

Влияние перемещающихся ионосферных возмущений на работу систем связи и радиозондирования

Д.В. Растягаев¹, А.С. Крюковский¹, Е.А. Палкин¹, Е.В. Михалёва¹

¹ АНО ВО «Российский новый университет»

105005, г. Москва, ул. Радио, 22.

E-mail: rdv@rosnou.ru

Представлены результаты математического и численного моделирования влияния ионосферы на распространение радиоволн P-, L- и X- диапазонов от космического источника в приёмник при наличии перемещающегося ионосферного возмущения (ПИВ). Проведено численное моделирование влияния ПИВ на распространение радиосигнала в рамках трёхслойной модели ионосферной плазмы. Выполнен расчет полного электронного содержания вдоль трассы. Исследованы: влияние ионосферы на рефракцию радиоволн P-диапазона, влияния ПИВ на временную задержку радиосигнала. Также исследовано влияние ПИВ на девиацию фазы радиосигнала и на фарадеевское вращение радиосигнала.

Ключевые слова: ионосфера, наклонное зондирование, лучи, бихарактеристики, перемещающиеся ионосферные возмущения, фарадеевское вращение, девиация фазы радиосигнала.

The influence of travelling ionospheric disturbances on the operation of communication and radio sounding systems

D.V. Rastyagaev¹, A.S. Kryukovsky¹, E.A. Palkin¹, E.V. Mikhaleva¹

¹ Russian New University.

The results of mathematical and numerical modeling of the influence of the ionosphere on the propagation of P-, L- and X-band radio waves from a cosmic source to a receiver in the presence of a travelling ionospheric disturbance (TID) are presented. Numerical modeling of the influence of TID on radio signal propagation was carried out within the framework of a three-layer model of ionospheric plasma. The total electron content along the path was calculated. The following were studied: the influence of the ionosphere on the refraction of P-band radio waves, the influence of TID on the time delay of the radio signal. The influence of TID on the phase deviation of the radio signal and on the Faraday rotation of the radio signal was also studied.

Keywords: ionosphere, oblique sounding, rays, bicharacteristics, travelling ionospheric disturbances, Faraday rotation, radio signal phase deviation

Введение

Исследования влияния неоднородностей ионосферы на распространение радиоволн P-, L-, X-, K-диапазонов фактически начались с началом эры космической радиосвязи. Указанные частотные диапазоны радиоволн требуют учета неоднородностей как ионосферной плазмы (в основном для P-диапазона), так и неоднородностей тропосферы (для K-и X- диапазонов). При этом следует учитывать тесную связь тропосферных и ионосферных неоднородностей.

К P-диапазону относятся радиоволны с характерной частотой 430 МГц, что соответствует длине волны 0,7 м. L- диапазон включает частоты 1 – 2 ГГц, что соответствует длинам волн 30 – 15 см. X- диапазон включает частоты 8 – 12 ГГц, что соответствует длинам волн 3.75 – 2.5 см. K-диапазон, соответственно, – 18 – 26,5 ГГц и длины волн – 1.67 – 1.13 см. Приведенные значения параметров радиоволн указанных

диапазонов, позволяют заключить, что на распространение радиоволн основное влияние будут оказывать; ионосферные неоднородности для Р- и L-диапазонов, тропосферные неоднородности для L-, X- и К-диапазонов. Указанные особенности рассматриваемых диапазонов радиоволн, с одной стороны, следует учитывать при прогнозировании космических линий связи, а с другой стороны, они позволяют использовать указанные радиоволны как средство диагностики неоднородностей в рамках различных вариантов метода радиопросвечивания, в том числе с использованием космических аппаратов (КА).

Настоящая работа посвящена численному моделированию распространения радиоволн Р-, L-, X-диапазонов в нестационарной ионосферной плазме. Исследованию процессов распространения радиоволн в ионосфере Земли посвящены многочисленные исследования (например, [1,2]). Основное внимание уделено изучению характеристик сигналов, вызванных перемещающимися ионосферными возмущениями (ПИВ), которые активно исследуются, так как оказывают существенное влияние на работу систем радиосвязи, радиолокации и радионавигации [3-9]. Экспериментальные и теоретические исследования, посвященные этой проблеме, проводились под руководством Д.С. Лукина на кафедре «Физико-математических проблем волновых процессов» МФТИ, а позже на факультете ИСиКТ в Российском новом университете [10-17]. Также следует отметить научные работы [18-23], внесшие существенный вклад в понимание сути вопроса.

Численное моделирование выполнено на основе лучевых методов и их модификаций. Лучевые методы, являются традиционным инструментом исследования процессов распространения коротких волн в различных средах [24,25]. В последнее время эти методы получили дальнейшее развитие в связи с появлением глобальных моделей ионосферы Земли типа IRI (например, IRI-2012) (в том числе распределения электронной концентрации), экспериментальных данных, полученных методом радиотомографии, а также моделей магнитного поля Земли (International Geomagnetic Reference Field (IGRF), World Magnetic Model (WMM)).

Локальные неоднородности в ионосфере Земли различной природы играют существенную роль в процессах распространения на линиях коротковолновой радиосвязи, вызывая замирания, фокусировки (каустики) и дефокусировки электромагнитных волн. Для исследования влияния таких неоднородностей на распространения радиосигналов может быть использован метод моделирования, основанный на решении бихарактеристической системы [24, 25], гамильтониан которой определяется дисперсионным соотношением. Бихарактеристическая система (БС) включает обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ), описывающие изменение компонент волнового вектора, частоты, группового времени и координат вдоль лучевой траектории:

$$\frac{d\vec{r}}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}}, \quad \frac{d\vec{k}}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}}, \quad \frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t}, \quad (1)$$

где

$$\Gamma = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega) \quad (2)$$

– гамильтониан задачи, t – групповое время, τ – параметр вдоль траектории [24,25], а ε – эффективная диэлектрическая проницаемость [1].

В качестве регулярной модели показателя преломления в ионосфере обычно используется модель Эпплтона-Хартри (Лассена) [1,26,27]:

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y \sin^2 \theta \pm \sqrt{Y^2 \sin^4 \theta + 4Y(1-X)^2 \cos^2 \theta}}. \quad (3)$$

В формуле (3) приняты обозначения

$$X = \frac{4\pi e^2 N(\vec{r})}{\omega^2 m_e}, \quad Y = \left(\frac{e H_0}{m_e c \omega} \right)^2, \quad (4)$$

где m_e – это масса электрона,

e – заряд электрона,

θ – угол между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли \vec{H}_0 .

