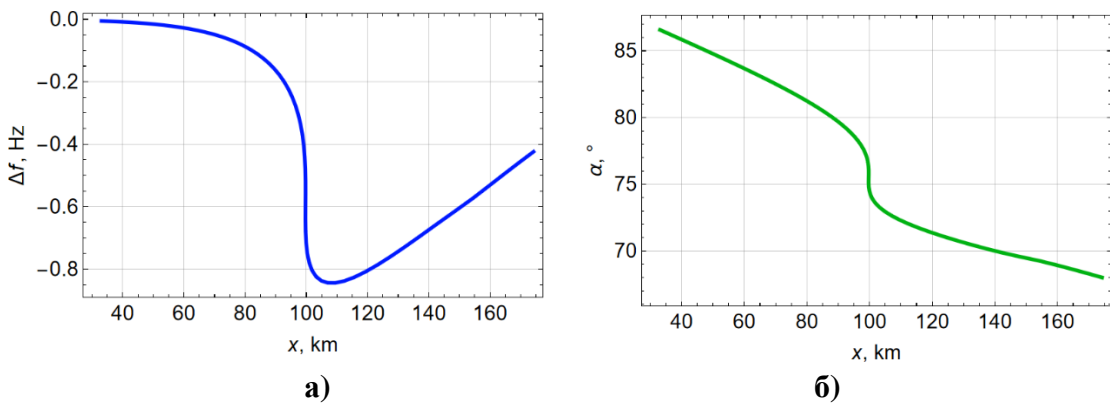


Рис. 8. Зависимость от расстояния x : а) – доплеровского смещения частоты, б) – угла выхода луча α ; $xd_{TID} = 133$ км.

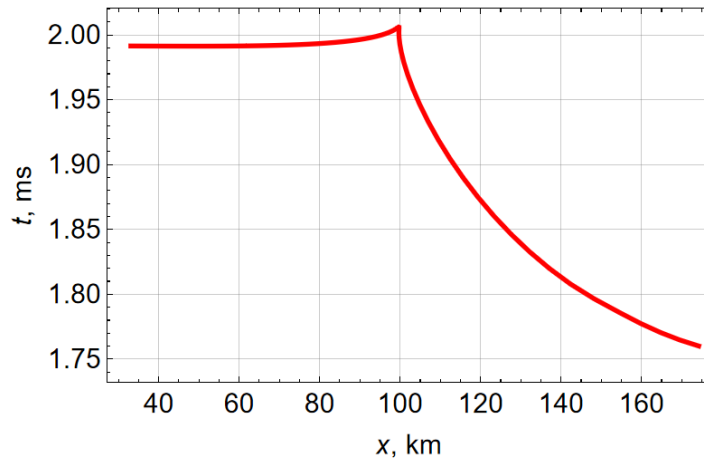


Рис. 9. Зависимость группового времени t от расстояния x ; $xd_{TID} = 133$ км.

Выводы

Таким образом, в работе выполнено математическое моделирование лучевой структуры радиоволн, возникающей при движении ПИВ в верхнем ионосферном слое и показано, что при этом возникает каустическая структура типа «каустика острия» (катастрофа A_3), что отражается на доплеровских кривых в виде S-образных линий и на кривых, описывающих зависимости задержек от расстояния в виде петель времени.

Авторы выражают благодарность профессору Д.С. Лукину за полезные советы и конструктивную критику.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-12-00299.

Литература

1. Лукин Д.С., Школьников В.А. Численный метод расчета эффекта Доплера и приведённой разности доплеровских частот радиоволн, излучаемых когерентно с ИСЗ // Космические исследования, 1968. Т.6, № 3. С.389-394.
2. Лукин Д.С., Школьников В.А. Исследование влияния регулярных горизонтальных градиентов, локальной и интегральной электронных концентраций ионосферы на величину и характер изменения вдоль орбиты ИСЗ приведённой разности доплеровских смещённых частот // Космические исследования, 1972. Т.10, № 1. С.66-72.
3. Лукин Д.С., Заец П.Г., Макальский С.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А., Палкин Е.А. Доплеровский метод экспериментального исследования квазиволновых процессов в ионосфере // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Горький, 19–20 июня 1981 г. М.: Наука, 1981. Т.1. С. 49–52.
4. Заец П.Г., Ипатов Е.Б., Лукин Д.С., Макальский С.А., Палкин Е.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А. Экспериментальные исследования доплеровских спектров КВ-сигналов, излучаемых с ИСЗ // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Горький, 19–20 июня 1981 г. М.: Наука, 1981. Т.1. С. 238–240.
5. Гузминов П.П., Заец П.Г., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Чешев Ю.В. Исследование ионосферы амплитудно-доплеровским методом. постановка эксперимента, методика обработки данных на ЭВМ // Распространение и дифракция волн в неоднородных средах. М.: МФТИ, 1989. С. 15–23.
6. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере. // Космические исследования, 1967. Т. 5. Вып. 4. С. 593–600.
7. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973. 502 с.
8. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Распространение частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 1. С. 3–14.
9. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2013. № 4. С. 47–52.
10. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения радиоволн в нестационарной плазме с учетом кривизны поверхности Земли и ионосферных слоев // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2016. № 1-2. С. 34–40.
11. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Численное моделирование распространения пространственно-временных частотно-модулированных радиоволн в анизотропной среде // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 9. С. 40–47.
12. Крюковский А.С., Лукин Д.С. К вопросу о поле в окрестности каустического острия в ионосферном плазменном слое // Радиотехника и электроника. 1981. Т. 26. № 6. С. 1121–1126.
13. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численное сравнение двух асимптотических методов решение задач дифракции волн в плавно неоднородных

средах. // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 1. С. 79–88.