

**Климатическая модель индекса атмосферной рефракции по данным радиозатменного зондирования.**

А. В. Шмаков<sup>1</sup>, М. Е. Горбунов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН,  
119017, Москва, Пыжевский пер., 3  
E-mail: ldr@ifaran.ru*

<sup>2</sup> *Гидрометцентр России,  
123242, Москва, Б. Предтеченский пер., 11-13  
E mail: gorbunov@ifaran.ru*

*Радиозатменное зондирование атмосферы Земли с помощью навигационных спутников зарекомендовало себя как эффективный инструмент восстановления параметров земной атмосферы и глобального прогноза погоды. Точность и оперативность получения радиозатменных данных позволяет активно усваивать их мировыми центрами прогноза погоды. В этой работе нами проведена апробация методики построения климатической модели индекса атмосферной рефракции на основе данных спутниковых радиозатменных наблюдений, полученных в эксперименте COSMIC/FORMOSAT (Constellation Observing System for Meteorology, Ionosphere, and Climate (COSMIC)/Formosa Satellite Mission) за период с середины 2007 года по 2009 год. Для разработанной модели получены зависимости индекса рефракции от высоты, долготы, широты и дня года.*

*Ключевые слова: радиозатменное зондирование, индекс рефракции, климатическая модель*

**Climate Model of the Atmospheric Refraction Index Based on Radio-Occultation Sounding Data**

A.V. Shmakov<sup>1</sup>, M.E. Gorbunov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics RAS,*

<sup>2</sup> *Hydrometeorological Center of Russia,*

*Radio occultation sounding of the Earth's atmosphere using navigation satellites has proven to be an effective tool for reconstructing the parameters of the Earth's atmosphere and global weather forecast. The accuracy and efficiency of receiving radio occultation data allows them to be actively assimilated by the world weather forecast centers. In this work, we tested the methodology for constructing a climate model of the atmospheric refractivity index based on satellite radio occultation data obtained in the COSMIC/FORMOSAT experiment (Constellation Observing System for Meteorology, Ionosphere, and Climate (COSMIC)/Formosa Satellite Mission) for the period from mid-2007 year to 2009. For the developed model, dependences of the refraction index on height, longitude, latitude and day of the year were obtained.*

*Keywords: radio occultation, refraction index, climatological model*

**Введение**

Первый радиозатменный эксперимент по зондированию атмосферы Венеры был проведен 1967 году [1] с борта автоматической межпланетной станции Mariner V. Передаваемые с космического аппарата радиосигналы, проходили атмосферу планеты и

принимались на Земле. Измеренные амплитуды и фазы использовались для восстановления атмосферного давления, температуры и концентрации составляющих атмосферы (например, углекислого газа). Тот же метод позже использовался для изучения атмосферы Марса [2] и Нептуна [2]. И только в конце 1990-х годов ученые начали применять методы радиозатменного зондирования к атмосфере Земли, используя сигналы глобальной навигационной системы GPS в качестве источников [3,4]. Высокая стабильность частоты излучения 24 навигационных спутников GPS обеспечивает необходимую точность для восстановления параметров земной атмосферы. Приемником сигнала выступает один или несколько спутников, находящихся на низкой околоземной орбите LEO (Low Earth Orbit). Были проведены эксперименты CHAMP [5], COSMIC-1 [6], GRAS, [7] и COSMIC-2 [8]. В последнее время, не только государственные, но и частных компаний (например, SPIRE, GeoOptics, Planet IQ) запустили группировки малых спутников CubeSat [9], которые проводят радиозатменное зондирование атмосферы. Точность данных таких группировок сопоставима с точностью таких экспериментов COSMIC и COSMIC 2, несмотря на более низкое отношение сигнал/шум [10,11]. Метод радиозатменного зондирования атмосферы Земли обладает целым рядом достоинств [12] и это привело к тому, что количество используемых радиозатменных данных вышли на второе место среди всех спутниковых измерений, усваиваемых мировыми центрами прогноза погоды [13]. Подробнее принципы спутникового радиозатменного зондирования атмосферы Земли изложены одним из авторов данной статьи в монографии [14]