Система (1) содержит 7 ОДУ. Последнее уравнение определяет изменение частоты вдоль траектории в случае нестационарности среды распространения, связанной в данном случае с движением ПИВ. Метод бихарактеристик активно применялся при изучении распространения частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере Земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля [25], а в работах [26-31] был использован для математического моделирования распространения пространственно-временных радиосигналов в стационарной и нестационарной плазме.

Математическая модель ионосферы

При проведении численного моделирования влияния ПИВ использовалась трёхслоевая модель ионосферной плазмы: слой E с максимумом электронной концентрации на высоте $z_{E \max}=108$ км (характерная полуширина $\Delta_E=12,5$ км), слой $F1$ с максимумом на высоте $z_{F1 \max}=196$ км (характерная полуширина $\Delta_{F1}=40$ км) и слой $F2$ с максимумом электронной концентрации на высоте $z_{F2 \max}=263$ км (характерная полуширина $\Delta_{F2}=55$ км). Тогда:

$$\begin{aligned} N = & N_{F2} \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp[\Theta_{F2}] + \Theta_{F2}) \right] + \\ & + N_{F1} \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp[\Theta_{F1}] + \Theta_{F1}) \right] , \\ & + N_E \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp[\Theta_E] + \Theta_E) \right] + N_D \end{aligned} \quad (5)$$

В выражении (5) $N_{F1} \approx 70254,3 \text{ см}^{-3}$, $N_{F2} \approx 561828,0 \text{ см}^{-3}$, $N_E \approx 104611,7 \text{ см}^{-3}$, а

$$\Theta_{F2} = \frac{1}{\Delta_{F2}} (z_{F2 \max} - \rho), \quad \Theta_{F1} = \frac{1}{\Delta_{F1}} (z_{F1 \max} - \rho), \quad \Theta_E = \frac{1}{\Delta_E} (z_{E \max} - \rho). \quad (6)$$

Величина ρ – это расстояние от поверхности Земли до точки наблюдения вдоль радиуса Земли. Величина N_d в формуле (5) моделирует ПИВы:

$$N_D = \sum_{i=1}^K N_{di} . \quad (7)$$

K – это число ПИВов. В приведенных далее результатах расчетов $K=3$.

Слагаемое N_{di} , характеризующее электронную концентрацию ПИВ отдельного ПИВа, задавалось формулой:

$$N_{di} = N_0 \exp \left[- \left(\frac{z_T + z_{ci} - z_n}{z_{md}} \right)^2 - \left(\frac{y_{ci} - y}{y_{md}} \right)^2 - \left(\frac{x_{ci} - x_n}{x_{md}} \right)^2 \right], \quad (8)$$

в которой

$$\begin{aligned} x_n &= x_f \cos \theta_\lambda - \rho \sin \theta_\lambda, & z_n &= x_f \sin \theta_\lambda + \rho \cos \theta_\lambda, \\ x_{ci} &= x_{di} \cos \theta_\lambda - z_{di} \sin \theta_\lambda, & z_{ci} &= x_{di} \sin \theta_\lambda + z_{di} \cos \theta_\lambda, \end{aligned}$$

$$x_f = (\rho + R_z) \arcsin\left(\frac{x}{\rho + R_z}\right),$$

R_z – радиус Земли, максимальное значение электронной концентрации $N_0 = 1.9 \times 10^5 \text{ см}^{-3}$ находится на высоте $z_{d1} = 260 \text{ км}$, $x_{d1} = -300 \text{ км}$, $x_{d2} = 0 \text{ км}$, $x_{d3} = 300 \text{ км}$.

Предполагалось, что все три ПИВ имеют характерные размеры: $x_{md} = 100 \text{ км}$, $y_{md} = 100 \text{ км}$, а $z_{md} = 30 \text{ км}$.

Начало декартовой системы координат (x, y, z) расположено в точке приема на поверхности Земли, ось y перпендикулярна плоскости распространения. Значениям электронной концентрации N соответствует ночная ионосфера. Поэтому в окончательных расчетах вместо электронной концентрации N использовано $1,5 N$, что более соответствует дневной модели ионосферы.

В работе рассмотрены три модели ионосферы: модель, не содержащая ПИВ (рис. 1) и две модели, с ПИВ – в одной ПИВ вытянуты вдоль поверхности Земли (рис. 2), а в другой повернуты на 45° (рис. 3).

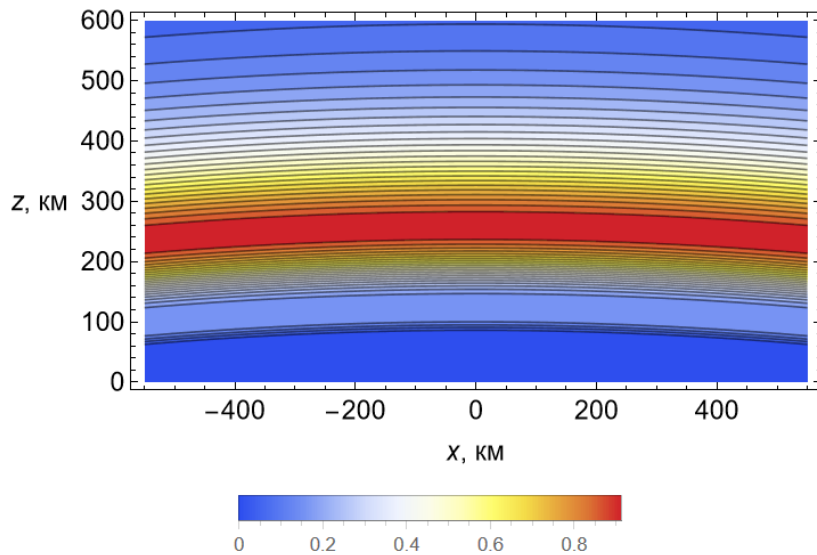


Рис. 1. Модель электронной концентрации без ПИВ.

