Ермолаев В.А., Проскуряков А.Ю.
Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23
e-mail: kaf-eivt@yandex.ru

Представление пространственно распределенных систем многосвязными моделями с запаздыванием

Современное состояние исследований в области систем с запаздыванием обязано своим становлением основоположникам этого направления: работам Вито Вольтерра, Р. Беллмана, Дж. Хейла, А.Д. Мышкиса, Л.Э Эльсгольца, Н.Н. Красовского, Б.С. Разумихина, В.Л. Харитонова и других. Не ослабевающий интерес к данной теме обусловливается при этом, с одной стороны, наличием присущего многим техническим, природным и иным объектам явления запаздывания, а с другой стороны – ростом вычислительных возможностей средств математического моделирования. Общее представление о современном состоянии в области теории и практики применения систем с запаздыванием, задач анализа, управления и моделирования, можно частично составить по коллективным монографиям [1, 2]; что касается задач стабилизации, робастного и оптимального управления, соответствующие материалы представлены как примеры уравнениями работ [3-6].

Образующие подкласс всех рассматриваемых объектов, системы с запаздыванием, делятся, во-первых, на непрерывные и дискретные системы, описываемые обыкновенными дифференциальными или разностными уравнениями с запаздывающим аргументом, и системы, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных (с распределенными параметрами). По характеру запаздывания, в свою очередь, выделяют системы с одним или несколькими дискретными запаздываниями; системы с переменными и распределенными запаздываниями; системы со стохастическими запаздываниями. Многомерные системы с запаздыванием являются полезными моделями элементов оптоэлектронной и лазерной техники, генераторов (формирователей) коротких импульсов мощного лазерного излучения и лазерных автодинов слежения за движущимися объектами; типичными здесь являются также модели систем автоматического управления с запаздыванием переменных либо состояния, либо управления (обратной связи).

Уравнение простейшей модели системы с n запаздываниями записывается [4] в виде

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{j=1}^{n} A_j x(t-\tau_j) + B_j x\left(\theta_j(t)\right) + Cu(t) .$$

Значениям $n=1$ и $n=2$ соответствуют модели с одним и двумя запаздываниями.

Модель оптимального управления, представленная в работе [6], задается уравнением

$$\dot{z}(t) = M_1 z(t) + M_2 z(t-\tau_1) + N_1 u(t) + N_2 u(t-\tau_2) .$$

При этом задача заключается в минимизации функционала

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{t_f} \left\{ \sum_{k=0}^{q} \left(z^{(k)}\right)^T Q_k z^{(k)} + \sum_{k=0}^{r} \left(u^{(k)}\right)^T R_k u^{(k)} \right\} dt .$$

Несмотря на линейность поставленных задач их решение, даже при фиксированных значениях запаздываний, требует обращение к средствам вычислительной техники. Положение осложняется с переходом к моделированию систем с распределенными, описываемыми дифференциальными уравнениями в частных производных, параметрами. Подобная ситуация возникает, например, при рассмотрении систем с акустической обратной связью, обусловленной при озвучивании открытых территорий явлением эха, а в случае закрытых помещений - явлением реверберации. В первом случае проблема состоит в компенсации эха, поступающего по конечному, обусловленному рельефом местности, числу направлений, а во втором – компенсации резонансных мод помещения (с учетом переходных процессов их генерации и затухания); решение этой проблемы опирается, соответственно, на геометрическое и волновое представление акустического поля [7, 8].

Одна из задач моделирования систем с акустической обратной связью – систем громкоговорящей связи и оповещения – заключается, как правило, и в обеспечении их устойчивости. Ограничиваясь моделированием акустического поля закрытых (по терминологии В.В. Фурдуева) помещений особое внимание обращается на переходные процессы формирования и затухания резонансных мод. Конечно, несмотря на то, что для этого можно воспользоваться и моделью с распределенным запаздыванием, здесь рассматривается только модель с дискретным, конечным набором, в общем случае переменных, параметров; при этом каждая мода моделируется резонансным звеном второго порядка, включаемым последовательно с соответствующим элементом запаздывания.

При моделировании использовалась комбинация различных методов решения дифференциальных уравнений с запаздыванием, в том числе и представленных в монографии [9].

Литература

1. Agarwal R.P. (et al.) Nonoscillation theory of functional differential equations with applications. – New York London: Springer, 2012.

2. Atay F.M. (ed.) Complex time-delay systems, understanding complex systems. - Berlin Heidelberg: Springer, 2010.

3. Shayakhmetova L.V., Kharitonov V.L. Stabilization of a scalar equation with delay in the state and control variables // Vestnik of St. Petersburg University, Series 10, 2014, Issue 4,p. 144-151.

4. Гребенщиков Б.Г., Ложников А.Б. О стабилизации одной системы с последействием // АиТ, 2011, № 1, 13-26.

5. Цыкунов А.М. Робастное управление для одного класса нелинейных объектов с распределенным запаздыванием // Проблемы управления, 2016, № 3, с. 16-22.

6. Ibrahim E.Y. et al. A note on optimal control of linear time-delay systems using descriptor-variable theory // J. of The Franklin Institute, Vol. 327, No. 6, p. 893-901.

7. Фурдуев В.В. Электроакустика. – М.-Л.: ОГИЗ. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948.

8. Kuttruff H. Room acoustics. London New York: Spon Press, 2009.

9. Bellen A., Zennaro M. Numerical methods for delay differential equations. – Oxford: Clarendon Press, 2003.