На первом этапе восстановления метеопараметров атмосферы из измеренных амплитуды и фазовой задержки сигнала определяют профиль угла атмосферной рефракции [15], который включает в себя ионосферную и нейтральную компоненты. Ионосферная коррекция, т.е. удаление ионосферной составляющей, позволяет восстановить профиль угла рефракции нейтральной атмосферы, пользуясь дисперсионным соотношением для фазовых измерений на двух частотах системы GPS. Метод подавления остаточных ионосферных шумов основан на применении статистической регуляризации [16], позволяющего оценить наиболее вероятный профиль угла рефракции на основе измерений и априорной информации о среднестатистическом профиле угла рефракции. В [17] был предложен подход к построению среднеклиматической модели угла рефракции на основе усреднения по статистически однородным ансамблям.

В Датском Метеорологическом Институте этот подход позволил разработать модель BAROCLIM (Bending Angle Radio Occultation Climatology) [19] на основе данных эксперимента COSMIC [20] за 2006-2012 годы. В 2016 году авторами была разработана аналогичная среднестатистическая модель угла рефракции BA-IAP (Bending Angle – Institute of Atmospheric Physics), построенная на основе радиозатменных данных COSMIC за 2006–2013 годы [211]. Модель BA-IAP лучше описывает среднестатистические углы рефракции по сравнению с моделью MSIS. Как модель BAROCLIM, так и модель BA-IAP используют отдельные наборы коэффициентов для каждого месяца. Дальнейшее развитие климатологической модели угла рефракции состоит в переходе к непрерывному времени: модель должна быть непрерывной функцией дня года. Методика построения такой модели была разработана авторами ранее.

Целью данной работы является валидации методики построения климатической модели индекса рефракции на основе данных эксперимента COSMIC. Для этого будут обработаны профили индекса рефракции, восстановленные из радиозатменных данных за период с середины 2007 по 2009 годы, с помощью программы OCC, разработанной одним из авторов данной работы [14,15]. Полученные модельные профили индекса

рефракции будут сравниваться с исходными в трех широтных диапазонах: на экваторе (от 5° ЮШ до 5° СШ), средних (40-50°) и высоких широтах (>80°).

### Краткое описание модели.

Для нашей регрессионной модели мы выбрали 4 предиктора:

высота  $h$ , в виде полиномов Чебышева  $T_n(zh)$ ;

широта  $\varphi$  в виде  $1, \cos(\varphi), \sin(\varphi), \cos(2 \cdot \varphi), \sin(2 \cdot \varphi), \cos(3 \cdot \varphi), \sin(3 \cdot \varphi)$ ;

долгота  $\lambda$  в виде  $1, \cos(\lambda), \sin(\lambda), \cos(2 \cdot \lambda), \sin(2 \cdot \lambda)$ ;

день года  $t$  в виде  $1, \tau$ ;

где  $n$  – порядок многочлена равный в нашем случае 10,  $zh(h) = 2 \cdot \frac{(h-h_0)}{(h_M-h_0)} - 1$  и  $h_M$

максимальная высота наблюдения,  $h_0$  минимальная высота,  $\tau = 2 \cdot \frac{(t-1)}{364} - 1$

Адаптивные функции  $\omega^j$  строятся как перекрестные произведения этих четырех наборов предикторов и в результате общее количество получается  $j = 10 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 700$ . Внутри каждой группы предикторов перекрестного перемножения не делается, так как полученные адаптивные функции не будут линейно независимыми. Подробное описание построения модели в [222]