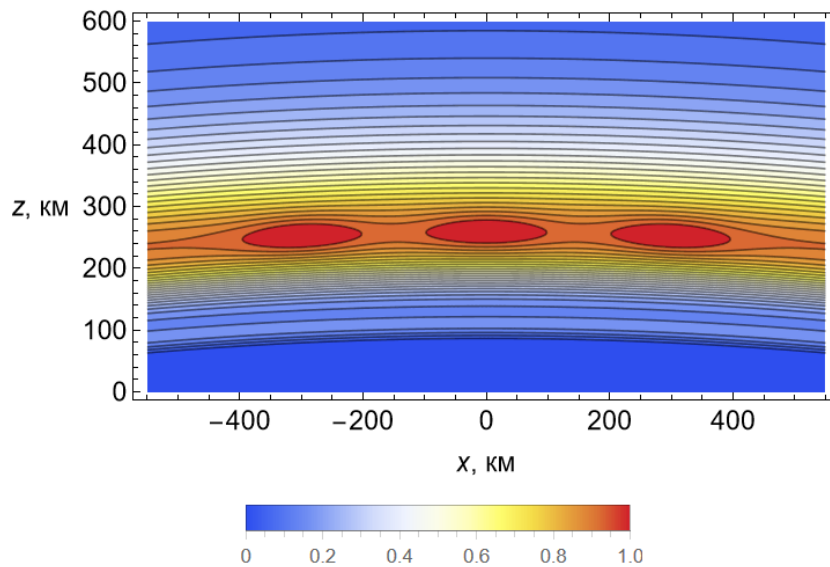
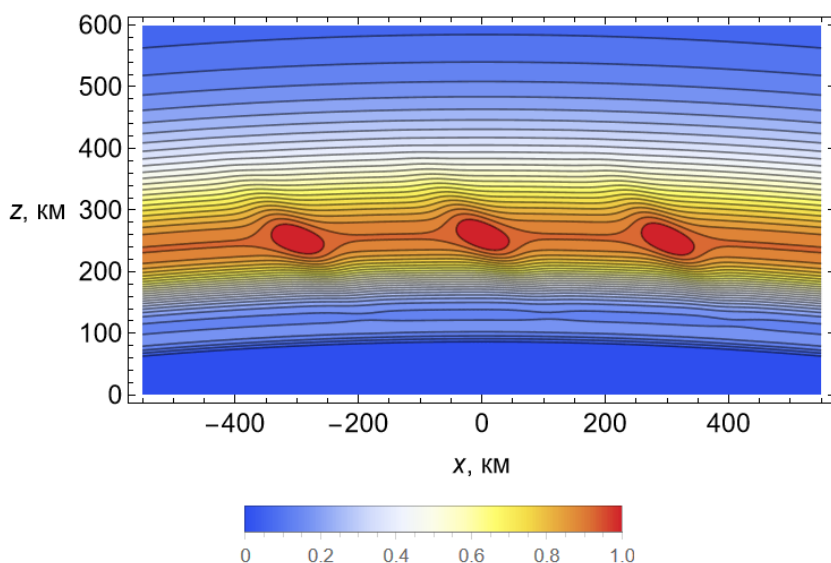


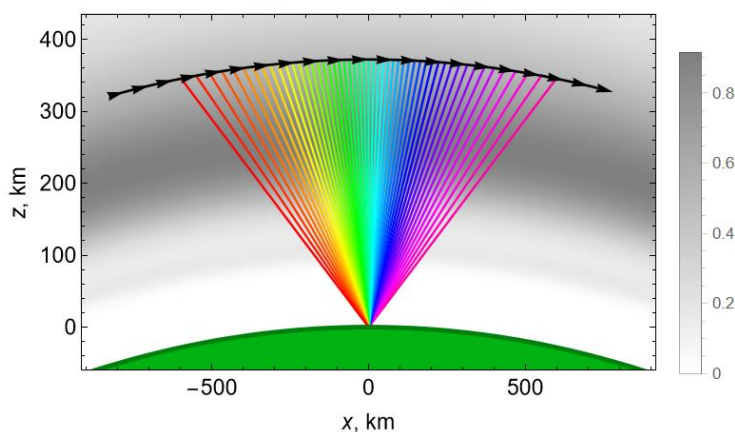
Рис. 2. Модель электронной концентрации. Угол поворота ПИВ $\theta_\lambda = 0^\circ$.



**Рис. 3. Модель электронной концентрации. Угол поворота ПИВ $\theta_\lambda=45^\circ$.
В легендах рисунков, на которых приведено распределение электронной концентрации,
1 соответствует 10^6 см^{-3} .**

Исследование влияния ПИВ на рефракцию радиосигнала

Рассмотрим влияние ионосферы на рефракцию радиоволн Р-диапазона. Расчёты выполнены для частоты 436 МГц. На рис. 4 представлена геометрия задачи: лучи, соединяющие траекторию полёта космического аппарата (КА) в плоскости магнитного меридиана на высоте $Z_T=372$ км и точку наблюдения. Угол наклона магнитного поля Земли выбран 57° (напряженность поля 0,465 Э). Траектория КА показана стрелками. Поскольку рефракция в ионосфере для данных частот мала, определим угол рефракции относительно направления прямой видимости.



**Рис. 4. Лучи в ионосфере, стрелками показана траектория КА, зелёная область –
поверхность Земли.**

На рис. 5 показано отклонение угла прихода луча от первоначального направления в невозмущенном случае. Видно, что отклонение очень не более $0,01^\circ$ для 436 МГц (рис. 9а) и еще на порядок меньше для 1500 МГц.

