

Лялин М.С.

*Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23*

Использование бикубической интерполяции для моделирования персистентной гомологии

Изображение можно разложить на отдельные матрицы (баркоды) при помощи персистентной обработки. Каждая матрица может обозначать определенную структуру на изображении. Также из данных матриц можно восстановить исходное изображение путем сложения матриц.

Данные матрицы баркодов можно изменять, при этом восстановленное изображение будет другим. Если изменить матрицы, которые внутри себя не имеют других структур, и восстановить изображение, то при повторном разложении на баркоды длины всех баркодов должны остаться неизменными. Матрицу баркода нужно изменять таким образом, чтобы элемент с максимальным значением яркости оставался прежним.

Для изменения матрицы достаточно применить функцию вида $y = f(x)$, где x и y являются вещественными числами от 0 до 1. Функция изменения баркода применяется следующим образом:

1. Сохраняется минимальный ненулевой элемент и максимальный элемент матрицы.
2. Все точки от минимальной до максимальной яркости матрицы необходимо привести к диапазону от 0 до 1, где 0 соответствует минимальной яркости, а 1 максимальной.
3. Для каждой точки матрицы применить функцию преобразования баркода.
4. Восстановить значения каждой точки к диапазону от минимальной до максимальной яркости.

Для корректного преобразования функция должны соблюдаться несколько условий:

1. Производная данной функции при любом значении x от 0 до 1 не должна быть меньше нуля. Иными словами, при каждом наборе из двух входных значений x_1 и x_2 , при котором x_1 больше x_2 , функция должна возвращать набор значений y_1 и y_2 , где y_1 больше или равна y_2 .
2. Результат $f(0)$ должен быть равен 0, а результат $f(1)$ должен быть равен 1, чтобы точки, с которых началось и которыми закончилось построение баркодов, были неизменными.

Это необходимо для сохранения баркода, чтобы при повторном их построении не появилось лишних структур.

В данном случае в качестве функции преобразования используется функция, основанная на одномерной бикубической интерполяции, однако стоит также отметить, что может подойти любая другая функция, которая не противоречит вышеизложенным правилам. Для использования данной функции необходимо определить начальные точки на координатной двумерной плоскости. Обязательно должны быть определены две точки с координатами (0, 0) и (1, 1) Начальные точки должны соответствовать правилу, при котором производная построенного по ним графика не будет отрицательной в каком-либо месте.

Далее строится график с бикубической интерполяцией по указанным ранее точкам. По данному графику для каждой точки x можно взять y , который будет результатом функции $f(x)$. Применяв данную функцию преобразования для каждой точки баркода нового изображения, длины всех его баркодов должны быть идентичны длинам баркодов исходного изображения. Это будет указывать на устойчивость персистентной гомологии при деформации изображения. Данную особенность можно использовать для сопоставления похожих изображений.