В общем случае регрессионная модель в которой мы аппроксимируем наблюдаемые профили индекса рефракции  $y_i$  как линейную комбинация адаптивных функций  $\omega^j$  предикторов  $x_i$ , где нижний индекс  $i$  определяет количество наблюдений, а верхний индекс  $j$  количество адаптивных функций представляется в виде

$$y_i = \sum_j \alpha^j \cdot \omega^j(x_i) \quad (1)$$

обозначая

$$K_{ij} = \omega^j(x_i), \quad (2)$$

запишем (1) в матричном представлении

$$\mathbf{y} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{a} \quad (3)$$

где  $\alpha^j$  коэффициенты регрессии, минимизирующие соотношение

$$(\mathbf{y} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{a})^T (\mathbf{y} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{a}) = \min \quad (4)$$

И решением (3) методом наименьших квадратов в матричной форме [22] будет

$$\mathbf{a} = (\mathbf{K}^T \cdot \mathbf{K})^{-1} (\mathbf{K}^T \cdot \mathbf{y}) \quad (5)$$

В результате перемножения  $\mathbf{K}^T \cdot \mathbf{K}$  получится квадратная и симметричная матрица, обозначим ее  $\mathbf{A}$

$$A_{j \times j} = \sum_p K_{jp} \cdot K_{pj} \quad (6)$$

Вектор, полученный в результате перемножения  $\mathbf{K}^T \cdot \mathbf{y}$ , обозначим  $\mathbf{z}$

$$z_j = \sum_i K_{ji} \cdot y_i \quad (7)$$

Запишем уравнение (5) для вычисления коэффициентов регрессии в виде:

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{z} \quad (8)$$

Решение (8) ищем с помощью матричного разложения [24,25], известном как разложение по сингулярным числам (Singular Value Decomposition, SVD). Используя эффективные и устойчивые алгоритмы расчета SVD-разложения [26] получаем матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Подставляя  $\mathbf{A}^{-1}$  в (8), мы получаем вектор коэффициентов  $\boldsymbol{\alpha}$ , что позволяет получить модельный профиль индекса рефракции.

В нашем случае зависимость профиля индекса рефракции представляем в виде:

$$N(\mathbf{x}) = \exp\left(\sum_j \alpha^j \omega^j(\mathbf{x})\right) + \exp\left(\sum_j \alpha^j \omega^j(\mathbf{x})\right) \cdot \sum_j \omega^j(\mathbf{x}) \cdot \delta\alpha^j \quad (9)$$

Решая его относительно  $\delta\alpha^j$  получим

$$\sum_j \omega^j(\mathbf{x}) \cdot \delta\alpha^j = \frac{N(\mathbf{x})}{\exp\left(\sum_j \alpha^j \omega^j(\mathbf{x})\right)} - 1 \quad (10)$$

где  $N(\mathbf{x})$  - профиль индекса рефракции в атмосфере;

$\mathbf{x}$  - набор предикторов;

$\omega^j(\mathbf{x})$  - адаптивные функции;

$\alpha^j$  - искомые коэффициенты при адаптивных функциях;

$j$  - количество адаптивных функций.

Решение этого уравнения для  $\delta\alpha^j$  ищется итерациями. Для начального приближения предполагается, что  $\exp\left(\sum_i \alpha_0^i \omega^i(\mathbf{x})\right)$  просто экспонента. Вычислив  $\delta\alpha_1^j$ , на следующем шаге:

$$\alpha_1^j = \alpha_0^j + \delta\alpha_1^j \quad (11)$$

Подставляем полученное  $\alpha_1^j$  в (10), вычисляем  $\delta\alpha_2^j$  и т.д., пока не выполнится соотношение (4).