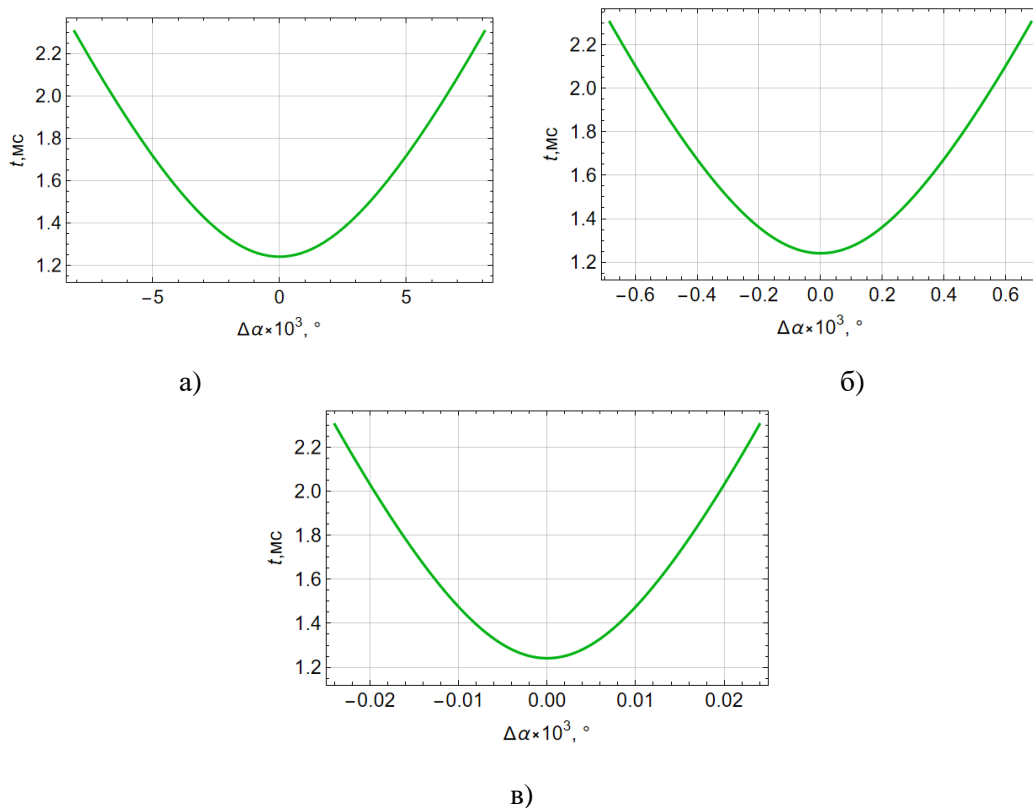


Рис. 5. Отклонение угла прихода луча от первоначального направления, распространение без возмущений; а – 436 МГц, б – 1500 МГц, в – 8000 МГц.

Такое отклонение соизмеримо (и менее) флуктуаций угла прихода за счет неоднородностей тропосферы. Поэтому для практических задач оно не значимо.

Исследование влияния ПИВ на временную задержку радиосигнала. Измерение полного электронного содержания вдоль трассы.

Рассмотрим разницу Δt во времени запаздывания, обусловленную ионосферными неоднородностями. На рис. 6 показана зависимость этой величины от горизонтальной координаты КА. Вклад ионосферы получен вычитанием из времени распространения сигнала на трассе времени распространения в вакууме.

Из приведенных данных видно, что для частоты 1,5 ГГц Δt примерно в 10 раз меньше, чем для частоты 436 МГц, а на частоте 8 ГГц разница составляет наносекунды.

Влияние ПИВ на запаздывания Δt представляет рисунок 7.

Видно, что рис. 7а и 7б существенно отличаются как от рис. 6а, так и друг от друга. На рис. 7а ветви кривой идут более полого, чем в невозмущенном случае, а на 7б имеют дополнительные вариации в регулярной зависимости на левой ветви и в центре. Однако эти отличия составляют порядка 10^{-8} сек.

Измерение времени запаздывания радиосигнала является основой для оценки вариаций полного электронного содержания (ТЕС) на трассе зондирования, вызванного ПИВ. Для невозмущенной ионосферы результаты определения ТЕС на разных частотах совпадают. Однако при наличии ПИВ вследствие незначительной рефракции возникает различие в определении ТЕС вдоль лучей в точке наблюдения. На рисунке 8 показано отличие ТЕС от невозмущенной модели, обусловленное ПИВ, для разных частот. При наклонной ориентации ПИВ отличие наиболее существенно и может превышать 1,5 ТЕСУ.

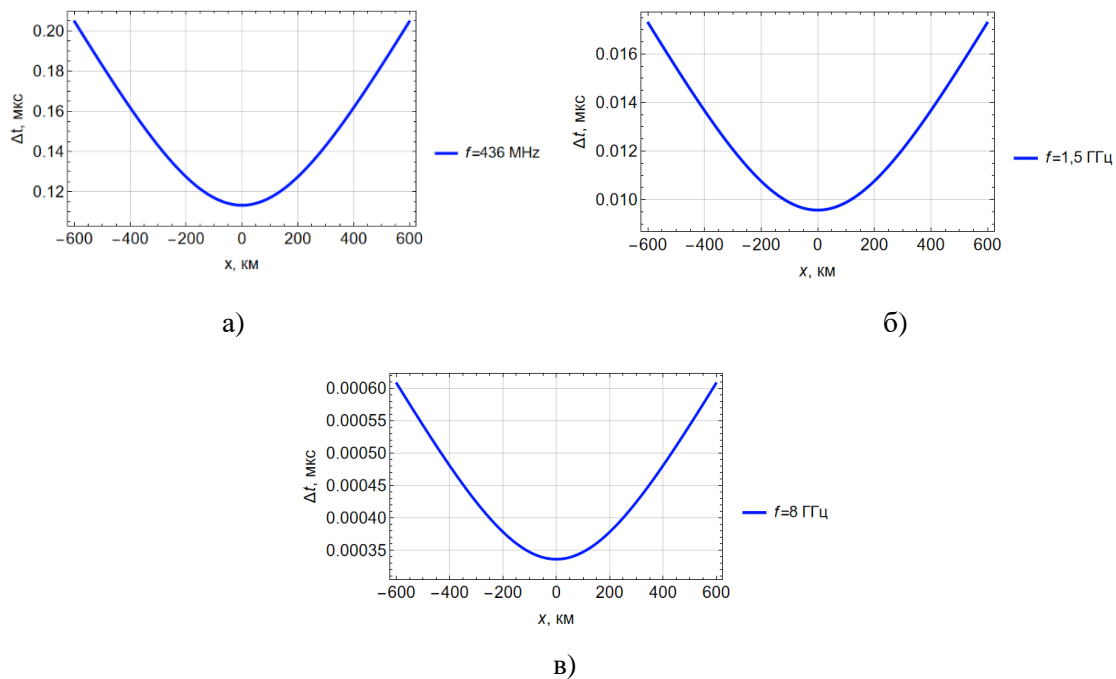


Рис. 6. Зависимость запаздывания Δt от горизонтальной координаты x , распространение без возмущений; а – 436 МГц, б – 1500 МГц, в – 8000 МГц.

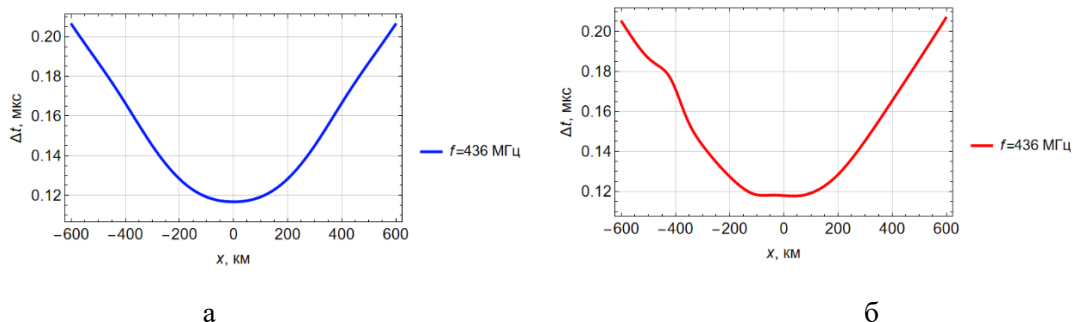


Рис. 7. Зависимость запаздывания Δt от горизонтальной координаты x ; а – ПИВ расположены горизонтально, б – ПИВ расположены наклонно.

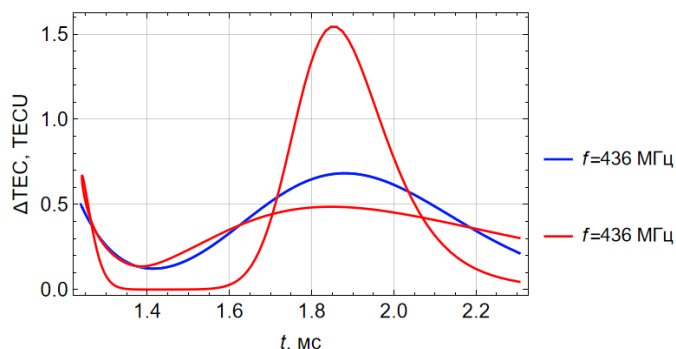


Рис. 8. Изменения ТЕС от t , вызванное ПИВами; синяя линия – ПИВы расположены горизонтально, красная линия – наклонно.

Рисунок 9 иллюстрирует частотное различие в зависимости ТЕС от горизонтальной координаты x , вызванное ПИВ. Положения максимумов в вариациях связано с положениями центров ПИВ.

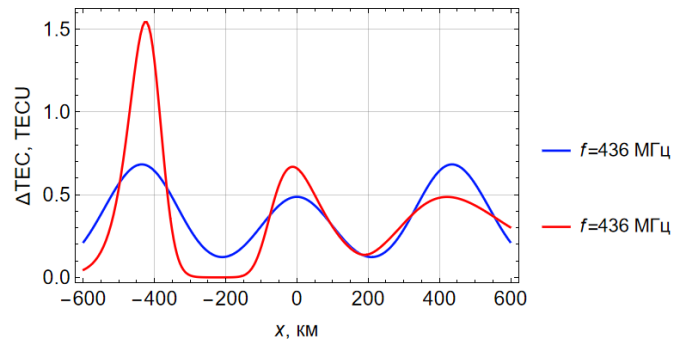


Рис. 9. Изменения ТЕС от x , вызванное ПИВ; синяя линия – ПИВ расположены горизонтально, красная линия –наклонно.

Исследование влияния ПИВ на девиацию фазы радиосигнала

Важным измеряемым параметром радиосигналов, на который влияют ПИВ, является фаза сигнала. На рис. 10 показаны скорости изменения фазы вдоль лучевых траекторий в зависимости от высоты в отсутствии ПИВ.

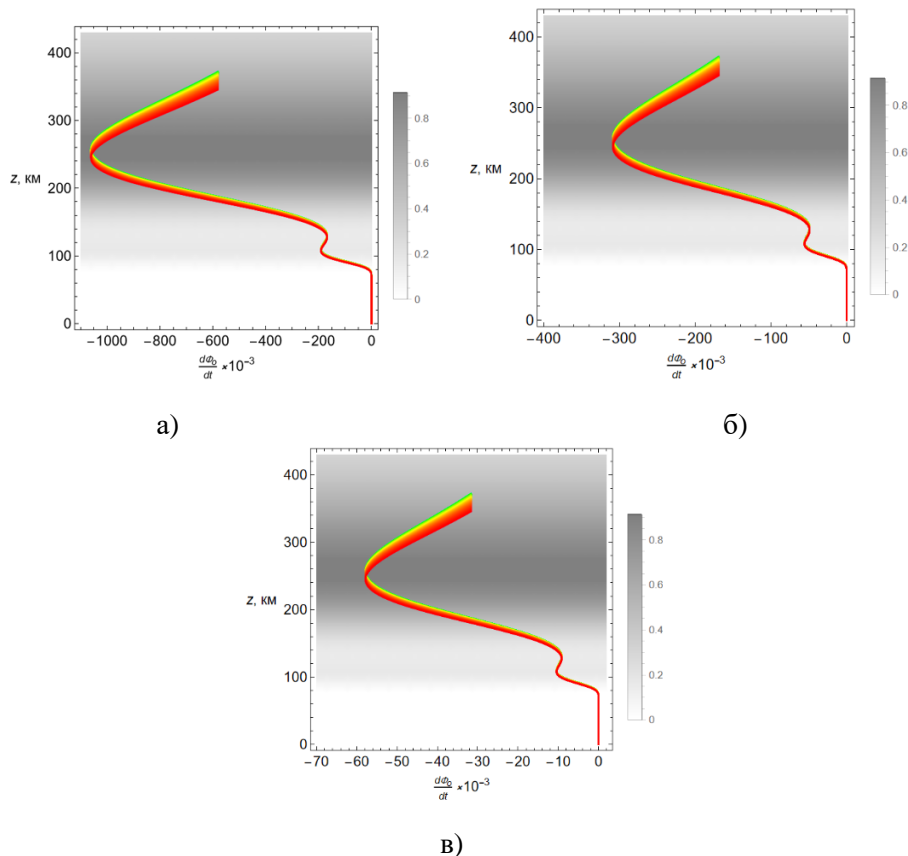


Рис. 10. График зависимости скорости изменения фазы вдоль лучевой траектории от высоты, распространение без возмущений; а – 436 МГц, б – 1500 МГц, в – 8000 МГц.

Качественно кривые ведут себя одинаково, однако максимальное значение модуля производной для L-диапазона почти втрое меньше, чем для R-диапазона. Для X-

диапазона оно еще меньше. Аналогичные результаты при наличии ПИВ представлены на рисунке 11. Видно, что при наличии наклонных ПИВ, частотная дисперсия увеличивается.