### Модельные профили индекса рефракции.

Нами было обработано данные за 910 дней наблюдений с середины 2007 года по конец 2009 года. На рис.1, 2 и 3 для разных широтных диапазонов представлены исходные высотные профили индекса рефракции (жирный черный цвет), полученные из модели профили (жирный красный цвет) и итерационные профили, получаемые в процессе модельного счета

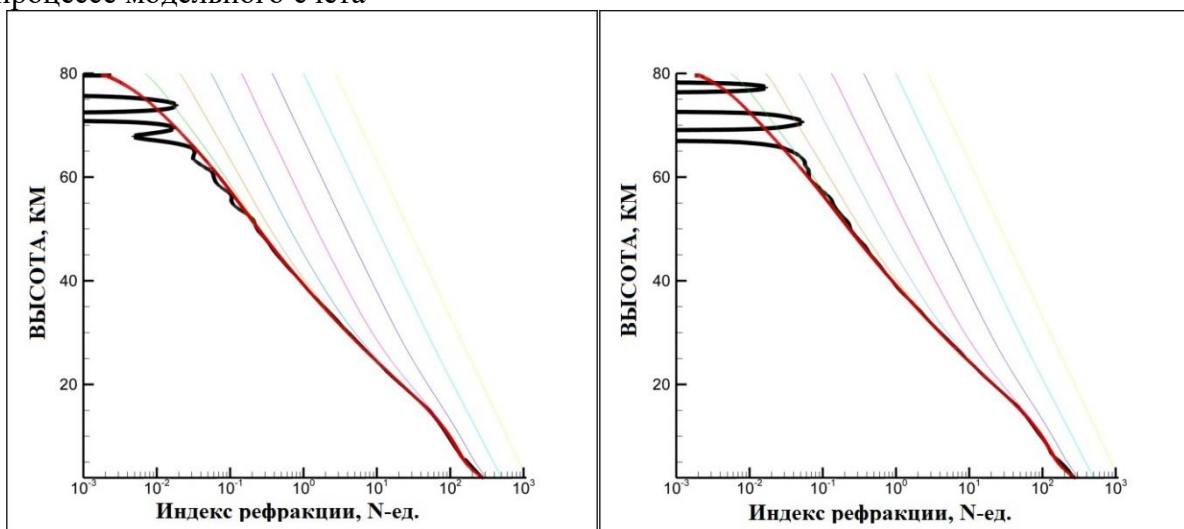
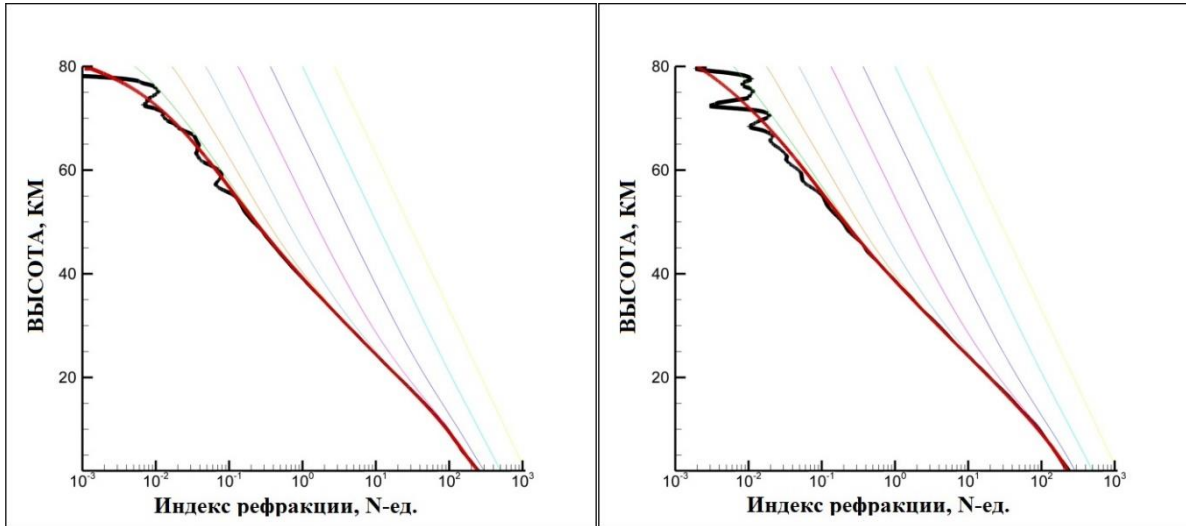
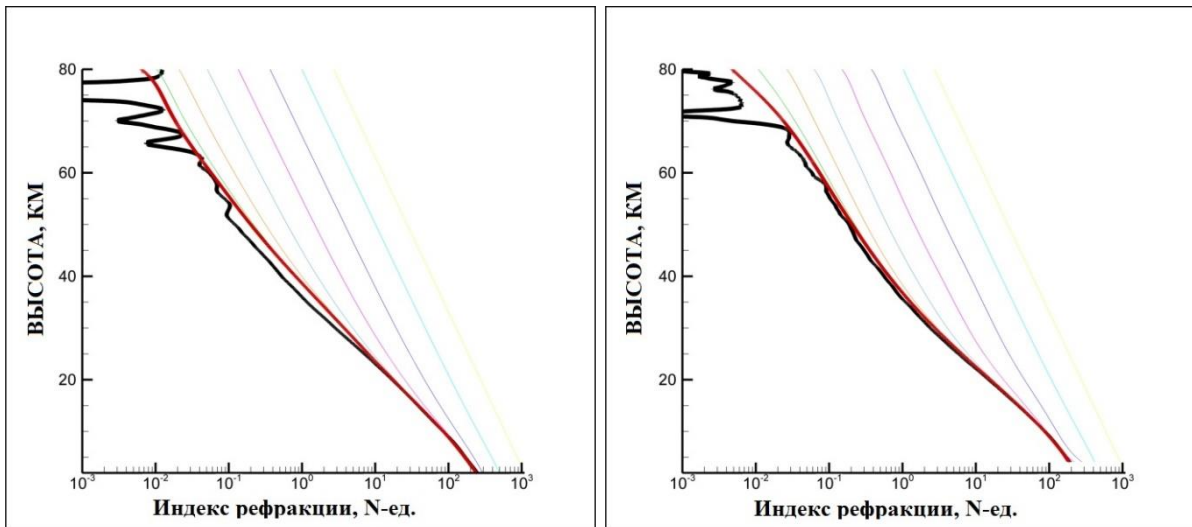