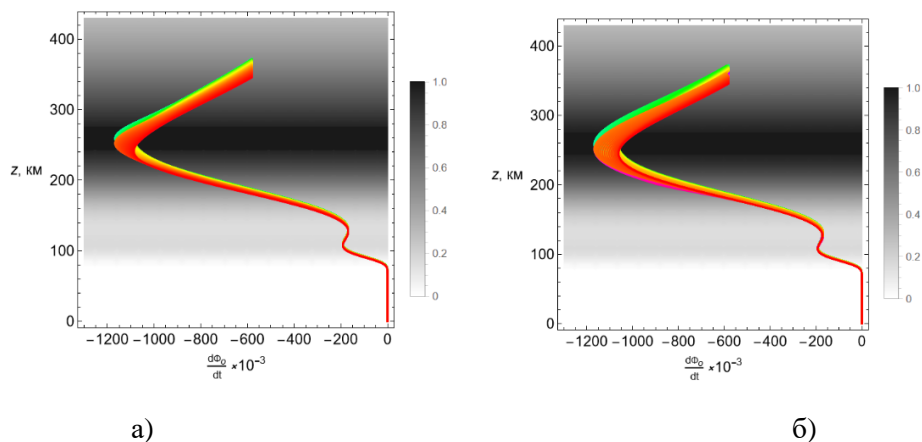


Рис. 11. График зависимости скорости изменения фазы вдоль лучевой траектории от высоты, 436 МГц; а – ПИВы расположены горизонтально, б – ПИВы расположены наклонно.

Более значимое различие имеет место в частотной зависимости девиации фазы. Под девиацией фазы подразумевается разность фазы для луча, прошедшего ионосферные слои, и набегом фазы в пустоте. И, если в отсутствии ПИВ вариации фазы в зависимости от задержки и от горизонтальной координаты на всех частотах имеют одинаковый характер и меняется только масштаб девиации (для Р-диапазона приблизительно 250 рад, для L-диапазона – 70 рад, а для Х-диапазона – 14 рад), то в присутствии ПИВ усиливаются как частотные различия, так и их зависимость от ориентации ПИВ (Рис.12 и 13). На эти рисунках приведены вариации разницы в девиации фазы для возмущенной ПИВ и невозмущенной модели. Синяя линия соответствует горизонтально расположенным ПИВ, а красная – наклонно расположенным ПИВ.

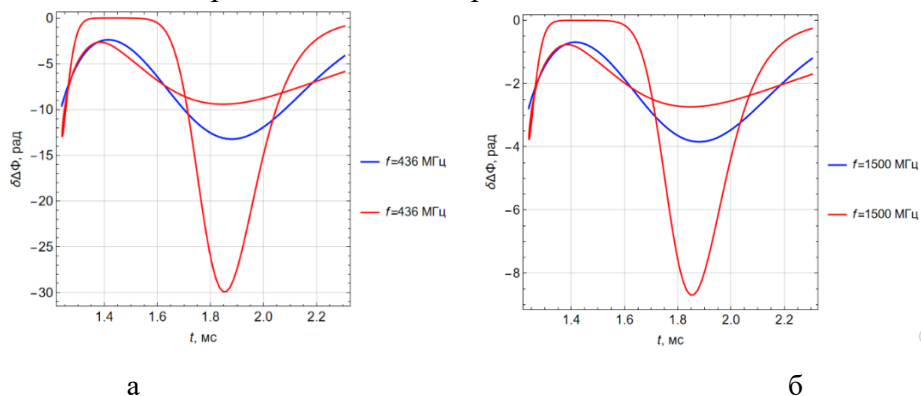


Рис. 12. Отличие девиации фазы от невозмущенной модели в зависимости от задержки. Синяя линия соответствует горизонтально расположенным ПИВ, а красная – наклонно расположенным ПИВ; а – 436 МГц, б – 1500 МГц.

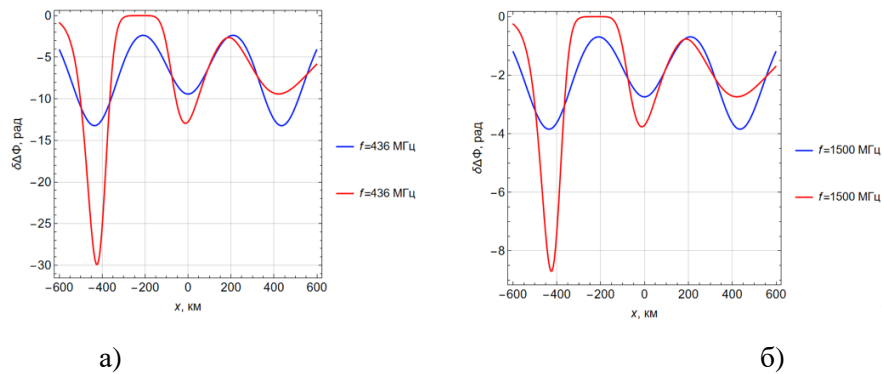


Рис. 13. Отличие девиации фазы от невозмущенной модели в зависимости от горизонтальной координаты. Синяя линия соответствует горизонтально расположенным ПИВ, а красная – наклонно расположенным ПИВ; а – 436 МГц, б – 1500 МГц.

Исследование влияния ПИВ на фарадеевское вращение плоскости поляризации радиосигнала

Рассмотрим вращение плоскости поляризации или фарадеевское вращение, связанное с анизотропией среды распространения. Фарадеевское вращение определяется двумя величинами: разностью показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волны $\Delta\mu$ и квадратом косинуса угла между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли. С ростом частоты величина фарадеевского вращения быстро уменьшается. Так разница в $\Delta\mu$ для частот 436 МГц и 1,5 ГГц составляет приблизительно 40 раз (в зависимости от высоты). Для 8 ГГц величина $\Delta\mu$ еще меньше.

На рисунке 14 представлены графики зависимости угла фарадеевского вращения от расстояния x для частот 436 МГц, 1500 МГц и 8 ГГц, иллюстрирующие диапазон ожидаемых вариаций в невозмущенной ионосфере. Основная линия графиков мало отличается от прямой.

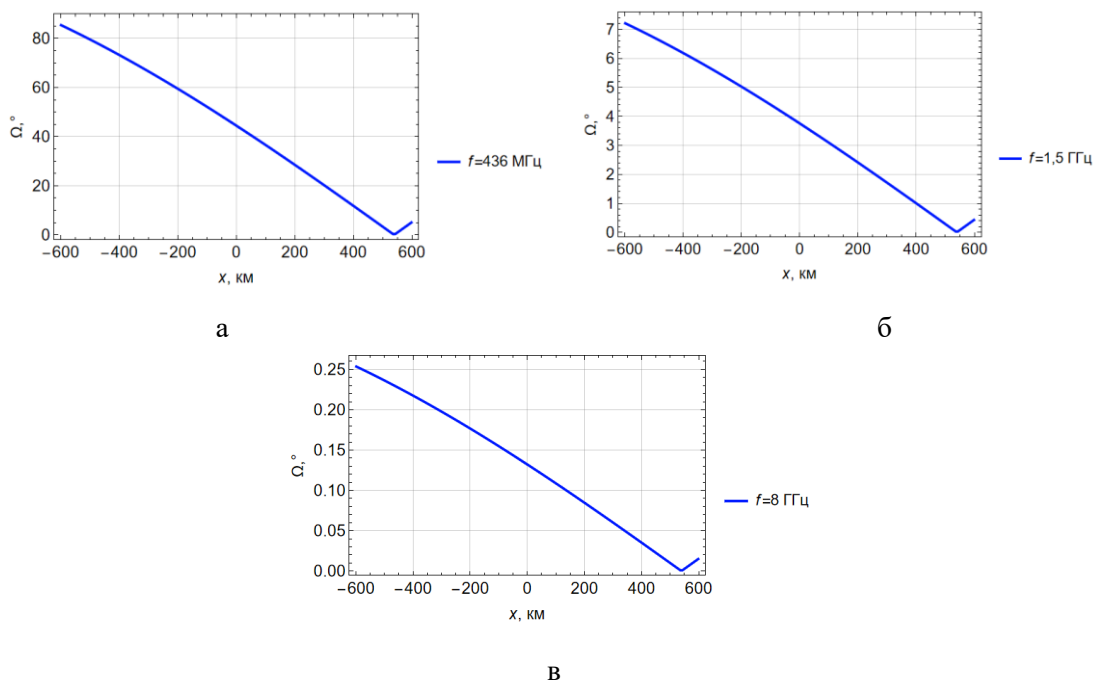


Рис. 14. График зависимости угла фарадеевского вращения от горизонтальной координаты на поверхности Земли, распространение без возмущений; а – 436 МГц, б – 1500 МГц, в – 8000 МГц.

На рисунке 15 показаны вариации отличия углов фарадеевского вращения от невозмущенного случая для модели с горизонтально ориентированными ПИВ и с наклонными ПИВ. Сравнивая рис. 15, на котором показаны изменения ТЕС, вызванное ПИВ, и рис. 9, видим, что качественно зависимости совпадают, соотношения между максимумами существенно иные, что объясняется изменением угла между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли при пролёте КА.

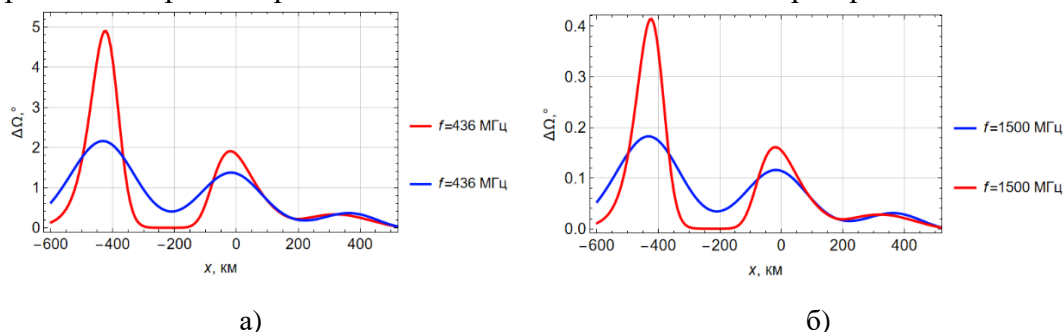


Рис. 15. Отличия значений углов фарадеевского вращения от невозмущенного случая для модели с горизонтально ориентированными ПИВ (синяя линия) и с наклонными ПИВами (красная линия); а – 436 МГц, б – 1500 МГц.

Выводы

Таким образом, результаты, полученные в ходе математического моделирования распространения радиоволн P-, L- и X- диапазонов на космических трассах в ионосфере при наличии ПИВ, показывают значимые частотные различия в масштабах отклонений характеристик радиосигнала от невозмущенной ситуации. Получены и представлены результаты математического и численного моделирования влияния ионосферы на распространение радиоволн P-, L- и X- диапазонов от космического источника в приёмник при наличии перемещающегося ионосферного возмущения (ПИВ). Проведено численное моделирование влияния ПИВ на распространение радиосигнала в рамках трёхслойной модели ионосферной плазмы. Численные расчеты выполнены на основе применения расширенной бихарактеристической системы. Использование данного метода позволяет рассмотреть влияние ориентации ПИВ. Отдельно рассмотрены горизонтально ориентированные ПИВ (вдоль поверхности Земли) и наклонно ориентированные ПИВ. Выполнен расчет полного электронного содержания вдоль трассы. Получены результаты моделирования вариаций в различных частотных диапазонах: времени группового запаздывания радиосигнала, девиации фазы радиосигнала, а также влияние ПИВ на фарадеевское вращение плоскости поляризации радиосигнала.

Показано, что:

1. отклонение угла прихода соизмеримо с флуктуациями угла прихода за счет неоднородностей тропосферы и поэтому для практических задач оно не значимо;
2. положения максимумов в вариациях ТЕС связано с положениями центров ПИВ, при наклонной ориентации ПИВ, ТЕС для первого ПИВ, существенно больше остальных, поскольку большая ось ПИВ совпадает с направлением луча;
3. скорости изменения фазы вдоль лучевых траекторий в зависимости от высоты в отсутствии ПИВ для разных частотных диапазонов качественно слабо различаются, однако существенно различаются количественно, при наличии наклонных ПИВ частотная дисперсия увеличивается;

4. максимумы отличия девиации фаз для горизонтально ориентированных ПИВ, примерно одинаковые (для центрально меньше), а для наклонно ориентированных ПИВ первый максимум по амплитуде существенно больше;

5. изменения ТЕС, вызванное ПИВ, и зависимости угла фарадеевского вращения от координаты качественно совпадают, однако соотношения между максимумами существенно иные, что объясняется изменением угла между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли при пролёте КА.

Полученные данные позволяют скорректировать влияние ионосферы и ПИВ в R-, L- и X-диапазонах, а также использовать наблюдаемые в этих диапазонах эффекты для диагностики ПИВ.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 20-12-00299-П.