Рис. 1. Высотные зависимости исходного (черный) и модельного (красный) профиля индекса рефракции в экваториальной зоне.



**Рис. 2. Высотные зависимости исходного (черный) и модельного (красный) профиля индекса рефракции в средних южных и северных широтах соответственно.**

На рисунках видно, что предложенная модель хорошо воспроизводит использованные для ее построения профили индекса рефракции, расположенные в разных частях земного шара. Тем не менее, в высоких широтах северного и южного полушария рис.3, наблюдаются заметные расхождения между модельным профилем и исходным на высотах больших 25 км. Одним из объяснений этого может являться тот факт, что в общей массе исходных данных, количество наблюдений в высоких широтах мало из-за геометрии полета приемных спутников. Обработка всего массива данных за 10 лет наблюдений эксперимента COSMIC, возможно, позволит избавиться от этого недостатка модели.



**Рис. 3. Высотные зависимости исходного (черный) и модельного (красный) профиля индекса рефракции в полярных районах южного и северного полушария соответственно.**

### **Выводы.**

В данной статье описана апробация разработанной ранее методики построения климатической модели индекса атмосферной рефракции по данным радиозатменного зондирования [22]. Основой методики является регрессионная модель, которая строится как зависимость исходных профилей индекса рефракции от 700 адаптивных функций,

полученных из 4 предикторов: высоты, широты, долготы и дня года. Сравнение модельных и исходных профилей индекса рефракции показало эффективность и адекватность построенной модели. Дальнейшая обработка всего массива данных эксперимента COSMIC позволит улучшить и доработать предложенную модель