Литература

1. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1972. 502 с.
2. Яковлев О. И. Распространение радиоволн в космосе. – М.: Наука, 1985. – 216 с.
3. Федоренко Ю.П., Тырнов О.Ф., Федоренко В.Н. Оценки параметров перемещающихся ионосферных возмущений, полученные на основе радиопросвечивания ионосферы сигналами низкоорбитных ИСЗ // Геомагнетизм и аэрономия. 2010. Т. 50. № 3. С. 1–16.
4. Федоренко Ю.П., Тырнов О.Ф., Федоренко В.Н., Лысенко В.Н. Экспериментальные параметры модели среднемасштабных перемещающихся ионосферных возмущений // Геомагнетизм и аэрономия. 2011. Т. 51. № 1. С. 90–106.
5. Степанов А.Е., Филиппов К.Г., Ратовский К.Г. Перемещающиеся ионосферные возмущения по данным вертикального зондирования ионосферы на Северо-Востоке России // Наука и образование. 2014. № 1. С. 12–15. 2014.
6. Ларюнин О.А., Куркин В.И., Рыбкина А.А., Подлесный А.В. К вопросу моделирования признаков ионосферных возмущений на ионограммах вертикального зондирования // Всероссийская открытая научная конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн», Муром, 2022. С. 144–148.
7. Куркин В. И., Медведева И. В., Подлесный А. В., Думбрава З. Ф., Поддельский И.Н. Влияние внезапного стратосферного потепления на характеристики среднемасштабных перемещающихся ионосферных возмущений в азиатском регионе России // Армандовские чтения. Всероссийская открытая научная конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн». 2022. С. 27–35.
8. Шерстюков Р.О., Акчурин А.Д. Анализ дневных среднемасштабных перемещающихся ионосферных возмущений по двумерным картам вариаций полного электронного содержания и ионограммам // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. 2017. Т. 159. № 3. С. 374–389.
9. Шагимуратов И.И., Карпов И.В., Кшевецкий С.П., Ружин Ю.Я. Исследование структуры перемещающихся ионосферных возмущений на основе томографических экспериментов // Геомагнетизм и аэрономия. 2001. Т. 41. № 3. С. 394–399.
10. Лукин Д.С., Школьников В.А. Численный метод расчета эффекта Доплера и приведённой разности доплеровских частот радиоволн, излучаемых когерентно с ИСЗ // Космические исследования. 1968. Т. 6. № 3. С. 389–394.
11. Лукин Д.С., Школьников В.А. Исследование влияния регулярных горизонтальных градиентов, локальной и интегральной электронных концентраций ионосферы на величину и характер изменения вдоль орбиты ИСЗ приведённой разности доплеровских смещённых частот // Космические исследования, 1972. Т. 10. № 1. С. 66–72.

12. Лукин Д.С., Заец П.Г., Макальский С.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А., Палкин Е.А. Доплеровский метод экспериментального исследования квазиволновых процессов в ионосфере // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. 1981. Т. 1. С. 49–52.
13. Заец П.Г., Ипатов Е.Б., Лукин Д.С., Макальский С.А., Палкин Е.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А. Экспериментальные исследования доплеровских спектров КВ-сигналов, излучаемых с ИСЗ // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. 1981. Т. 1. С. 238–240.
14. Гузминов П.П., Заец П.Г., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Чешев Ю.В. Исследование ионосферы амплитудно-доплеровским методом. постановка эксперимента, методика обработки данных на ЭВМ // Распространение и дифракция волн в неоднородных средах. МФТИ, 1989. С. 15–23.
15. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Численное моделирование распространения пространственно-временных частотно-модулированных радиоволн в анизотропной среде // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 9. С. 40–47.
16. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения радиоволн в нестационарной плазме с учетом кривизны поверхности Земли и ионосферных слоев // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2016. № 1–2. С. 34–40.
17. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Влияние пространственно-временных возмущений ионосферной плазмы на распространение радиоволн // Известия вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 12–3. С. 131–135.
18. Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова Н.В., Лащевский А.Р., Бельгибаев Р.Р., Елсуков А.А., Мальцев А.В., Павлов В.В., Рябова М.И., Чернов А.А. Определение основных параметров многомерного коротковолнового радиоканала с использованием панорамного ионозонда // Вестник Марийского государственного технического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2011. № 2 (12). С. 15–23.
19. Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова Н.В. Зондирование ионосферы и декаметровых каналов связи сложными радиосигналами // Вестник Марийского государственного технического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2010. № 1 (8). С. 3–37.
20. Иванов Д.В. Методы и математические модели исследования распространения в ионосфере сложных декаметровых сигналов и коррекции их дисперсионных искажений. Монография. Йошкар-Ола: Марийский гос. технический ун-т, 2006. 266 с.
21. Вертоградов Г.Г., Урядов В.П., Выборнов Ф.И. Моделирование распространения декаметровых радиоволн в условиях волновых возмущений концентрации электронов // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 2018. Т. 61. № 6. С. 462–473.
22. Софьин А.В. Зоны влияния ПИВ различных масштабов на ионограммы наклонного зондирования ионосферы // Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. Труды XVII Конференции молодых ученых. 2022. С. 406–408.
23. Софьин А.В., Куркин В.И. Исследование пространственных областей влияния ПИВ на ионограммы наклонного зондирования ионосферы // Труды XXVII Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн». 2021. С. 358–363.
24. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере // Космические исследования. 1967. Т. 5. № 4. С. 593–600.

25. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57. № 9. С. 1028–1034.
26. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Распространение частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере Земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 1. С. 3–14.
27. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2013. № 4. С. 47–52.
28. Михалева Е.В., Крюковский А.С., Растягаев Д.В. Математическое моделирование каустической структуры электромагнитных полей, образованной перемещающимися ионосферными возмущениями // Всероссийские открытые Армандовские чтения: «Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции радиоволн». 2023. С. 48–54.
29. Михалёва Е.В., Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Исследование влияния перемещающихся ионосферных возмущений на доплеровское смещение частоты // Распространение радиоволн: сборник докладов XXVIII Всероссийской открытой научной конференции. 2023. С. 549–552.
30. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Влияние перемещающихся ионосферных возмущений на доплеровское смещение частоты // Физические основы приборостроения. 2023. Т. 12. № 3 (49). С. 64–75.
31. Kryukovsky A.S., Mikhaleva E.V., Rastyagaev D.V. Influence of traveling ionospheric disturbances on the caustic structure of radio waves during low inclination sounding of the ionosphere // Journal of Communications Technology and Electronics. 2023. V. 68. No S3. P. 275–283.