### Литература

1. Fjeldbo, G. and Eshleman, V. R.: Atmosphere of Venus as Studied with the Mariner 5 Dual Radio-Frequency Occultation Experiment, *RadioScience*, 4, 879–897, <https://doi.org/10.1029/RS004i010p00879>, 1969.
2. Lindal, G. F., Hotz, H. B., Sweetnam, D. N., Shippony, Z., Brenkle, J. P., Hartsell, G. V., Spear, R. T., and Michael, W. H.: Viking radio occultation measurements of the atmosphere and topography of Mars: Data acquired during 1 Martian year of tracking, *Journal of Geophysical Research*, 84, <https://doi.org/10.1029/JB084iB14p08443>, 1979.
3. Lindal, G. F.: The atmosphere of Neptune-an analysis of radio occultation data acquired with Voyager 2, *The Astronomical Journal*, 103,967–982, 1992
4. Kursinski, E. R., Hajj, G. A., Bertiger, W. I., Leroy, S. S., Meehan, T. K., Romans, L. J., Schofield, J. T., McCleese, D. J., Melbourne, W. G., Thornton, C. L., Yunck, T. P., Eyre, J. R., and Nagafini, R. N.: Initial Results of Radio Occultation Observations of Earth's Atmosphere Using the Global Positioning System, *Science*, 271, 1107–1110, 1996..
5. Ware, R. H., Exner, M., Feng, D., Gorbunov, M., Hardy, K. R., Herman, B., Kuo, Y. H., Meehan, T. K., Melbourne, W., Rocken, C., Schreiner, W. S., Sokolovskiy, S., Solheim, F., Zou, X., Anthes, R., Businger, S., and Trenberth, K. E.: GPS Sounding of the Atmosphere from Low Earth Orbit: Preliminary Results, *Bulletin of the American Meteorological Society*, 77, 19–40, 1996.
6. Wickert, J. et al (2002). GPS radio occultation with CHAMP: First results and status of the experiment. In: Ádám, J., Schwarz, KP. (eds) *Vistas for Geodesy in the New Millennium*. International Association of Geodesy Symposia, vol 125. Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-04709-5\\_45](https://doi.org/10.1007/978-3-662-04709-5_45)
7. Anthes, R. A., Bernhardt, P. A., Chen, Y., Cucurull, L., Dymond, K. F., Ector, D., Healy, S. B., Ho, S. P., Hunt, D. C., Kuo, Y. H., Liu, H., Manning, K., McCormick, C., Meehan, T. K., Randel, W. J., Rocken, C., Schreiner, W. S., Sokolovskiy, S. V., Syndergaard, S., Thompson, D. C., Trenberth, K. E., Wee, T. K., Yen, N. L., and Zeng, Z.: The COSMIC/FORMOSAT-3 Mission: Early Results, *Bulletin of the American Meteorological Society*, 89, 313–334, <https://doi.org/10.1175/bams-89-3-313>, 2008.
8. Luntama, J.-P., Kirchengast, G., Borsche, M., Foelsche, U., Steiner, A., Healy, S., von Engel, A., O’Clerigh, E., and Marquardt, C.: Prospects of the EPS GRAS Mission for Operational Atmospheric Applications, *Bulletin of the American Meteorological Society*, 89, 1863–1875, <https://doi.org/10.1175/2008BAMS2399.I>, 2008.
9. Schreiner, W. S., Weiss, J. P., Anthes, R. A., Braun, J., Chu, V., Fong, J., Hunt, D., Kuo, Y. H., Meehan, T., Serafino, W., Sjoberg, J., Sokolovskiy, S., Talaat, E., Wee, T. K., and Zeng, Z.: COSMIC-2 Radio Occultation Constellation: First Results, *Geophysical Research Letters*, 47, <https://doi.org/10.1029/2019gl086841>, 2020.
10. Gorbunov M., Irisov V., and Rocken C. Noise Floor and Signal-to-Noise Ratio of Radio Occultation Observations: A Cross-Mission Statistical Comparison. *Remote Sensing*. 2022, 14(3), 691, DOI: 10.3390/rs14030691.
11. Gorbunov M., Irisov V., and Rocken C. The Influence of the Signal-to-Noise Ratio upon Radio Occultation Retrievals, *Remote Sensing*. 2022, 14(12), 2742; DOI: 10.3390/rs14122742.
12. Masters D., Irisov V., Nguyen V., Duly T., Nogués-Correig O., Tan L., Yuasa T., Siskarin R., Platzer P., Gorbunov M., Rocken C. Status and Plans for Spire's Growing Commercial

Constellation of GNSS Science CubeSats: Presentation // Joint 6th ROM SAF Data User Workshop and 7th IROWG Workshop 19–25 September, Konventum, Elsinore, Denmark. <https://www.romsaf.org/romsaf-irowg-2019/en/abstract/85>

13. Gelaro, R.: GEOS-5 Data Assimilation and Forecast Impacts for Concordiasi, in: THORPEX DAOS Working Group, 2011.

14. Горбунов М.Е. Физические и математические принципы спутникового радиозатменного зондирования атмосферы Земли. М.: ГЕОС, 2019. 288 с.

15. Gorbunov, M. E., Ionospheric correction and statistical optimization of radio occultation data. *Radio Sci.*, 2002, 37(5), 1084, doi:10.1029/2000RS002370.

16. Турчин В.Ф., Нозик В.З. Статистическая регуляризация решения некорректных задач // Изв.АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1969. Т. 5, № 1. С. 14–18.

17. Ao, C. O., Mannucci, A. J., and Kursinski, E. R. Improving GPS radio occultation stratospheric refractivity retrievals for climate benchmarking // *Geophys. Res. Lett.*, 2012, V. 39, L12701, doi:10.1029/2012GL051720.

18. Gleisner, H., Healy S. A simplified approach for generating GNSS radio occultation refractivity climatologies // *Atmos. Meas. Tech.*, 2013, V. 6, P. 121–129, doi:10.5194/amt-6-121-2013.

19. Scherllin-Pirscher B., Syndergaard S., Foelsche U., Lauritsen K. B., Generation of a Bending Angle Radio Occultation Climatology (BAROCLIM) and its use in radio occultation retrievals // *Atmos. Meas. Tech. Discuss.*, 2014, V. 7, P. 8193-8231, doi:10.5194/amtd-7-8193-2014.

20. Rocken, C., Y.-H. Kuo, W. S. Schreiner, D. Hunt, S. Sokolovskiy, and C. McCormick COSMIC System Description // *Terr. Atmos. Oceanic Sci.*, 2000, V. 11(1), P. 157-186.

21. Горбунов М. Е., Шмаков А. В., Среднестатистическая модель угла атмосферной рефракции на основе данных эксперимента COSMIC // Известия РАН, Физика атмосферы и океана, 2016, Т. 52, № 6, с. 699–706, doi: 10.7868/S0002351516060067.

22. А. В. Шмаков, М. Е. Горбунов, Методика построения климатической модели индекса атмосферной рефракции по данным радиозатменного зондирования, В кн.: Всероссийские открытые Армандовские чтения [Электронный ресурс]: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн / Материалы Всероссийской открытой научной конференции. – Муром: МИ ВлГУ, 2022. – 586 с. ISSN 2304-0297 (CD-ROM). С. 282–289. DOI: 10.24412/2304-0297-2022-1-282-289.

23. Gorbunov M.E., Kirchengast G. Wave-optics uncertainty propagation and regression-based bias model in GNSS radio occultation bending angle retrievals. *Atmospheric Measurement Techniques*, 2017, N 11, pp. 111-125. doi:10.5194/AMT-11-111-2018

24. Golub, G. H.; Reinsch, C. Singular value decomposition and least squares solutions. *Linear Algebra*. 1971, pp. 134–151. doi:10.1007/978-3-662-39778-7\_10.

25. Golub, Gene H.; Van Loan, Charles F. An analysis of the total least squares problem. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 1980, 17 (6): 883–893. doi:10.1137/0717073.

26. Forsythe, G. E., Malcolm, M. A., Moler, C. B., *Computer methods for mathematical computations*. /Englewood Cliffs, New Jersey 07632. Prentice Hall, Inc., 1977. XI, p.259